<u>Lösungen 1</u>

Blatt:

1) Jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments darf im Ergebnisraum nur einmal vorkommen (eindeutige Zuordnung); hier gehört aber z. B. der Ausgang „2 gewürfelt“ sowohl zu den Elementen „2“ als auch „gerade Augenzahl“ des Ergebnisraums.

3) $\Omega = \{AA, ABA, ABB, BB, BAB, BAA\}$
(A bzw. B steht für „Person A bzw. Person B hat Satz gewonnen“)

4) $\Omega = \{JJJ, JJM, JMJ, JMM, MJJ, MJM, MMJ, MMM\}$ (J steht für Junge, M für Mädchen)

6) $\Omega = \{6, 16, 26, 36, 46, 56, 116, 126, ..., 156, 216, 226, ..., 556, 111, 112, ..., 555\}$
(156 Ergebnisse!)
oder abgekürzt: $\Omega = \{6, \overline{6}6, \overline{6}\overline{6}6, \overline{6}\overline{6}\overline{6}\}$

7) $\Omega = \{Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6, K1, K2, K3, K4, K5, K6\}$ (Z steht für Zahl, K für Kopf)

<u>Lösungen 2</u>

Blatt:

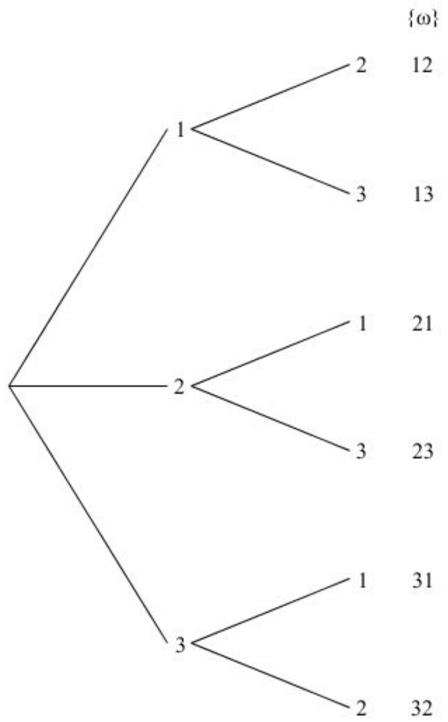
5) a) $\Omega = \{www, wws, wss\}$
b) $\Omega = \{www, wws, wsw, wss, sww, sws, ssw\}$
c) $\Omega = \{www, wws, wsw, wss, sww, sws, ssw, sss\}$

8) a) $\Omega = \{12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45\}$; $|\Omega| = 10$
b) $\Omega = \{123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 345\}$; $|\Omega| = 10$
eindeutige Zuordnung zwischen beiden! 2 ziehen ➔ 3 in Urne übrig bzw. umgedreht!

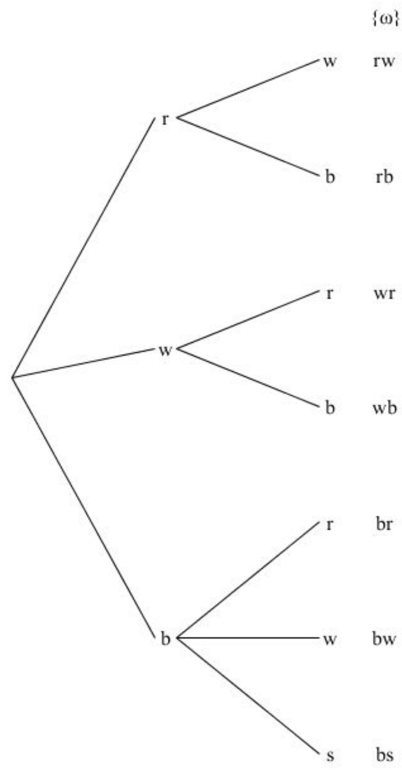
9) a) $\Omega = \{ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr\}$; $|\Omega| = 8$
b) $\Omega = \{ww, ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr\}$; $|\Omega| = 9$

Lösungen 3

Blatt:
Cornelsen Technik 13/3
1.

