Lösungen V.1

I: Trapez (zwei parallele Seiten; keine Symmetrie)
II: gleichschenkliges Trapez (zwei parallele Seiten, die anderen beiden gleich lang; achsensymmetrisch)
III: Drachen(viereck) (jeweils zwei benachbarte Seiten gleich lang; achsensymmetrisch)
IV: Parallelogramm (jeweils zwei Seiten parallel / gleich lang (äquivalent!); punktsymmetrisch)
V: Rechteck (nur rechte Winkel; zwei Symmetrieachsen, punktsymmetrisch)
VI: Raute (alle vier Seiten gleich lang; zwei Symmetrieachsen, punktsymmetrisch)
VII: Quadrat (alle vier Seiten gleich lang, drei rechte Winkel; vier Symmetrieachsen, punktsymmetrisch)

Pfeile bedeuten „ist auch ein“

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2, S. 150)

7) a) 30 000 dm^2; 3 a;   80 000 m^2; 8 ha;   20 000 a; 2 km^2;   150 000 cm^2; 15 m^2;   90 000 mm^2; 9 dm^2;
1 500 000 m^2; 150 ha;   5 360 000 dm^2; 536 a;   100 000 000 cm^2; 10 000 m^2
b) 17 000 m^2; 1,7 ha;   85 000 dm^2; 8,5 a;   158 000 a; 15,8 km^2;   93 000 cm^2; 9,3 m^2;   5000 m^2; 0,5 ha;
2000 a; 0,2 km^2;   1000 cm^2; 0,1 m^2;   7000 mm^2; 0,7 dm^2;   11 000 dm^2; 1,1 a;   600 dm^2; 0,06 a
c) 16 800 dm^2; 1,68 a;   121 800 cm^2; 12,18 m^2;   201 500 a; 20,15 km^2;   87 500 m^2; 8,75 ha;
31 600 mm^2; 3,16 dm^2;   211 600 mm^2; 21,16 dm^2;   2500 cm^2; 0,25 m^2;   800 m^2; 0,08 ha;
400 mm^2; 0,04 dm^2;   700 dm^2; 0,07 a
d) 1450 m^2; 0,145 ha;   40 a; 0,004 km^2;   135 dm^2; 0,0135 a;   70 mm^2; 0,007 dm^2;
345,5 a; 0,03455 km^2;   80 dm^2; 0,008 a;   0,6 cm^2; 0,00006 m^2;   10 dm^2; 0,001 a;   50 mm^2; 0,005 dm^2
e) 50 dm^2; 0,005 a;   75 a; 0,0075 km^2;   20 cm^2; 0,002 m^2;   75 mm^2; 0,0075 dm^2;   80 a; 0,008 km^2;
150 m^2; 0,015 ha;   225 dm^2; 0,025 a;   170 m^2; 0,017 ha;   390 a; 0,039 km^2;   160 dm^2; 0,016 a;
460 cm^2; 0,046 m^2
f) $33\frac{1}{3}\,dm^2$; $\frac{1}{300}\,a$; $66\frac{2}{3}\,a$; $\frac{1}{150}\,km^2$; $133\frac{1}{3}\,cm^2$; $\frac{1}{75}\,m^2$; $16\frac{2}{3}\,m^2$; $\frac{1}{600}\,ha$; $183\frac{1}{3}\,mm^2$; $\frac{11}{600}\,dm^2$;
$71\frac{3}{7}\,dm^2$; $\frac{1}{140}\,a$; $233\frac{1}{3}\,a$; $\frac{7}{300}\,km^2$;   625 m^2; 0,0625 ha;   760 dm^2; 0,076 a; $266\frac{2}{3}\,cm^2$; $\frac{2}{75}\,m^2$
g) $100\sqrt{2}\,mm^2$; $\frac{\sqrt{2}}{100}\,dm^2$; $100\sqrt{3}\,dm^2$; $\frac{\sqrt{3}}{100}\,a$; $200\sqrt{5}\,cm^2$; $\frac{\sqrt{5}}{50}\,m^2$; $50\sqrt{2}\,mm^2$; $\frac{\sqrt{2}}{200}\,dm^2$;
$66\frac{2}{3}\sqrt{10}\,dm^2$; $\frac{\sqrt{10}}{150}\,a$; $250\sqrt{6}\,mm^2$; $0{,}025\sqrt{6}\,dm^2$; $300\sqrt{15}\,cm^2$; $\frac{3}{100}\sqrt{15}\,m^2$; $400\sqrt{8}\,dm^2$; $\frac{\sqrt{8}}{25}\,a$

