Eigenschaften der trigonometrischen Grundfunktionen

Definition: Die Funktionen $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(x)$ bzw. $x \mapsto \tan(x)$ heißen Sinus-, Kosinus- bzw. Tangensfunktion. Sie ordnen jeder Bogenlänge x den Sinus bzw. Kosinus bzw. Tangens des zugehörigen Winkels φ zu.

- Amplitude (Abstand von der Mitte bis zum höchsten / tiefsten Punkt) bei sin, cos:
- Periode(nlänge): sin(x +) = sin(x), cos(x +) = cos(x), tan(x) = tan(x) für alle k ∈
- Nullstellen: sin: x = , also $\cdot \pi$ mit k ∈ ; tan: x = (weil tan = !);

  cos: x =, also $\cdot \frac{\pi}{2} =$ $\cdot \pi$ mit k ∈ (Vielfache von $\frac{\pi}{2}$);

  alle jeweils einfach ➔ VZW
- Definitionsmengen: $D_{sin} = D_{cos} =$; $D_{tan} = \mathbb{R} \setminus \{\quad\}$

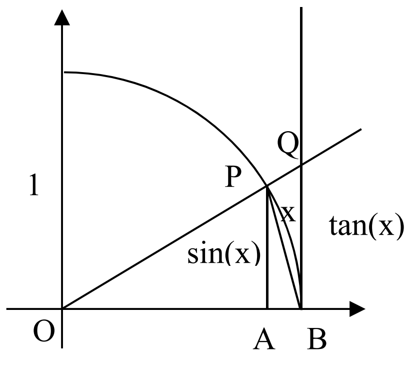
  (Definitonslücken von tan =)
- tan geht bei den Definitionslücken unbegrenzt nach oben bzw. unten, z. B.:

  $$\lim_{x \to \pi/2^-} \tan(x) = +\infty; \quad \lim_{x \to \pi/2^+} \tan(x) = -\infty$$

  Man spricht von <u>Polstellen (mit VZW)</u>. G_{tan} nähert sich dabei jeweils an senkrechte Geraden an; man nennt diese <u>senkrechte Asymptoten</u>.
- Wertemengen: $W_{sin} = W_{cos} =$, $W_{tan} =$
- Symmetrie: sin(–x) = sin(x), cos(–x) = cos(x), tan(–x) = tan(x)

  Außerdem: sin, cos sind achsensymmetrisch zu jeder senkrechten Geraden durch jeweils einen -punkt (➔ die stellen liegen immer in der Mitte zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen); sin, cos, tan sind punktsymmetrisch zu jedem punkt.
- Stetigkeit: sin ist stetig; cos ist stetig (verschobener sin-Graph!); tan ist stetig in D_{tan} (Quotient zweier stetiger Funktionen)

Anmerkung für später: Wir betrachten folgende Skizze:



Der Kreisbogen BP habe die Länge $0 < x < \frac{\pi}{2}$, die Strecken AP bzw. BQ haben also dann (nach Definition) die Längen sin(x) bzw. tan(x). Offensichtlich ist das Dreieck OAP kleiner, das Dreieck OBQ größer als der Kreissektor OBP, das heißt für $0 < x < \frac{\pi}{2}$ gilt:

$$0{,}5 \cdot 1 \cdot \sin(x) < 0{,}5 \cdot x \cdot 1 \quad \text{und} \quad 0{,}5 \cdot x \cdot 1 < 0{,}5 \cdot 1 \cdot \tan(x);$$

daraus folgt: $\sin(x) < x$ und $x < \tan(x)$.