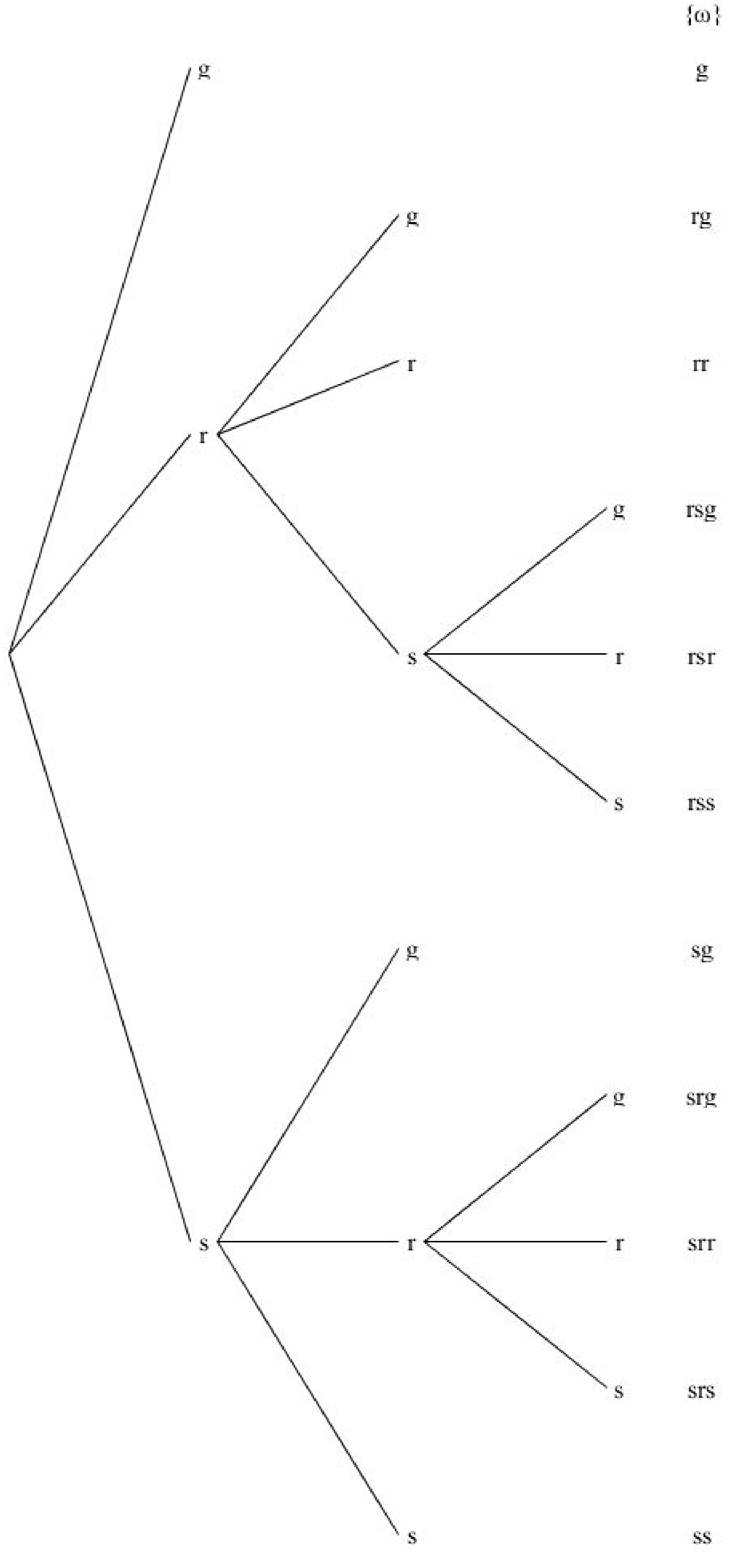


2.



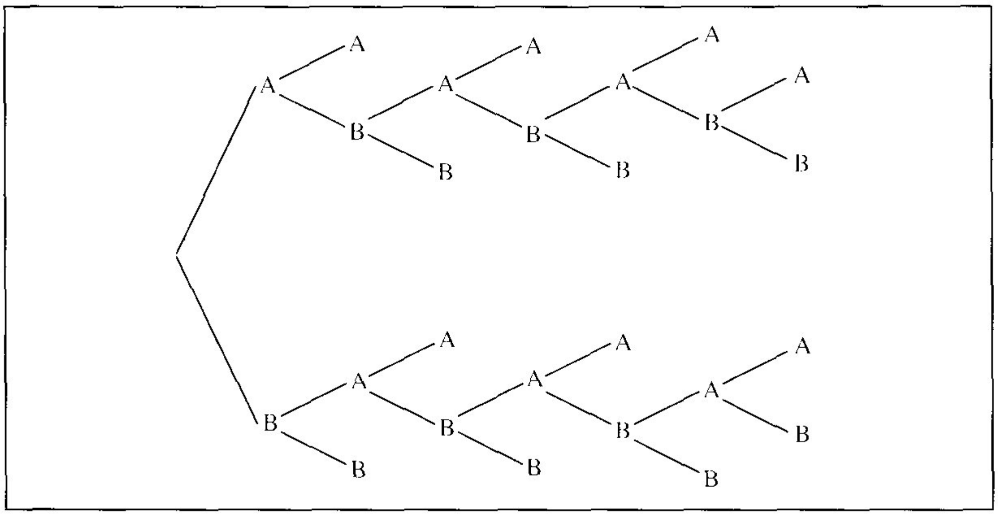
1. Aus einer Urne mit drei Kugeln, die von 1 bis 3 nummeriert sind, werden ohne Zurücklegen nacheinander zwei Kugel entnommen.
2. Eine Urne enthält zunächst eine rote, eine weiße und eine blaue Kugel. Es werden ohne Zurücklegen nacheinander zwei Kugeln entnommen. Ist die erste Kugel blau, so wird nach Entnehmen der ersten Kugel zusätzlich eine schwarze Kugel in die Urne gelegt.

