

Die Binomialverteilung

Begriffe:

Beispiel.: In einer bestimmten Region ist die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem Tag regnet, 40%. Es werden nun zufällig 4 aufeinanderfolgende Tage betrachtet. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Tage davon, an denen es regnet. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in einer Tabelle dar.

x					
P(X=x)					

Definition: Gibt eine Zufallsgröße X die Anzahl der Treffer bei einer Bernoulli-Kette an (Länge n , Trefferwahrscheinlichkeit p), so heißt die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$W(k) = P(X=k) = B(n;p;k)$$

eine Binomialverteilung; X heißt $B(n;p)$ -verteilt. Die kumulative Verteilungsfunktion (auch: „summierte Verteilungsfunktion“) der Binomialverteilung, also $F(k) = P(X \leq k) = \sum_{i=0}^k B(n; p; i)$, gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass höchstens k Treffer auftreten. (oft auch Schreibweise: $F_p^n(k)$)

Erwartungswert:

Berechnen Sie für das Beispiel oben den Erwartungswert mit der bekannten Formel aus den Tabellenwerten. Wie hätte man das Ergebnis auch weit schneller erhalten können, indem man einfach die Werte von n und p verwendet?

$$E(X) =$$

$$\text{oder: } E(X) =$$

Satz: Ist X eine $B(n;p)$ -verteilte Zufallsgröße, so gilt $E(X) =$

Varianz:

Berechnen Sie für das Beispiel oben die Varianz mit einer der bekannten Formeln aus den Tabellenwerten. Wie hätte man das Ergebnis auch weit schneller erhalten können, indem man einfach die Werte von n und p (und q) verwendet?

$$\text{Var}(X) =$$

$$\text{oder: } \text{Var}(X) =$$

Satz: Ist X eine $B(n;p)$ -verteilte Zufallsgröße, so gilt $\text{Var}(X) =$