Lösungen IV.1

(Stark 7 S. 162ff)

a) gleichschenklig

101) a) (1) $\alpha = \beta = 61{,}75°$ (2) $\beta = 72{,}8°$; $\gamma = 34{,}4°$ (3) $\alpha = 33°24'$; $\gamma = 113°12'$
(4) $\alpha = \beta = (180° - \gamma)/2$ b) 79,6° und 20,8° oder 50,2° und 50,2° c) $\alpha = \beta = 64°$; $\gamma = 52°$
d) gleichschenklig; zwei gleich große Winkel

102) $\beta = 54{,}8°$; $\gamma = 70{,}4°$ 106) a) 65° b) 65° (115°?) d) 57,5°

107) a) $\alpha = \gamma_1$, $\delta = \gamma_2$ (ABC, BDC sind gleichschenklig)
damit: $\varepsilon' = 180° - 2\gamma_1$ (Winkelsumme Dreieck ABC) ➔ $\varepsilon = 2\gamma_1$ (Nebenwinkel) ➔
$\gamma_2 = (180° - 2\gamma_1) / 2 = 90° - \gamma_1$ (Winkelsumme Dreieck BDC) ➔ $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = 90°$
b) $\varepsilon = 2\alpha$; $\delta = 90° - \alpha$

111) Innenwinkel im inneren Fünfeck: 108° ➔ Basiswinkel in einem der gleichschenkligen Dreiecke: 72° ➔ Winkel an Spitze: 36° ➔ Winkelsumme: 180°

b) gleichseitig

103) a) z. B.: 90°-Winkel konstruieren (Lot), 60°-Winkel konstruieren (gleichseitiges Dreieck), beide addieren ➔ der Nebenwinkel ist 30°; diesen halbieren
b) z. B. 90°-Winkel zweimal halbieren, Ergebnis vom Winkel in (a) subtrahieren; oder: zwei 60°-Winkel plus ein viertel 90°-Winkel; oder: 180° minus 60° plus ein viertel von 90°

104) a) z. B. 90° plus 60°, zweimal halbieren b) 60°

105) 6 gleichseitige Dreiecke ➔ alle 6 Seiten gleich lang, alle 6 Winkel gleich groß ➔ regelm. Sechseck

c) rechtwinklig

113) Thaleskreis über [AB] geht durch C 114) $\alpha = 65°$; $\beta = 25°$

115) a) $\alpha = \beta = 45°$ b) α (oder β) = 30°

116) a) Spiegeln an längerer Kathete ➔ gleichseitiges Dreieck
b) gleichschenklig ➔ Höhe ist Mittelsenkrechte; C liegt auf Thaleskreis ➔ Höhe ist doppelt so lang wie Grundseite; aus beidem zusammen folgt Behauptung (Skizze!)

118) a) allgemein: $\delta = 45° - \gamma / 4$; hier: 35° b) 60° *(oder mit Thaleskreis begründen!)*

Stark 8 S. 173/76) vom Standpunkt der Maus aus Tangente an Kreis; Weg: längs Tangente und Kreis

Stark 8 S. 176/82) a) Kreis um P mit Radius 5 cm schneidet Schenkel in Berührpunkten (gleichseitiges Dreieck); Lote in Berührpunkten schneiden sich und Winkelhalbierende in Mittelpunkt (oder: Parallelen zu Winkelhalbierende im Abstand 2,5 cm schneiden Schenkel in Berührpunkten)
b) Lot auf Winkelhalbierende in Q
(c) nicht auf Übungsblatt)

Lösungen IV.2

(Stark 7 S. 151ff)

71) a) Schnittpunkt der Mittelsenkrechten b) Schnittpunkt der Winkelhalbierenden

c) (1) Schnittpunkt der Seitenhalbierenden (2) im Gleichgewicht
75) Schnittpunkt der Winkelhalbierenden; etwa: I(3,05|–0,60)

76) a) Kreise um zwei beliebige Punkte von a durch B schneiden sich in B'; etwa: B(8,3|2,3)
b) Grundkonstruktion c) Schnittpunkt von a mit einer anderen Mittelsenkrechten von ABB'
d) Verbindung von Punkt und Spiegelpunkt steht immer senkrecht auf Spiegelachse

77) Winkel BAW (im Uhrzeigersinn) und WBA (dagegen) verdoppeln; C: Schnitt der freien Schenkel