Cornelsen Technik 13/7

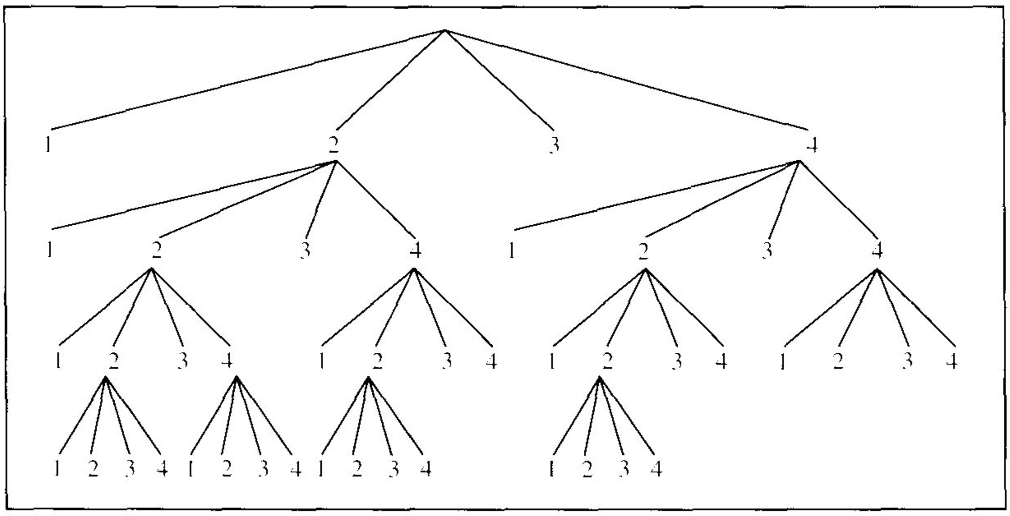


Stark:

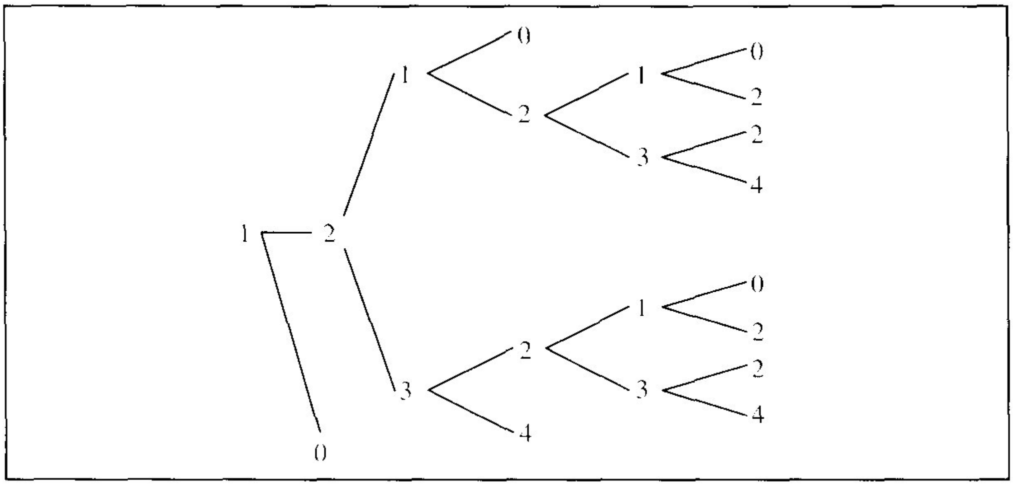
a)



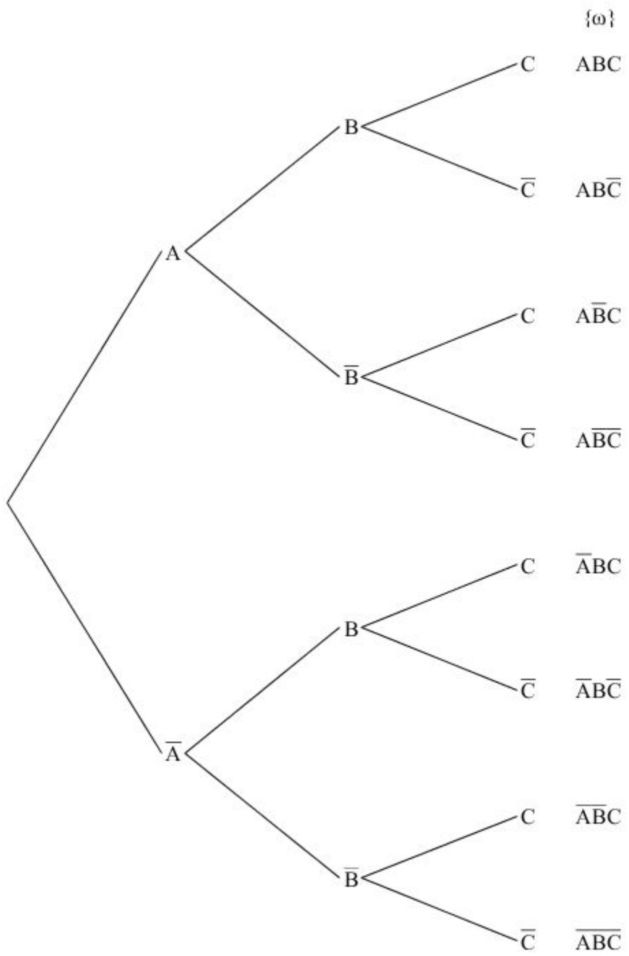
b)



