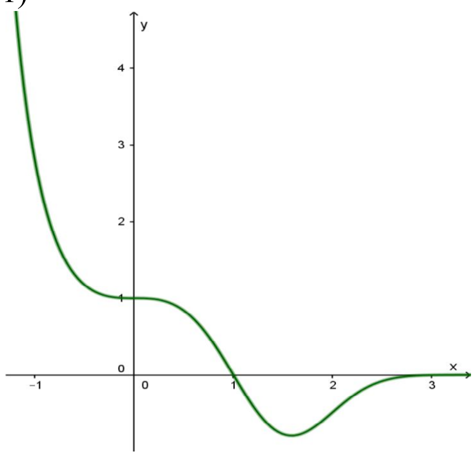
Differenzierbarkeit

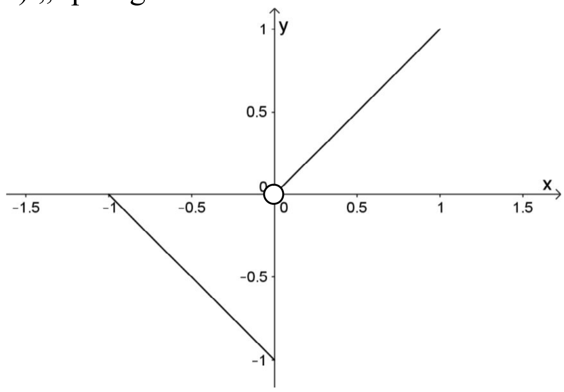
Anschaulich gesprochen heißt eine Funktion f <u>differenzierbar</u> bei $x_0 \in D_f$, wenn sie dort eine Ableitung hat, man also eindeutig eine Tangentensteigung angeben kann. Rechnerisch bedeutet dies, dass der Grenzwert $lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ existieren muss.

Beispiele:

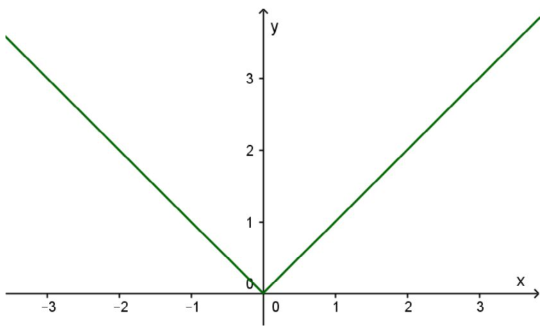
1)



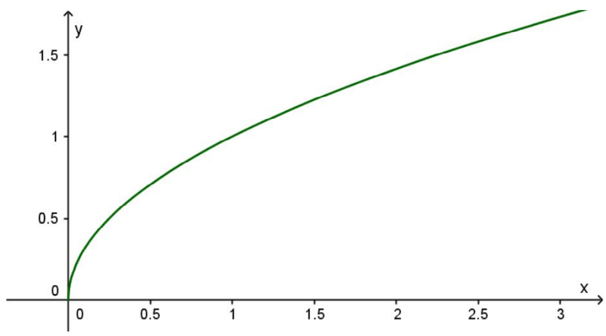
2) „Sprung":



3) „Knick": (Bsp.: f(x) = |x|)



4) „Steigung ∞": (Bsp.: $f(x) = \sqrt{x}$)



Anmerkung: Beispiel 2 zeigt den allgemeinen Satz: Ist eine Funktion f an einer Stelle $x_0 \in D_f$ nicht stetig, so ist sie dort auch nicht differenzierbar. Genauer bespricht man die Differenzierbarkeit im Additum (12. Klasse Technik).

Lösungen:

1) überall differenzierbar

2) nicht differenzierbar bei $x_0 = 0$ (keine eindeutige Tangente existiert), ansonsten überall differenzierbar

3) nicht differenzierbar bei $x_0 = 0$ (keine eindeutige Tangente existiert), ansonsten überall differenzierbar

4) nicht diff.bar bei $x_0 = 0$ (eindeutige Tangente existiert, aber: senkrecht, also Steigung ∞), ansonsten überall differenzierbar