Lösungen V.2

8) a) 9,50(4) DM   b) 30 m^2

9) a) 2,04 m^2 b) 5,8 m

10) a) 5,12 m^2; 14,4 m   b) $10{,}54\overline{6}$ ha; $4{,}7570\overline{6}$ km   c) 60 m; 154 m   d) 40 cm; 105 cm
e) 14 cm; 355,6 cm^2 f) 5,83 m; 3,6146 m^2 g) 4 cm^2; $6\sqrt{2}\,cm \approx 8{,}49\,cm$
h) $9\sqrt{3}\,cm \approx 15{,}59\,cm$; $20\sqrt{3}\,cm \approx 34{,}64\,cm$

Lösungen V.3

(*Reihenfolge auf Blatt geändert!!! in Klammern jeweils: Lambacher-Schweizer Geometrie 2)*

1) a) 31,5 cm^2 b) 4,2 dm^2 c) 4,23 m^2 d) 210 cm^2 (*153/3*)

2) ($e \approx 6{,}82$ cm; $f \approx 15{,}01$ cm) A = 40 cm^2 (($e \approx 6{,}10$ cm; $f \approx 10{,}43$ cm) A = 16 cm^2)   (*176/3*)

3) a) $40\sqrt{3}\,cm^2 \approx 69{,}28\,cm^2$ b) $\approx 73{,}72\,m^2$ (*292/9*)

6) a) 5,4 cm   (*153/10*)

Lösungen V.4

4) a) 15,84 cm^2 b) 98,9 cm^2 c) 218,05 m^2 d) 5,16 dm^2 (*153/5*)

5) a) 6,3 cm^2 b) 1,785 m^2 c) 2,21 dm^2 d) 175,5 a (*153/8*)

6) b) 4,5 cm (*153/10*)

7) a) h_c = 12 cm; A = 60 cm^2 b) h_a = 4 cm; A = 12 cm^2 c) $h_b = \sqrt{5}$ cm $\approx$ 2,2 cm; A = $2\sqrt{5}$ $cm^2 \approx$ 4,5 cm^2
d) $h_a = \sqrt{5{,}8}$ m $\approx$ 2,4 m; A = $2{,}4\sqrt{5{,}8}$ $m^2 \approx$ 5,8 m^2 (*163/8*)

8) 6 dm; 7,5 dm (*163/9*)

9) a) A = 16 cm^2; $h_c = \dfrac{8}{\sqrt{5}}$ cm $\approx$ 3,58 cm b) $c_b = \sqrt{3{,}2}$ cm $\approx$ 1,79 cm; $c_a = \sqrt{51{,}2}$ cm $\approx$ 7,16 cm (*163/15*)

10) a) h $\approx$ 51,7 m; A $\approx$ 1423 m^2 b) h $\approx$ 29,8 m; A $\approx$ 1011 m^2 c) h $\approx$ 45,3 m; A $\approx$ 2829 m^2
d) h $\approx$ 5,87 m; A $\approx$ 28,63 m^2 e) h $\approx$ 59,4 m; A $\approx$ 1625 m^2 (*LS 292/8*)

11) a)13,5 b) 26,5 c) 9 d) 10,5 (*LS 153/7*) 12) a) 17,5 b) 9 c) 21 d) 10 (*LS 153/6*)