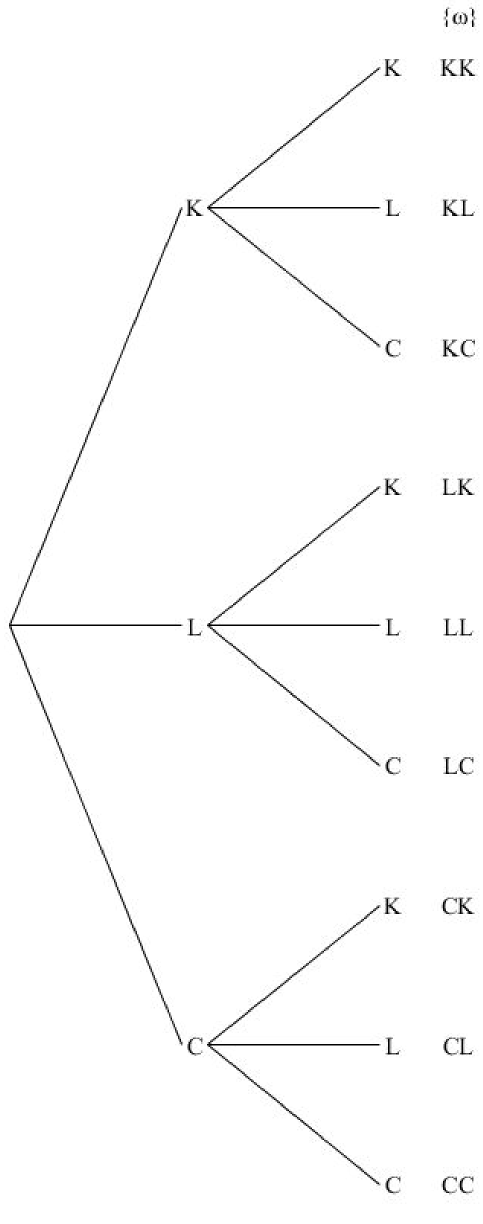
c)



