

## Definitionen zur Differenzialrechnung

1) Eine Funktion  $f$  heißt (nicht) differenzierbar an einer Stelle  $x_0$ , wenn der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

existiert bzw. nicht existiert. (FS S. 4)

2) Gilt in einem Intervall  $[a;b]$  für alle Stellen  $x_1$  und  $x_2$  mit  $x_1 > x_2$ , dass

$$f(x_1) \geq f(x_2) \text{ bzw. } f(x_1) \leq f(x_2)$$

ist, so nennt man die Funktion  $f$  in diesem Intervall monoton zunehmend/abnehmend bzw. ihren Graph steigend/fallend. Gilt nur  $>$  bzw.  $<$ , so spricht man von strenger (echter) Monotonie.

3) Eine Stelle  $x_0$  heißt (eigentliche) relative Maximalstelle bzw. Minimalstelle einer Funktion  $f$ , wenn für alle  $x$  in der „Nachbarschaft“ von  $x_0$  die Ungleichungen  $f(x) < f(x_0)$  bzw.  $f(x) > f(x_0)$  gelten. Der zugehörige Funktionswert heißt dann relatives Maximum bzw. Minimum von  $f$  (Mehrzahl: Maxima bzw. Minima), der Punkt  $(x_0|f(x_0))$  heißt relativer Hoch- HoP bzw. Tiefpunkt TiP. Maximal- und Minimalstellen zusammen genommen nennt man Extremalstellen, den jeweils zugehörigen Funktionswert ein Extremum (Mehrzahl: Extrema), die zugehörigen Punkte Extrempunkte. Statt „relativ“ sagt man hier auch „lokal“.

4) Eine Stelle, bei der  $f'(x_0) = 0$  ist, obwohl sie keine Extremstelle ist, heißt Terrassen- (oder Sattel-) stelle, der Punkt entsprechend Terrassen- (oder Sattel-) Punkt TeP.

5) Eine Stelle, an der die zweite Ableitung gleich Null ist, heißt Flachstelle. Eine (eigentliche) relative Extremstelle von  $f'$ , also eine Stelle mit minimaler(m)/maximaler(m) Steigung (Gefälle), heißt Wendestelle, der entsprechende Punkt heißt Wendepunkt, die Tangente im Wendepunkt heißt Wendetangente. Ein Wendepunkt ist also ein Punkt, bei dem  $G_f$  von einer Links- zu einer Rechtskurve wechselt oder umgedreht.

6) Eine Stelle  $x_0$  heißt absolute Maximalstelle bzw. Minimalstelle einer Funktion  $f$ , wenn für alle  $x \in D_f$  die Ungleichungen  $f(x) < f(x_0)$  bzw.  $f(x) > f(x_0)$  gelten. Der zugehörige Funktionswert heißt dann absolutes Maximum bzw. Minimum von  $f$ , der Punkt  $(x_0|f(x_0))$  heißt absoluter Hoch- HoP bzw. Tiefpunkt TiP. Statt „absolut“ sagt man hier auch „global“. Extrema an den Rändern der Definitionsmenge heißen Randextrema.