Lösungen IV.3

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 162f:

3) $r^2 + s^2 = t^2$; $v^2 + w^2 = u^2$; $b^2 + c^2 = a^2$; $x^2 + z^2 = y^2$; $a^2 + c^2 = b^2$

4) $x = \sqrt{89} \approx 9{,}4$; $y = \sqrt{85} \approx 9{,}2$; $z = \sqrt{125} \approx 11{,}2$; $u = \sqrt{1241} \approx 35{,}2$; $v = \sqrt{80} \approx 8{,}9$

5) a) 41 b) 89 c) $\sqrt{208} \approx 14{,}4$ d) 7 e) 12 f) $\sqrt{45} = 3\sqrt{5} \approx 6{,}7$ g) 8 h) 72 i) $10\sqrt{3} \approx 17{,}3$

6) beide rechtwinklig: $28^2 + 45^2 = 53^2$; $0{,}48^2 + 2{,}86^2 = 2{,}90^2$

7) a) $s = \sqrt{22564}$ cm $\approx$ 150 cm ($\sqrt{0{,}85}$ m $\approx$ 92 cm) b) c = 24 cm ($2\sqrt{1924}$ cm $\approx$ 87,7 cm)
c) $h_c = \sqrt{63}$ cm $\approx$ 7,9 cm ($\sqrt{13{,}44}$ m $\approx$ 3,7 m) 11) a) 8 cm (1,45 m) b) 41,42 cm (2,53 m)

10) a) d = 25 cm b) $d_{Fenster} = \sqrt{3{,}4}$ m $\approx$ 1,84 m ➔ nein c) 20 cm – $\sqrt{157}$ cm $\approx$ 7,5 cm

12) a) 10 cm ($\sqrt{41{,}41}$ dm $\approx$ 6,44 dm) b) h_a = 12 cm; A = 252 cm^2 13) 13,5 m

14) 17,89 cm; 35,78 cm (12,65 cm; 37,95 cm)

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 176:

2) 6cm ($\sqrt{1{,}75}$ cm $\approx$ 1,32 cm) 3) e $\approx$ 6,82 cm; f $\approx$ 15,01 cm (e $\approx$ 6,10 cm; f $\approx$ 10,43 cm)

4) a) d $\approx$ 3,61 cm; e $\approx$ 6,71 cm; f $\approx$ 8,54 cm b) b $\approx$ 4,1 cm; e $\approx$ 8,2 cm; f $\approx$ 6,2 cm

6) s $\approx$ 5,81 cm (s $\approx$ 12,12 cm)

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 171:
40) $r_3 = \frac{6}{7}$ 41) a) h = 12 Fuß b) h = 4,55 Fuß 42) 22,5 bzw. 37,5 eln 43) h = 15 Ellen

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 178:
18) stures Rechnen, z. B. $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ usw.

19) a) z. B. mit 2. binomischer Formel linke Seite vereinfachen: $= x^4 + 2x^2y^2 + y^4$; mit 1. binomischer Formel rückwärts ➔ rechte Seite
b) $a = x^2 - y^2$; $b = 2xy$; $c = x^2 + y^2$
c) wählt man beliebige ganze Zahlen x und y (mit x > y), so ergeben sich mit den Formeln in (b) immer ganze Zahlen a, b, c; laut (a) erfüllen diese a, b, c dann immer auch die Bedingung $a^2 + b^2 = c^2$;
z. B. (8;6;10), (12;16;20), (24;10;26), (16;30;34), (32;24;40); da x und y beliebig sind: unendlich viele!

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 170:

38) $p^2 + h^2 = b^2 \Rightarrow h^2 = b^2 - p^2$ (I)
$q^2 + h^2 = a^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - q^2 = a^2 - (c - p)^2 = a^2 - c^2 + 2cp - p^2$ (II)
I und II gleichsetzen: $b^2 - p^2 = a^2 - c^2 + 2cp - p^2 \Rightarrow p = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$; $q = c - p = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c}$

Lösungen IV.4

1) a) $4\sqrt{2}$ cm $\approx 5{,}66$ cm ($1{,}5\sqrt{2}$ m $\approx 2{,}12$ m; 2 dm) b) $5\sqrt{3}$ cm $\approx 8{,}66$ cm; $25\sqrt{3}$ cm$^2 \approx 43{,}30$ cm^2
($1{,}125\sqrt{3}$ m $\approx 1{,}95$ m; 2,19 m^2; 3 dm; $3\sqrt{3}$ dm$^2 \approx 5{,}20$ dm^2)