13) a) $\alpha = 90°$; A = 54 cm^2 b) $\alpha \approx 32{,}2°$; A $\approx$ 4590 m^2 (*301/7*)

14) (*170/39*)
a) $h^2 = (b + p)(b - p)$ folgt aus $h^2 + p^2 = b^2$ mit 3. binomischer Formel rückwärts; p einsetzen:
$h^2 = \left(b + \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2c}\right)\left(b - \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2c}\right)$; mit 2c multiplizieren (1. Klammer), dann noch mal (2.):
$4c^2h^2 = (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2) = ((b^2 + 2bc + c^2) - a^2)(a^2 - (b^2 - 2bc + c^2))$
mit der 1. und der 2. binomischen Formel, jeweils rückwärts, ergibt sich die Behauptung
b) $A = 0{,}5\ c\ h = \dfrac{1}{4}\sqrt{4c^2h^2} = \dfrac{1}{4}\sqrt{[a^2-(b-c)^2][(b+c)^2-a^2]} = \sqrt{\dfrac{a^2-(b-c)^2}{4}\,\dfrac{(b+c)^2-a^2}{4}}$
mit der 3. binomischen Formel rückwärts (jeweils in beiden Zählern) gibt das:
$A = \sqrt{\dfrac{(a+(b-c))\cdot(a-(b-c))}{4}\,\dfrac{((b+c)+a)\cdot((b+c)-a)}{4}} = \sqrt{\dfrac{a+b-c}{2}\,\dfrac{a-b+c}{2}\,\dfrac{a+b+c}{2}\,\dfrac{-a+b+c}{2}}$
mit dem angegebenen s kann das dann so geschrieben werden wie behauptet
c) A $\approx$ 15 cm^2 d) Viereck ist durch Seitenlängen nicht eindeutig festgelegt

Lösungen V.5

(*Reihenfolge auf Blatt geändert!!! in Klammern jeweils: Lambacher-Schweizer Geometrie 2)*

1) e $\approx$ 5,18 cm; f $\approx$ 6,87 cm (*314/7*) 2) $\beta \approx 92{,}1°$; $\gamma \approx 63{,}8°$; e $\approx$ 6,13 cm; f $\approx$ 7,0 cm (*314/8*)

Lösungen V.6

3) a) 202,5 cm^2 b) 0,78 m^2 c) 26,75 dm^2 d) 399 a e) 7,125 dm^2 f) 7,95 dm^2 (*157/4*)

4) a) (d $\approx$ 3,61 cm; e $\approx$ 6,71 cm; f $\approx$ 8,54 cm) A=21 cm^2 b) (b $\approx$ 4,1 cm; e $\approx$ 8,2 cm; f $\approx$ 6,2 cm) A=23,8 cm^2
(*176/4, vgl. IV.3*)

5) a) h $\approx$ 2,87 cm; A $\approx$ 14,77 cm^2 b) h $\approx$ 3,62 cm; A $\approx$ 16,30 cm^2 c) A = 11,055 cm^2
d) c $\approx$ 2,94 cm; A $\approx$ 16,96 cm^2 (*157/5*)

6) a) d ≈ 2,89 cm; $\beta \approx 43{,}4°$; $\gamma \approx 136{,}6°$; $\delta = 108°$; A ≈ 13,14 cm^2 (*314/5*)
b) c ≈ 2,60 m; d ≈ 2,70 m; $\gamma = 75°$; $\delta = 140°$; A ≈ 5,91 m^2
c) $\alpha \approx 169{,}1°$; $\beta \approx 149{,}2°$; $\gamma \approx 30{,}8°$; $\delta \approx 10{,}9°$; A ≈ 5,02 m^2
d) $\alpha \approx 73{,}05°$; $\beta \approx 54{,}4°$; $\gamma \approx 125{,}6°$; $\delta \approx 106{,}95°$; A ≈ 22,83 ha