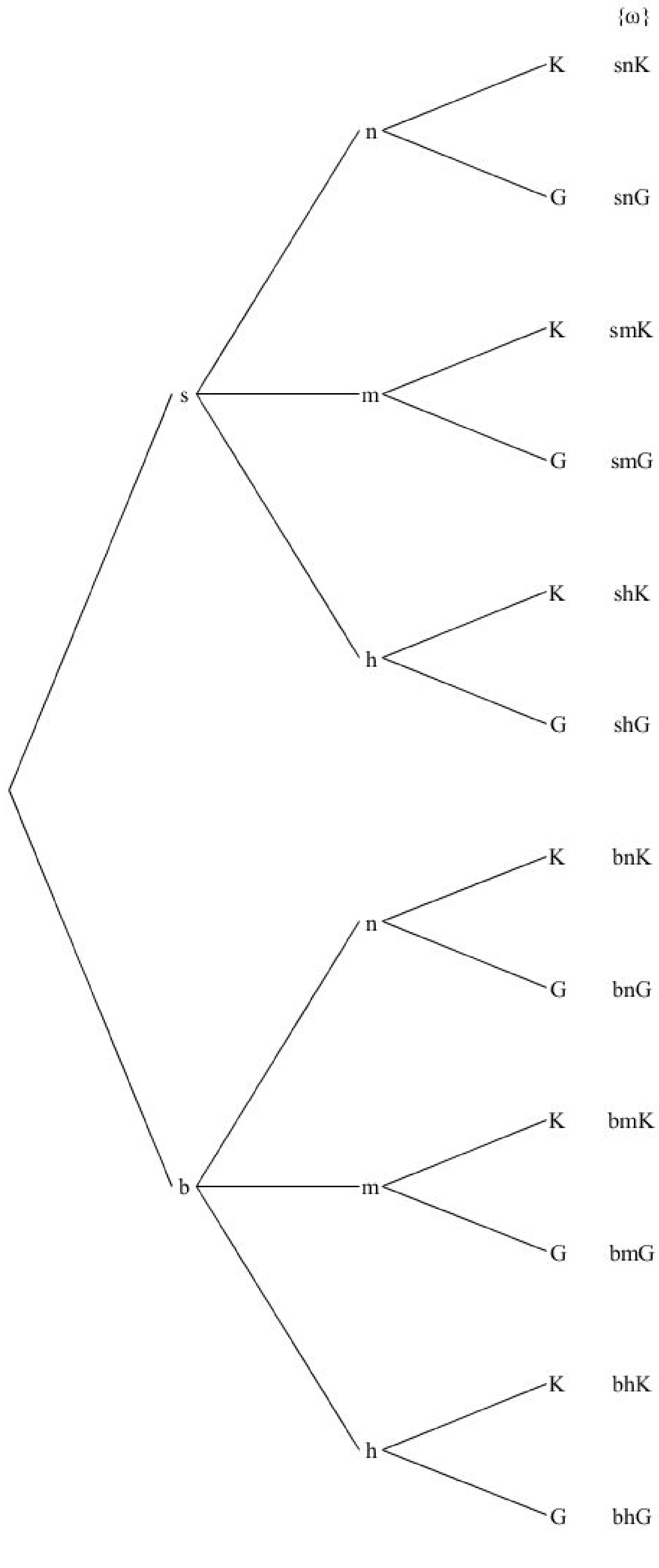
Prüfung 2004-SI



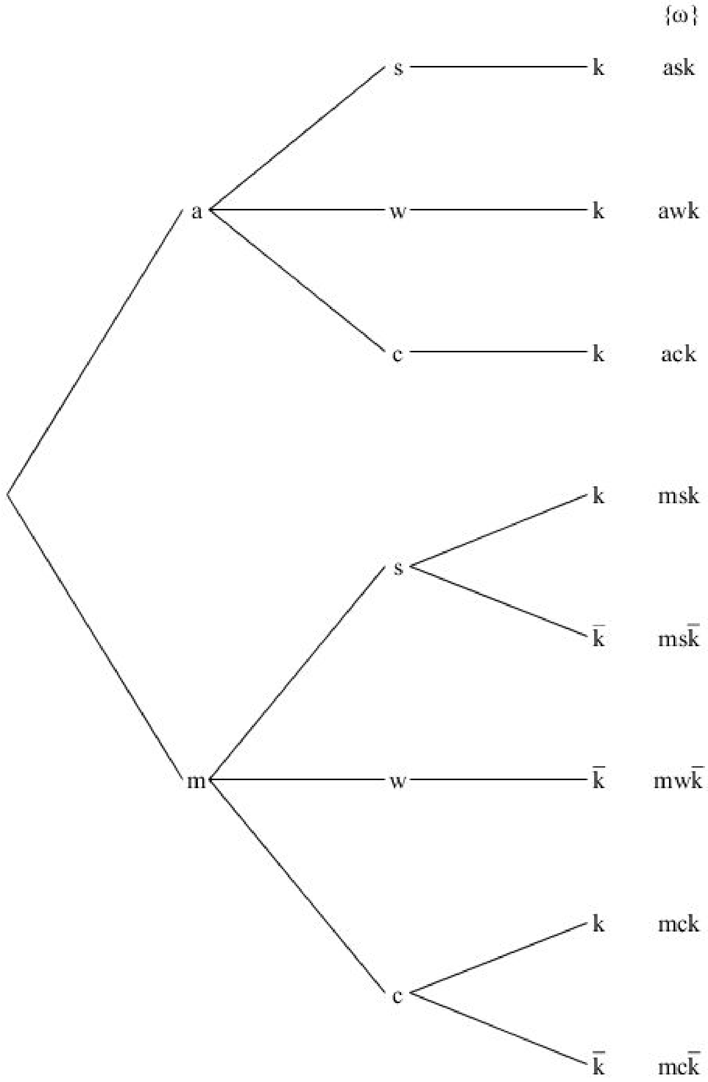
Prüfung 2004-SII



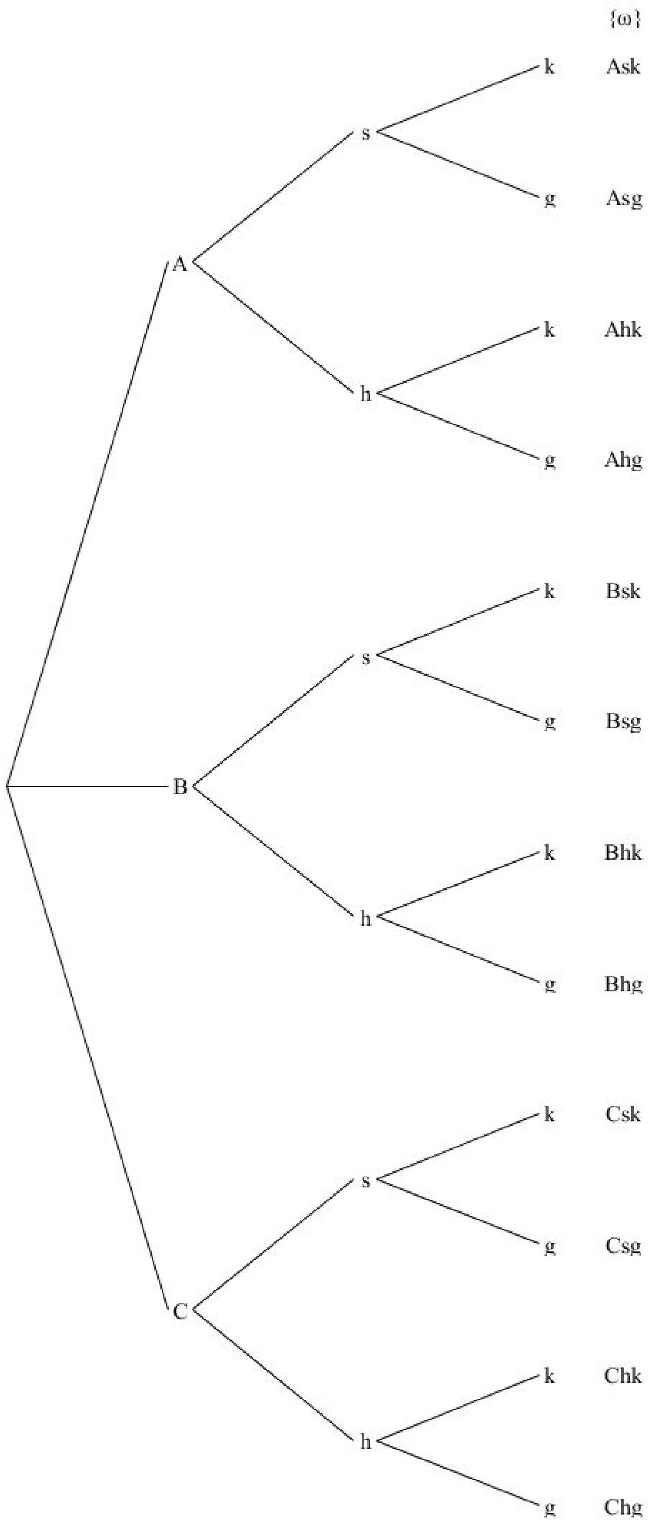
Prüfung 2007-SII



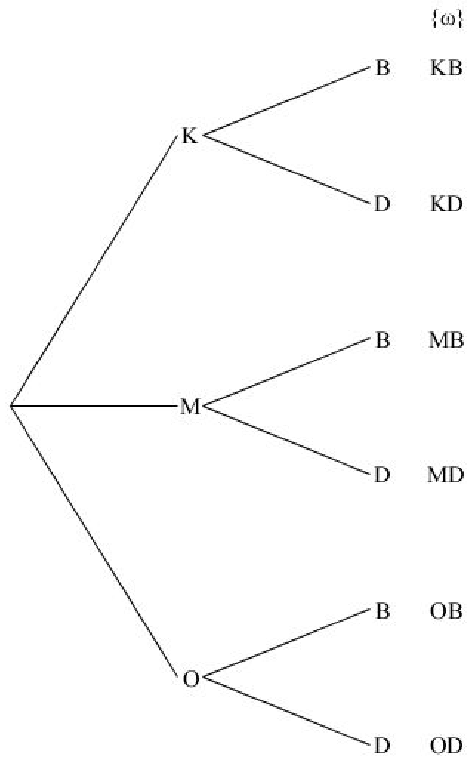
Prüfung 2008-SI



Prüfung 2008-SII



Prüfung 2009-SI



<u>Lösungen 4</u>

Blatt:

12) Münze: $|\Omega| = 2\cdot 2\cdot ...\cdot 2$ *(n mal)* $= 2^n$; Würfel: $|\Omega| = 6^n$

13) 6; 24

15) a) 60 b) 12 c) 36

16) a) 125 b) 25 c) 75

22) a) 3024 b) 360 c) 1260 d) 1008 e) 1344 f) 126 g) 144

25) a) 24 b) 12 c) 8 d) 4

35) a) 4096 b) 1024 c) 2048 d) 1024 e) 512

36) mind. 6

37) a) 32 b) 8 c) 16 d) 8 e) 1

<u>Lösungen 5</u>

<u>a) Grundbegriffe</u>

Blatt:

3) $E_1 = \{61; 62; 63; 64; 65; 66\}$; $E_2 = \{11; 13; 15; 31; 33; 35; 51; 53; 55\}$;
$E_3 = \{22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56\}$;
$E_4 = \{22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56; 42; 62; 23; 43; 63; 25; 45; 65\}$;
$E_5 = \{13; 31; 22\}$; $E_6 = \{46; 64; 55; 56; 65; 66\}$; $E_7 = \{\}$; $E_8 = \{11; 12; 21\}$

4) $E_1 = \{312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432\}$;
$E_2 = \{123; 132; 124; 142; 134; 143\}$;
$E_3 = \{123; 132; 213; 231; 312; 321; 234; 243; 324; 342; 423; 432\}$; $E_4 = \{\}$;