2) a) $6\sqrt{2}$ cm $\approx 8{,}49$ cm b) $18\sqrt{3}$ cm $\approx 31{,}18$ cm (; $27\sqrt{3}$ cm$^2 \approx 46{,}77$ cm^2)

3) a) $\frac{\sqrt{3}}{36}$ m$^2 \approx 0{,}048$ m^2 b) $\frac{6}{\sqrt{\sqrt{3}}}$ m $= 2\sqrt{3\sqrt{3}} \approx 4{,}56$ m

4) a) 13,86 cm (4,62 cm) b) 11,2 cm; 10,2 cm; 5,4 cm; 11,4 cm

5) a) 13 cm b) 29 cm c) 85 cm d) $\approx 74{,}34$ cm

6) 84 cm (21 cm)

7) b) $3\sqrt{3}$ cm $\approx 5{,}20$ cm c) $r_{\text{Inkreis}} = \frac{2}{3}h$ (Höhe = Seitenhalb.) $\Rightarrow a_{\text{Dreieck}} = \sqrt{3}\,r \Rightarrow A_{\text{Dreieck}} = \frac{3}{4}\sqrt{3}\,a^2$
$= \frac{1}{2}A_{\text{Sechseck}}$; zeichnerisch: Dreiecksseiten halbieren jeweils die 6 gleichseitigen Dreiecke des Sechsecks

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 165:

8) $96\sqrt{3}$ cm$^2 \approx 166{,}3$ cm^2

9) a) $A = 2\sqrt{3}\,r^2$; $u = 4\sqrt{3}\,r$ b) Umfang: etwa 15,5% größer; Flächeninhalt: $33,\overline{3}$ % größer

10) $\overline{AS} = \sqrt{2+\sqrt{3}}\,a \approx 1{,}93$ a; Abstand: $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}}\,a \approx 0{,}26$ a

11) a) 5 b) 10 c) 13 d) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

12) 73312; 43351; 39816

13) g: $y = -x + 2$; ℓ: $y = x - 1$; F(1,5|0,5); d(P ;g) $= 1{,}5\sqrt{2} \approx 2{,}12$

Lösungen IV.5

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 287:

2) 13 cm; $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 2,4; $\frac{5}{13}$; $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{12}$

3)

a	b	h	p	h	q
b	a	p	h	q	h

4) a) Umkehrung Pythagoras: $3{,}3^2 + 5{,}6^2 = 6{,}5^2$ b) 0,5077; 0,8615; 0,5893; 0,8615; 0,5077; 1,6970

5) 0,9; 0,4; 2,5; 0,4; 0,9; 0,4

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 292f:
5) $c \approx 25{,}6$ m; $\alpha \approx 31{,}6°$; $\beta \approx 58{,}4°$

6) a) c= 6,5 cm; $\alpha \approx 67{,}4°$; $\beta \approx 22{,}6°$ b) $c \approx 456$ m; $\alpha \approx 37{,}9°$; $\beta \approx 52{,}1°$
c) $c \approx 42{,}2$ m; $\alpha \approx 35{,}9°$; $\beta \approx 54{,}1°$ d) $c \approx 59{,}6$ m; $b \approx 36{,}7$ m; $\alpha = 52°$
e) $a \approx 47$ m; $c \approx 53$ m; $\beta = 27{,}5°$ f) $b \approx 138$ m; $c \approx 183$ m; $\beta = 49°$
g) $a \approx 3{,}4$ km; $b \approx 5{,}4$ km; $\beta \approx 58°$ h) $b \approx 18{,}5$ m; $\alpha \approx 40{,}6°$; $\beta \approx 49{,}4°$
i) $a \approx 40{,}6$ m; $\alpha \approx 46{,}0°$; $\beta \approx 44{,}0°$

7) a) 6,4 cm; 3,6 cm; 4,8 cm b) $\approx 3{,}3$ m; $\approx 2{,}9$ m; $\approx 3{,}1$ m c) $\approx 13{,}3$ m; $\approx 3{,}8$ m; $\approx 7{,}1$ m
d) $\approx 1{,}1$ cm; $\approx 10{,}9$ cm; $\approx 3{,}5$ cm e) $\approx 8{,}1$ m; $\approx 6{,}4$ m; $\approx 7{,}2$ cm f) $\approx 22{,}6$ cm; $\approx 6{,}8$ cm; $\approx 12{,}3$ cm

