<u>Definitionen zum Kapitel „Grenzwerte und Stetigkeit“</u>

1) Eine Funktion f, die man als Quotient

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

mit ganzrationalen Funktionen p und q schreiben kann, wobei q nicht konstant ist, heißt <u>gebrochenrational.</u>

2) Gibt es für jede reelle Zahl $\varepsilon > 0$ eine Zahl (Schranke) x_s, sodass für alle $x > x_s$ gilt, dass

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$

ist, so heißt g der <u>Grenzwert</u> von f für x gegen unendlich. Man sagt dann, f ist <u>konvergent</u> gegen g oder f <u>konvergiert</u> gegen g (für x gegen unendlich) und schreibt

$$f(x) \to g \text{ für } x \to \infty \qquad \text{oder} \qquad \lim_{x\to\infty} f(x) = g\,.$$

Entsprechend ist der Grenzwert für x gegen minus unendlich definiert.

3) Gibt es für jede reelle Zahl $\varepsilon > 0$ eine Zahl $\delta > 0$, sodass für alle x mit $|x - x_0| < \delta$ gilt, dass

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$

ist, so heißt g der <u>Grenzwert</u> von f für x gegen x_0. Man sagt dann, f ist <u>konvergent</u> gegen g oder f <u>konvergiert</u> gegen g (für x gegen x_0) und schreibt

$$f(x) \to g \text{ für } x \to x_0 \qquad \text{oder} \qquad \lim_{x\to x_0} f(x) = g\,.$$

4) Gilt für eine Funktion f an einer Stelle x_0, dass

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

ist, so heißt f <u>stetig</u> an der Stelle x_0. Ist f für jede Stelle x_0 in einem Intervall I stetig, so heißt f stetig im Intervall I; ist f stetig für alle x_0 im Definitionsbereich, so heißt f (überall) stetig.