$E_5 = \{312; 321; 324; 342; 423; 432\}$;
$E_6 = \{312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432; 123; 132; 213; 231; 234; 243\}$;
$E_7 = \{123; 132; 213; 231; 234; 243; 314; 341; 412; 421; 413; 431\}$

5) E_1 = {♥♥}; E_2 = {♥♥; ♣♣; ♠♠; ♦♦}; E_3 = {♥♠, ♠♥};
E_4: „1. Karte ♥"; E_5: „entweder 1. oder 2. Karte ♥" bzw. „genau einmal ♥";
E_6: „1. Karte rot, 2. schwarz"; E_7: „beide rot"

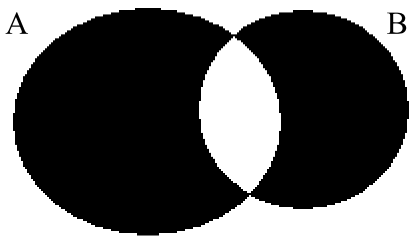
6) E_1 = {ABC; ABD; ABE; ACD; ACE; ADE}; E_2 = {ACE};
E_3 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE}; E_4 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE; ACE};
E_5 = {ABD; BCD; BDE; ACE} laut Lösungsbuch;
eigentlich aber auch noch {ADE; CDE; ACD}!?!

7) E_1 = {rrrr; wrrr; rrwr; rrrw; wrwr; wrrw; rrww; wrww}; E_2 = {wrww};
E_3 = {rrww; rwrw; wrrw; rwwr; wrwr; wwrr; rrrw; rrwr; rwrr; wrrr; rrrr}
$= \overline{\{wwww; rwww; wrww; wwrw; wwwr\}}$; $E_4 = \overline{\{wwww\}}$;
E_5 = {wwww; rwww; wrww; wwrw; wwwr}; E_6 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr};
E_7 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr; rrrr}; E_8 = {rrrr};
E_9: „1. und 3. Kugel rot"; E_{10}: „mindestens eine weiße"; E_{11}: „nur die letzte weiß";
E_{12}: „die ersten drei rot"; E_{13}: „mindestens 3 rote"

