

Betragsgleichungen

1) Welche beiden (!) Lösungen x_1 und x_2 hat die Gleichung
 $|x| = 5$?

2) Warum ist die Gleichung
 $|x| = -5$
nicht lösbar?

3) Warum hat die Gleichung
 $|x - 1| = 0$
nur eine Lösung? Welche?

4) Wie lauten die Lösungen folgender Gleichungen (wenn vorhanden)? Versuchen Sie, diese Gleichungen so umzuformen, dass man sie ähnlich lösen kann wie die Fälle (1) bis (3) oben!

a) $|x - 2| - 4 = -4$

b) $|x + 3| - 2 = -3$

c) $2 - |x| = 2$

5) Warum hat die Gleichung
 $|2x - 1| = 1$
die beiden Lösungen $x_1 = 1$ und $x_2 = 0$? Wie könnte man diese beiden Lösungen rechnerisch bestimmen?

Bitte wenden!

6) Formulieren Sie eine allgemeine Regel zum Lösen von Betragsgleichungen:

Um eine Gleichung, die einen Term der Art $|ax + b|$ enthält, zu lösen, bringt man sie zunächst mit Äquivalenzumformungen in die Form

$$|x - a| = b,$$

wobei c eine reine Zahl ist. Danach muss man unterscheiden:

- a) $c > 0$: es gibt Lösungen; diese erhält man durch Lösen der Gleichungen und
- b) $c = 0$: es gibt Lösung; diese erhält man durch Lösen der Gleichung
- c) $c < 0$: es gibt Lösung.