7) a) 28 b) 16 c) 27,5 d) 38,5 (*157/6*) 8) a) 22,5 b) 52 c) 57 d) 45 (*157/7*)

9) 1) etwa 9 cm^2 2) etwa 10 cm^2 (*157/8*)

Lösungen V.7

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 165; vgl. IV.3!)
5) a) $\frac{\sqrt{3}}{36}\,m^2 \approx 0{,}048\,m^2$ b) $\frac{6}{\sqrt{\sqrt{3}}}\,m = 2\sqrt{3\sqrt{3}} \approx 4{,}56\,m$

6) b) $3\sqrt{3}\,cm \approx 5{,}20\,cm$ c) $r_{Inkreis} = \frac{2}{3}h$ (Höhe = Seitenhalb.)➔ $a_{Dreieck} = \sqrt{3}\,r$ ➔ $A_{Dreieck} = \frac{3}{4}\sqrt{3}\,a^2$ $= \frac{1}{2}A_{Sechseck}$; zeichnerisch: Dreiecksseiten halbieren jeweils die 6 gleichseitigen Dreiecke des Sechsecks
7) a) $A = 2\sqrt{3}\,r^2$; $u = 4\sqrt{3}\,r$ b) Umfang: etwa 15,5% größer; Flächeninhalt: $33,\overline{3}$% größer
8) $A = 2\sqrt{2}\,r^2$; $u = 8\sqrt{2-\sqrt{2}}\,r$

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 211)
15) a) Mit Hilfe der Winkelgesetze und der Beziehungen im gleichschenkligen Dreieck zeigt man zunächst, dass $\overline{AD} = \overline{CS} = s$ gilt. Die Dreiecke ABC und ABD sind ähnlich ➔ $\frac{s}{r-s} = \frac{r}{s}$
Lösen dieser Bruchgleichung führt mit Hilfe der Mitternachtsformel und der zusätzlichen Bedingung, dass s > 0 sein muss, auf die angegebene Formel $s = \frac{r}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)$
b) mit Hilfe des Satzes von Pythagoras folgt: $x = \frac{\sqrt{5}}{2}r$ und damit $s = \frac{r}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)$
Konstruktionsbeschreibung für das regelmäßige Zehneck:
1) Zeichne eine Strecke [AB] der Länge 5 cm; halbiere diese; errichte in B das Lot; trage auf dem Lot von B aus die Hälfte von $\overline{AB}$ ab ➔ Punkt C; zeichne [AC] ein; Kreis um C mit Radius $\overline{CB}$ schneidet [AC] in D; (Kreis um A mit Radius $\overline{AD}$ schneidet [AB] in E;) dann ist $s = \overline{AE} = \overline{AD}$.
2) Zeichne einen Kreis mit Radius 5 cm; trage darauf 10 mal seine Sehne der Länge s ab.

Lösungen V.8

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 250)
4) a) 0,14159; 4,5% b) 0,01890; 0,6% c) –0,00126; 0,04% bzw. 0,00075; 0,02%
d) 0,00007; 0,002% e) 0,02069; 0,66% f) 0,00005; 0,0015%
(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 245)
4) a) ≈ 37,7 cm b) ≈ 11,3 dm c) ≈ 4,4 m d) ≈ 4,2 m

6) a) ≈ 0,16 m b) ≈ 0,89 dm c) ≈ 0,11 m d) ≈ 0,13 dm

10) a) ≈ 398 b) ≈ 199mal pro Pedal 11) ≈ 14,7 mal pro Sekunde

12) a) ≈ 6366 km b) 20 000 km 15) $r' = r + \frac{1}{2\pi}\,m \approx r + 15{,}9\,cm$ 16) $\pi \approx 3$

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 243)
3) a) $\approx 72{,}4\ \text{cm}^2$ b) $\approx 177\ \text{dm}^2$ c) $\approx 10{,}8\ \text{dm}^2$ d) $\approx 1{,}4\ \text{m}^2$

