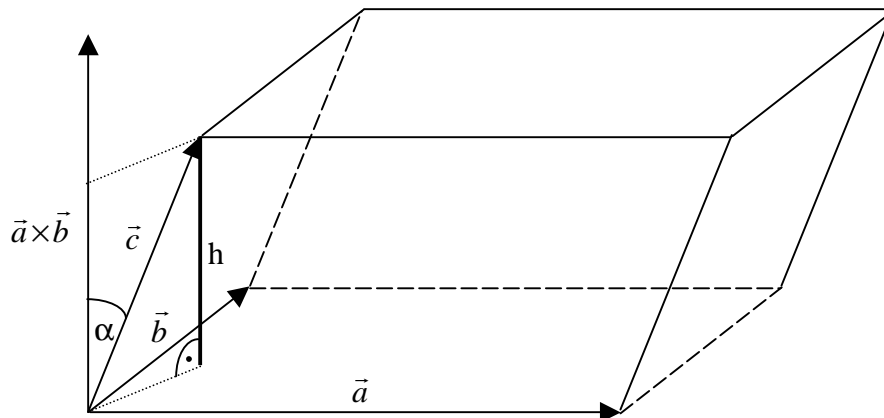


Das Spatprodukt

Im Folgenden soll eine Formel hergeleitet werden, mit der man das Volumen eines von drei nicht komplanaren Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ aufgespannten Spats berechnen kann.



1) Ein Spat ist ein Spezialfall eines allgemeinen Körpers; welches? Wie lautet die allgemeine Formel zur Berechnung des Volumens eines solchen Körpers?

2) Die Grundfläche des Spats ist ein Parallelogramm, das von den Vektoren \vec{a}, \vec{b} aufgespannt wird. Also ist der Inhalt der Grundfläche:

3) In der Zeichnung oben ist der Winkel zwischen den Vektoren \vec{c} und $\vec{a} \times \vec{b}$ mit α bezeichnet. Geben Sie mittels des Skalarprodukts den Kosinus dieses Winkels an.

4) Geben Sie an, wie man die Höhe des Spats aus dem Vektor \vec{c} und dem Winkel α berechnen kann (elementare Trigonometrie!). Setzen Sie das Ergebnis aus (3) für den Kosinus des Winkels ein und vereinfachen Sie.

5) Setzen Sie die Ergebnisse aus (2) (Grundfläche) und (4) (Höhe) in die Volumenformel ein und vereinfachen Sie.