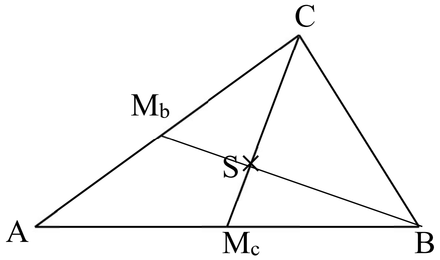
Beweis: Der Abstand vom Seitenmittelpunkt zum Schwerpunkt ist 1/3 des Abstands vom Seitenmittelpunkt zur gegenüberliegenden Ecke



Es gilt:

1) $\overrightarrow{M_cS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BM_c} = \vec{0}$
2) $\overrightarrow{M_cS} = x \cdot \overrightarrow{M_cC}$ und $\overrightarrow{SB} = y \cdot \overrightarrow{M_bB}$ und $\overrightarrow{BM_c} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ mit unbekannten Zahlen x, y
3) $\overrightarrow{M_cC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{M_bB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

2‘) (3) in (2): $\overrightarrow{M_cS} = x \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$ und $\overrightarrow{SB} = y \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right)$ und $\overrightarrow{BM_c} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$

1‘) (2‘) in (1): $x \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) + y \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right) - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Klammern auflösen, zusammenfassen…

➔ … $\left(-\frac{1}{2}x + y - \frac{1}{2}\right) \cdot \overrightarrow{AB} + \left(x - \frac{1}{2}y\right) \cdot \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

aber: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ sind linear unabhängig!

➔ Eine Gleichung der Form $\lambda \cdot \overrightarrow{AB} + \mu \cdot \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ kann *nur* die Lösung $\lambda = 0, \mu = 0$ haben.

➔ Es muss gelten: $-\frac{1}{2}x + y - \frac{1}{2} = 0$ (I) und $x - \frac{1}{2}y = 0.$ (II)

(II) ➔ $x = \frac{1}{2}y$ (II‘)

in (I): $-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}y + y - \frac{1}{2} = 0$ ➔ $\frac{3}{4}y - \frac{1}{2} = 0$ ➔ $y = \frac{2}{3}$

in (II‘) ➔ $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

damit ist gezeigt: $\boxed{\overrightarrow{M_cS} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{M_cC}}$ (und außerdem gleich auch noch: $\overrightarrow{SB} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{M_bB}$)