4) a) $\approx 982\ \text{cm}^2$ b) $\approx 22{,}1\ \text{dm}^2$ c) $\approx 0{,}664\ \text{m}^2$ d) $\approx 1{,}09\ \text{m}^2$

5) a) $\approx 0{,}56$ m; $\approx 1{,}12$ m b) $\approx 0{,}62$ dm; $\approx 1{,}24$ dm c) $\approx 4{,}4$ cm; $\approx 8{,}8$ cm d) $\approx 5{,}0$ m; $\approx 10{,}0$ m

8 und 9) $1 - \frac{\pi}{4} \approx 21{,}5\%$

11) $\approx 0{,}43\ \text{m}^2$ bzw. $\approx 27{,}5\%$

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 245)

7) a) $\approx 0{,}0796\ \text{m}^2$ ($\approx 0{,}458\ \text{dm}^2$; $\approx 0{,}00884\ \text{m}^2$) b) $A = \frac{u^2}{4\pi}$

8) a) $\approx 3{,}54$ m ($\approx 5{,}60$ dm; $\approx 21{,}26$ cm; $\approx 13{,}96$ dm; $\approx 35{,}45$ m) b) $u = \sqrt{4\pi A}$

9) $r = 2$; $u = A = 4\pi$

<u>Lösungen V.9</u>

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 243)

6) $12\pi\ \text{cm}^2 \approx 37{,}7\ \text{cm}^2$ bzw. $12{,}875\pi\ \text{cm}^2 \approx 40{,}4\ \text{cm}^2$

7) a) $r' = \frac{10}{\sqrt{2}}\ \text{cm} = 5\sqrt{2}\ \text{cm} \approx 7{,}07$ cm

14) $r' = \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} r \approx 0{,}577r$

15) $A = 204{,}75\pi\ \text{cm}^2 \approx 643\ \text{cm}^2$

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 293)
9) $\approx$ 74 cm 10) 4000 rote, etwa 2283 gelbe

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 246)
3) a) $\approx 1{,}55$ m b) $\approx 0{,}94$ dm c) $\approx 15{,}36$ cm

4) a) $\approx 63{,}7°$ b) $\approx 40{,}9°$ c) $\approx 327{,}4°$

5) 3,93 cm (3,14 cm) 6) $\approx 2{,}58 \cdot 10^6$ km; $\approx 7{,}85 \cdot 10^7$ km; $\approx 9{,}42 \cdot 10^8$ km 7) $\approx 27\,900$ km; $\approx 7{,}7$ km/s

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 252)
14) ≈ 3100 km

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 247f)
10) a) $\frac{\pi}{10}$ b) $\frac{5}{12}\pi$ c) $\frac{2}{3}\pi$ d) $\frac{3}{4}\pi$ e) $\frac{5}{4}\pi$ f) $\frac{7}{4}\pi$ g) $\frac{11}{6}\pi$ h) $\frac{23}{12}\pi$

11) a) 18° b) 36° c) 22,5° d) 225° e) 120° f) 315° g) 150° h) 288° i) $\approx 47{,}0°$
j) $\approx 57{,}3°$ k) $\approx 71{,}6°$ l) $\approx 162{,}1°$ m) $\approx 171{,}9°$ n) $\approx 200{,}5°$ o) $\approx 257{,}8°$ p) $\approx 355{,}2°$

12) $\frac{\pi}{12} \approx 0{,}2618$; $\frac{\pi}{6} \approx 0{,}5236$; $\frac{\pi}{4} \approx 0{,}7854$; $\frac{\pi}{3} \approx 1{,}0472$; $\frac{5}{12}\pi \approx 1{,}3090$; $\frac{\pi}{2} \approx 1{,}5708$;

$\frac{7}{12}\pi \approx 1{,}8326$; $\frac{2}{3}\pi \approx 2{,}0944$; $\frac{3}{4}\pi \approx 2{,}3562$; $\frac{5}{6}\pi \approx 2{,}6180$; $\frac{11}{12}\pi \approx 2{,}8798$