8) a) $\beta = 62°$; $\gamma = 56°$; a = 58,6 m; $c \approx 55{,}0$ m b) $\alpha = \beta = 41°$; b = 45,2 m; $c \approx 68{,}2$ m
c) $\alpha = 36°$; $\gamma = 108°$; $a = b \approx 77{,}1$ m d) $\alpha = \beta = 50{,}25°$; $a = b \approx 7{,}63$ m
e) $\alpha = \beta \approx 65{,}3°$; $\gamma \approx 49{,}4°$; b = 65,4 m

10) 52,1° 11) 61,6° 12) 46,8° 13) a) 8,5° b) 12,4° c) 14,0° 14) $\approx 1{,}3$ cm

15) 21,9 m (34,6 m?) 16) $\approx 24{,}2°$; ≈ 877 m 17) $\approx 60{,}2$ m 18) $\approx 9{,}75$ m 19) $\approx 5{,}3$ cm

21) a) $\approx 54{,}7°$ b) $\approx 35{,}3°$ 22) 45°; $\approx 55{,}6°$; $\approx 64{,}9°$ 24) ≈ 303 N; 36,2° 25) ≈ 706 N

Zusammenhänge:
3) $\frac{4}{5}$ ($\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{5}}{3}$; 0,6; $\approx 0{,}9837$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{\frac{2}{3}}$) 4) $\frac{3}{5}$ ($\frac{12}{13}$; $\frac{2}{3}\sqrt{2}$; 0,8; $\approx 0{,}4359$; $\frac{\sqrt{23}}{5}$; $\frac{\sqrt{13}}{4}$)

5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{3}$ 6) a) $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$ b) $\frac{3}{7}\sqrt{7} \approx 1{,}1339$ ($\frac{\sqrt{3}}{3}$)

7) a) $\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$ b) $\frac{3}{14}\sqrt{21} \approx 0{,}9820$ 8) $\frac{2}{7}\sqrt{7} \approx 0{,}7559$

9) a) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \approx 0{,}9682$; $\tan\alpha = \frac{\sqrt{15}}{15} \approx 0{,}2582$ b) $\cos\alpha = \sqrt{0{,}51} \approx 0{,}7141$; $\tan\alpha \approx 0{,}9802$
c) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{18}}{5} \approx 0{,}8485$; $\tan\alpha = \frac{\sqrt{14}}{6} \approx 0{,}6236$ d) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0{,}7454$; $\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}1180$
e) $\sin\alpha = \sqrt{0{,}99} \approx 0{,}9950$; $\tan\alpha \approx 9{,}9499$ f) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}5774$; $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071$
g) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ h) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0{,}7454$; $\cos\alpha = \frac{2}{3}$
10) nachrechnen!

11) a) $\sin\alpha$ b) $\cos\alpha$ c) $\sin\alpha$ d) $\frac{1}{\sin\alpha}$ e) $\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1-\sin^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha} - \sin\alpha$
f) $1 + \tan^2\alpha$ g) $\sin\alpha$ h) $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$ i) $\frac{1}{\cos\alpha}$

15) a) benutze Definition des Tangens und trigonometrischen Pythagoras
b) benutze $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$ und (a)

Lösungen IV.6

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 295:

1) a) 0; 1; 0; –1 b) 1; 0; –1; 0 c) 0; 0

2) a) 15,0°; 165,0° b) 29,2°; 209,2° c) 24,3°; 335,7° d) 286,7°; 253,3° e) 172,3°; 187,7°
f) 131,8°; 311,8° g) 331,4°; 208,6° h) 94,9°; 265,1° i) 63,2°; 243,2°

Lösungen IV.7

a) Sinussatz
(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 299?)