8) E_1 = {123; 134; 135; 136; 324; 235; 236; 345; 346; 356}; E_2 = {126; 136; 146; 156};
E_3 = {123; 124; 125; 134; 135; 145; 236; 246; 256; 346; 356; 456};
E_4 = {124; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 245; 246; 345; 346; 356; 456};
E_5 = {123; 124; 126; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 236; 246; 345; 346; 356; 456}

b) Ereignisalgebra

aus bsv Mathematik:
29/1
a) {1,3,5,6}, {1,3,4,5}, {2}, {6}, {4}, {1,3,5}, {2,4,6}, {1,2,3,5,6}, {1,2,3,4,5}, {1,3,4,5,6}
b) entweder A oder B tritt ein, d. h. genau eines der beiden Ereignisse tritt ein



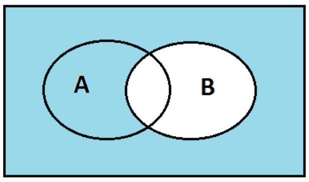
29/4 a) $A \cap B$ b) $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$ c) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$ d) $A \cup B$ e) $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$

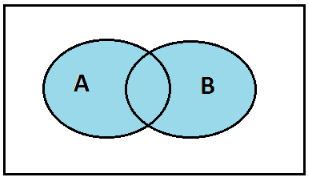
aus Cornelsen Mathematik Technik:
161/2 a) E_1 = {2; 4; 6; ...; 36}; E_2 = {1; 2; 3; ...; 18}; E_3 = {0; 19; 21; 23; ... ; 35}
b) $E_1 \cup E_2$ = {1; 2; 3; ...; 17; 18; 20; 22; 24; ... ; 36}
$E_1 \cap E_2$ = {2; 4; 6; ...; 16; 18}
$E_1 \cap E_3$ = {}

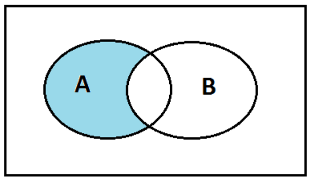
161/4 a,b,f sind falsch; c,d,e sind richtig

161/5 z. B.: $(A \cap B) \cup \overline{(A \cup B)}$; $\overline{D}$; $\bar{E} \cup F$; $(G \cap \overline{H}) \cup (\bar{G} \cap H)$

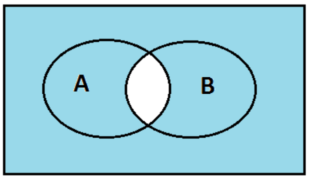
161/6

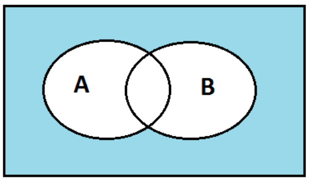


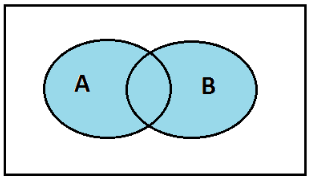
,


,


,



,


,


161/7
a) siehe Lösungen 3
b) E_1 = {g; rg; sg; rsg; srg}; E_2 = {rr; rss; ss; srr}; $E_3 = E_1$; E_4 = {rr; srg; srr; srs}
c) $\overline{E_2}$: „nicht zweimal nacheinander die gleiche Farbe"; $\overline{E_2}$ = {g; rg; rsg; rsr; sg; srg; srs}
$\overline{E_3}$: „mindestens zwei Farben sind gleich"; $\overline{E_3}$ = {rr; rsr; rss; srr; srs; ss}
d) Wenn alle Farben, die fallen, verschieden sind, dann kann keine Farbe doppelt vorgekommen sein. Also hat er vorzeitig aufgehört, weil grün gekommen ist - dann ist grün die letzte Farbe. Oder er hat dreimal gespielt - dann müssen alle drei Farben vorgekommen sein (weil ja alle Farben verschieden sein sollen), und grün kann nur die letzte gewesen sein, weil man sonst ja vorher aufgehört hätte.
Sehr ähnlich argumentiert man anders herum, dass aus „die letzte Farbe, die fällt, ist grün" auch „die Farben, die fallen, sind alle verschieden" folgt.
e) $E_2 \cap E_4$ = {rr; srr} $\neq$ {} ==> vereinbar

<u>Lösungen 6</u>

<u>Häufigkeiten:</u>
Blatt (Stark):

63) a) $\frac{3}{7} \approx 42{,}86\%$ b) $\frac{19}{70} \approx 27{,}14\%$ c) $\frac{11}{70} \approx 15{,}71\%$ 64) a) 12,5% b) 23% c) 20,5%

65) a) 14,5% b) 16,5% c) 50,5% d) 48% e) 81,5%

<u>statistische Wahrscheinlichkeit:</u>
Blatt (Stark):

67) $P(\{\omega_1\}) = 0{,}1$; $P(\{\omega_2\}) = 0{,}3$; $P(\{\omega_3\}) = 0{,}5$; $P(\{\omega_4\}) = 0{,}1$

70) $P(A) = P(C) = \frac{6}{17}$; $P(B) = \frac{3}{17}$; $P(D) = \frac{2}{17}$

71) P(A) = P(B) = 0,125; P(C) = P(D) = P(E) = 0,25; a) 0,75 b) 0,25

72) a) $P(\{1\}) = \frac{1}{21}$; $P(\{2\}) = \frac{2}{21}$; $P(\{3\}) = \frac{3}{21}$ usw. b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{10}{21}$ d) $\frac{20}{21}$