15) a) b $\approx$ 1,05 cm; A $\approx$ 1,05 cm^2 b) $\alpha \approx 71,6°$; A = 14,4 m^2 c) $\alpha \approx 103,1°$; A = 22,5 dm^2
d) b = 20 cm; $\alpha \approx 143,2°$ e) r $\approx$ 6,56 cm; b $\approx$ 4,58 cm f) r $\approx$ 3,03 m; b $\approx$ 2,64 m
g) r = $10\frac{2}{3}$ m; $\alpha \approx 16,1°$

16) 6 m (39,6 cm)

17) Landfläche gesamt: 150 Millionen km^2; damit:
Asien: 105,6°; Amerika: 100,8°; Afrika: 72°; Europa: 26,4°; Australien: 21,6°; Antarktis: 33,6°

18) $A = \left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 9\ \text{cm}^2 \approx 11,06\ \text{cm}^2$

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 293)
20) die Flächeninhalte der Kreissegmente ergeben sich jeweils als Flächeninhalt des Kreissektors minus dem Flächeninhalt eines gleichschenkligen Dreiecks mit Spitzenwinkel α, Schenkellänge r und Basislänge s; aus $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} r^2 \sin\alpha$, $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{2r}$ und $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha)$ folgt:

$A_{Dreieck} = \frac{s^2}{4}\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$ und $A_{Sektor} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot \frac{s^2}{2(1-\cos\alpha)}$ ➔ $A_{Segment} = \frac{s^2}{1-\cos\alpha}\left(\frac{\alpha}{360°} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\sin\alpha}{4}\right)$

damit ergibt sich für die beiden Segmente: $\approx$ 28 775 mm^2 bzw. $\approx$ 46 745 mm^2, also gesamt: A $\approx$ 7,55 dm^2

Lösungen zu V.10

(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 293)
1) a) A = 2,25π cm^2 $\approx$ 7,07 cm^2; u = 6π cm $\approx$ 18,85 cm d) A = a^2; u = $(2 + \sqrt{2})\pi$a $\approx$ 10,73a
b) $A = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) a^2 \approx 0,215a^2$; u = $(\pi + 2)$a $\approx$ 5,14a c) $A = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) a^2 \approx 0,57a^2$; u = πa $\approx$ 3,14a

2) a) A = 0,5π cm^2 $\approx$ 1,57 cm^2; u = $(\pi + 2)$ cm $\approx$ 5,14 cm b) $A = \frac{1}{2} a^2$; u = πa $\approx$ 3,14a
c) $A = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) a^2 \approx 0,57a^2$; u = 2$\pi$a $\approx$ 6,28a

3) $A = \frac{1}{2} ab = A_{Dreieck}$

4) a) $A = \left(\frac{19}{12}\pi - \sqrt{3}\right) a^2 \approx 3,24a^2$; $u = \frac{7}{3}\pi a \approx 7,33a$ b) $A = \frac{\pi - \sqrt{3}}{2} a^2 \approx 0,705a^2$; u = πa $\approx$ 3,14a
c) $A = \left((3 - \sqrt{2})\pi - 1\right) a^2 \approx 3,98a^2$; $u = \left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\pi a \approx 6,74a$
d) $A = \left(\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3} - 3\right) a^2 \approx 0,826a^2$; $u = \frac{4}{3}\pi a \approx 4,188a$

5) a) $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = ... = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$ (mit Satz von Pythagoras)
b) $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{b}{2} > \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{c}{2}$ (mit Dreiecksungleichung)

6) $\overline{CD}^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ➔ $\overline{CD}^2 = \frac{2}{9}a^2$ ➔ $A_{Kreis} = \frac{1}{18}\pi a^2$

$$A_{\text{Schustermesser}} = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{6}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{3}\right)^2 = \ldots = \frac{1}{18}\pi\, a^2 = A_{\text{Kreis}}$$