3) a) der übliche... b) $\frac{c}{2} : s_c : b = \sin\gamma_2 : \sin\alpha : \sin(180° - \gamma_2 - \alpha)$

c) $\frac{c}{2} : a : s_c = \sin\gamma_1 : \sin(180° - \gamma_1 - \alpha) : \sin\beta$ d) $c : a_1 : w_\alpha = \sin(180° - \frac{\alpha}{2} - \beta) : \sin\frac{\alpha}{2} : \sin\beta$

e) $w_\alpha : a_2 : b = \sin\beta : \sin\frac{\alpha}{2} : \sin(180° - \frac{\alpha}{2} - \beta)$

5) a) $\alpha \approx 47{,}9°$; $\gamma \approx 62{,}1°$; $c \approx 5{,}4$ cm b) $\alpha \approx 19{,}8°$; $\beta \approx 135{,}2°$; $b \approx 8{,}3$ cm
c) $\gamma \approx 63{,}9°$; $\alpha \approx 36{,}1°$; $a \approx 4{,}1$ cm d) $\beta \approx 38{,}8°$; $\gamma \approx 31{,}2°$; $c \approx 4{,}1$ cm
e) $\gamma \approx 23{,}7°$; $\alpha \approx 14{,}8°$; $a \approx 3{,}7$ cm f) $\beta \approx 26{,}4°$; $\alpha \approx 54{,}6°$; $a \approx 6{,}6$ cm

6) a) $\beta \approx 64{,}7°$; $\gamma \approx 80{,}3°$; $c \approx 5{,}7$ cm oder $\beta \approx 115{,}3°$; $\gamma \approx 29{,}7°$; $c \approx 2{,}8$ cm
b) $\gamma \approx 81{,}2°$; $\alpha \approx 68{,}8°$; $a \approx 7{,}8$ cm oder $\gamma \approx 98{,}8°$; $\alpha \approx 51{,}2°$; $a \approx 6{,}5$ cm
c) $\alpha \approx 51{,}4°$; $\gamma \approx 95{,}1°$; $b \approx 10{,}8$ cm oder $\alpha \approx 128{,}6°$; $\gamma \approx 17{,}9°$; $b \approx 3{,}3$ cm
d) $\beta \approx 73{,}2°$; $\alpha \approx 56{,}8°$; $a \approx 6{,}1$ cm oder $\beta \approx 106{,}8°$; $\alpha \approx 23{,}2°$; $a \approx 2{,}9$ cm
e) $\alpha \approx 75{,}5°$; $\gamma \approx 50{,}5°$; $c \approx 5{,}3$ cm oder $\alpha \approx 104{,}5°$; $\gamma \approx 21{,}5°$; $c \approx 2{,}5$ cm
f) $\beta \approx 64{,}9°$; $\alpha \approx 66{,}1°$; $a \approx 6{,}1$ cm oder $\beta \approx 115{,}1°$; $\alpha \approx 15{,}9°$; $a \approx 1{,}8$ cm

9) a) $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin\beta = \frac{b}{c}$ b) folgt mit Winkelsumme im Dreieck und $\sin(180° - 2\alpha) = \sin 2\alpha$

b) Kosinussatz
(Lambacher-Schweizer Geometrie 2 S. 301?)

3) $q^2 = p^2 + r^2 - 2\,p\,r\cos\alpha$; $r^2 = p^2 + q^2 - 2\,p\,q\cos\beta$; $p^2 = q^2 + r^2 - 2\,q\,r\cos\gamma$

4) a) $\alpha \approx 41{,}4°$; $\beta \approx 55{,}8°$; $\gamma \approx 82{,}8°$ b) $\alpha \approx 26{,}4°$; $\beta \approx 117{,}3°$; $\gamma \approx 36{,}3°$
c) $\alpha \approx 102{,}4°$; $\beta \approx 31{,}4°$; $\gamma \approx 46{,}2°$ d) $\alpha \approx 64{,}1°$; $\beta \approx 71{,}7°$; $\gamma \approx 44{,}2°$

5) a) $b \approx 4{,}6$ cm; $\alpha \approx 70{,}9°$; $\gamma \approx 49{,}1°$ b) $a \approx 9{,}3$ cm; $\beta \approx 40{,}9°$; $\gamma \approx 19{,}1°$
c) $c \approx 73{,}1$ m; $\alpha \approx 37{,}6°$; $\beta \approx 64{,}9°$ d) $b \approx 427$ m; $\alpha \approx 31{,}1°$; $\gamma \approx 45{,}9°$

6) a) $g^2 = 2\,l^2\,(1 - \cos\gamma)$ und $\cos\alpha = \frac{g}{2l}$ b) $l \approx 5{,}10$ cm c) $g \approx 16{,}55$ m