<u>Lösungen 7</u>

37/3 *(alle Angaben in der Vierfeldertafel in %)*

	Z	$\overline{Z}$	Σ
P	30	5	35
$\overline{P}$	20	45	65
Σ	50	50	100

➔ a) $h_n(\overline{Z} \cap \overline{P}) = 45\%$ b) $h_n((Z \cap \overline{P}) \cup (\overline{Z} \cap P)) = 25\%$
c) $h_n(Z \cup P) = 55\%$ d) $h_n(\overline{Z \cap P}) = 70\%$

37/4

	E	$\overline{E}$	Σ
F	30	40	70
$\overline{F}$	30	0	30
Σ	60	40	100

➔ a) $h_{100}(E \cap F) = 30\%$
b) $h_{100}(E \cap \overline{F}) = 30\%$ bzw. $h_{100}(\overline{E} \cap F) = 40\%$

37/5

	M	$\overline{M}$	Σ
R	0,17	0,11	0,28
$\overline{R}$	0,3	0,42	0,72
Σ	0,47	0,53	1

37/6
a)

	A	$\overline{A}$	Σ
B	930	20	950
$\overline{B}$	40	10	50
Σ	970	30	1000

b) $h_{1000}(A \cup B) = 0{,}99$

c) $\frac{k(\overline{A} \cap B)}{k(\overline{A})} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Stark:
68) a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{1}{12}$

69) a) 0,125 b) 0,375 c) 0,625 d) 0,25

Lösungen 8

56/1 P({KK, ZZ}) = 0,5; P({KKK, ZZZ}) = 0,25

56/2
P(A) = 1 – P(„kein K“) = 1 – $\frac{1}{16}$ = $\frac{15}{16}$
P(B) = P({KZZZ, ZKZZ, ZZKZ, ZZZK}) = $\frac{4}{16}$ = 0,25
P(C) = P({KKZK, KZKK, KKKK, KKZZ, KZKZ, KKKZ, ZKZK, ZZKK, ZKKK, ZKZZ, ZZKZ, ZKKZ}) = $\frac{12}{16}$ = 0,75
oder P(C) = 1 – P(„weder beim 2. noch beim 3. Wurf K“) = 1 – P({KZZK, KZZZ, ZZZK, ZZZZ}) = 1 – $\frac{4}{16}$ = 0,75
P(D) = P({ZZZZ, KZZZ, ZKZZ, ZZKZ, ZZZK}) = $\frac{5}{16}$
P(E) = 1 – P({KKKK, ZZZZ}) = 1 – $\frac{2}{16}$ = 0,875

56/3
P(A) = $\frac{6 \cdot 1}{36} = \frac{1}{6}$ P(B) = $\frac{6 \cdot 5}{36} = \frac{5}{6}$ (= 1 – P(A))
P(C) = P({21,23,24,25,26,12,32,42,52,62}) = $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ oder P(C) = $\frac{1 \cdot 5}{36} + \frac{5 \cdot 1}{36}$
P(D) = P({21,23,24,25,26,12,32,42,52,62,22}) = $\frac{11}{36}$ oder P(D) = $\frac{1 \cdot 5}{36} + \frac{5 \cdot 1}{36} + \frac{1 \cdot 1}{36}$
P(E) = $\frac{11}{36}$ (selbe Rechnung wie bei D)
P(F) = P({41,42,51,52,61,62}) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ oder P(F) = $\frac{3 \cdot 2}{36}$
P(G) = P({11,12,13,15,21,22,24,26,31,33,35,36,42,44,45,46,51,53,54,55,62,63,64,66}) = $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$
P(H) = P({15,24,33,42,51,66}) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

56/4 a) jeweils $\frac{1}{6}$ b) P(„keine Eins") = $\frac{5\cdot5\cdot5}{6\cdot6\cdot6} = \frac{125}{216}$ ($\approx$58%) c) P = 1 – P(„keine Eins") = $\frac{91}{216}$

56/5
$P(A) = \frac{1}{6\cdot6\cdot6} = \frac{1}{216}$
$P(B) = \frac{6}{6\cdot6\cdot6} = \frac{1}{36}$
$P(C) = \frac{1\cdot1\cdot5+1\cdot5\cdot1+5\cdot1\cdot1}{6\cdot6\cdot6} = \frac{5}{72}$
$P(D) = \frac{6\cdot1\cdot5+6\cdot5\cdot1+5\cdot6\cdot1}{6\cdot6\cdot6} = \frac{5}{12}$
$P(E) = \frac{6\cdot5\cdot4}{6\cdot6\cdot6} = \frac{5}{9}$
$P(F) = P(\{112, 121, 211\}) = \frac{3}{6\cdot6\cdot6} = \frac{1}{72}$
$P(G) = P(\{113, 131, 311, 122, 212, 221\}) = \frac{6}{6\cdot6\cdot6} = \frac{1}{36}$

Blatt:
84 a) 0,5 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ 93) a) 0,25 b) 0,5 c) 0,25 d) $\frac{1}{32}$ e) 0,3125 f) 0,8125 g) 0,5

Lösungen 9

Abschlussprüfungen!