

Lösungen III.1

1) a) gleich viele Schwimmer wie Nichtschwimmer b) doppelt so viele Schwimmer wie Nichtschwimmer („die Anzahl der Schwimmer ist zweimal die Anzahl der Nichtschwimmer“!)
c) zwei Schwimmer mehr als Nichtschwimmer d) wenn ein Nichtschwimmer fehlt, sind es doppelt so viele Schwimmer e) weniger Schwimmer als Nichtschwimmer f) mehr Schwimmer als dreifache Anzahl der Nichtschwimmer g) wenn es 3 Nichtschwimmer mehr wären, wären es immer noch mehr Schwimmer h) wenn es 3 Nichtschwimmer mehr wären, wären es mindestens genauso viele Schwimmer i) mindestens so viele Schwimmer wie die Hälfte der Nichtschwimmer

2) a) $k = m$ b) $k = 2m$ c) $k = m + 10$ d) z. B.: $m = 0,5 (k + m)$ e) z. B.: $m = 0,25 (k + m)$
f) z. B.: $m = 0,6 (k + m)$ g) $k + 2 = 2m$ h) $k = 3 (m - 1)$

3) a) $4a = 30$; $\mathbb{G} = \mathbb{N}$; keine Lösung b) $4p = 30 \text{ €}$; $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ (bzw. eigentlich $\{n/100 \mid n \in \mathbb{N}\}$); 7,50 €
c) $4a = 30 \text{ cm}$; $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$; $a = 7,5 \text{ cm}$

4) a) B; $x = 950$ b) F; $x = 20$ c) G; $x = 950$

5) $A \Leftrightarrow E \Leftrightarrow R \Leftrightarrow S \Leftrightarrow T \Leftrightarrow T \Leftrightarrow O$ (Toaster; $x = -2$); $A \Leftrightarrow L \Leftrightarrow S \Leftrightarrow A$ (Saal; $x = 2$);
 $E \Leftrightarrow I$ (Ei; $x = 0$); T zu keiner äquivalent ($x = 7$)

6) a) z. B. $x = 8$; $2x - 10 = 6$; $x - 6 = 2$; $x + 5 = 13$; $2x + 10 = 26$; $x - 8 = 0$; ...
b) z. B. $-x - 7 = -3$; $x + 9 = 5$; $x = -4$; c) z. B. $x = -3$; $4x - 10 = -22$; $(x + 3)^2 = 0$;
d) z. B. $x = -6$; $3x + 18 = 0$; $\frac{6}{x} = -1$;

7) $a + (b + c) = c + a + b = (a + b) + c = a + b + c$ (K- und A-Gesetz)
 $a + b - c = a - c + b = a + (b - c)$ (K- und A-Gesetz)
 $a - b + c = a - (b - c)$ (Minusklammer auflösen)
 $a - b - c = a - (b + c) = -b + a - c$ (K, A, Minusklammer)

8) a) - b) - c) 24 d) \mathbb{R} e) $\frac{1}{6}$ f) -1 g) 0 h) - i) 5 k) 11 l) 3 m) - n) \mathbb{R}
o) -4 p) -1 q) 2 r) 3; -2 s) -2; $-\frac{1}{3}$

Lösungen III.2

1) a) ja b) nein c) ja; ja d) ja 3) a) 0 b) -2,5 c) $\frac{1}{3}$ d) 2
2) a) $\mathbb{L} = \{-4\}$ b) $\mathbb{L} = \{-6\}$ c) $\mathbb{L} = \{-60\}$ d) $\mathbb{L} = \{0,84\}$ e) $\mathbb{L} = \{-\frac{7}{3}\}$ f) $\mathbb{L} = \{-\frac{1}{3}\}$
g) $\mathbb{L} = \{-\frac{17}{8}\}$ h) $\mathbb{L} = \{-\frac{5}{56}\}$ i) $\mathbb{L} = \{7\}$ j) $\mathbb{L} = \{\frac{39}{242}\}$
4) a) $x = -3,5 \rightarrow \mathbb{L} = \{\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{-3,5\}$ b) $x = 0 \rightarrow \mathbb{L} = \{0\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{0\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{0\}$
c) $x = -4 \rightarrow \mathbb{L} = \{-4\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{\}$ bzw. $\mathbb{L} = \{-4\}$ d) allgemeingültig $\rightarrow \mathbb{L} = \mathbb{Z}$ bzw. $\mathbb{L} = \mathbb{R}_0^+$ bzw. $\mathbb{L} = \mathbb{R}$

5) Stark 7 S. 160ff/87:

a) $\mathbb{L} = \{1\frac{32}{49}\}$ b) $\mathbb{L} = \{450\}$ c) $\mathbb{L} = \{-104\}$ d) $\mathbb{L} = \{-7\}$ e) $\mathbb{L} = \{42\}$ f) $\mathbb{L} = \{-3\}$

g) $\mathbb{L} = \{-60\}$ h) $\mathbb{L} = \{1\}$ i) $\mathbb{L} = \{-0,2\}$ j) $\mathbb{L} = \{-5\}$ k) $\mathbb{L} = \{2\frac{34}{37}\}$ l) $\mathbb{L} = \{0\}$ m) $\mathbb{L} = \{1\}$

6) Stark 7 S. 180ff/92:

a) $\mathbb{L} = \left\{ -\frac{4+b^2}{a} \right\}$ b) $\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{2} a^2 b^2 - ab^3 \right\}$ c) $\mathbb{L} = \{0; b^2\}$ d) $\mathbb{L} = \left\{ \frac{a^2 b^2}{ab+4} \right\}$

e) keine Lösung für $a = b$ und gleichzeitig $a \neq 1$; für $a = b = 1$: $\mathbb{L} = \mathbb{R}$; sonst: $\mathbb{L} = \left\{ \frac{ab(a+1)}{b-a} \right\}$

f) $\mathbb{L} = \left\{ -\frac{1+a}{a} \right\}$

Anwendungen:

1) $x = 36^\circ$ 5) $x = 1800 \text{ kg}$ 6) a) 15; 11; 13 b) 32; 34; 36 c) 37; 39; 41; 43; 45 7) $r = 47$; $w = 73$

2) a) $\beta_1 = \beta_2 = \delta_1 = \delta_2 = 120^\circ$; $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 60^\circ$ b) $\beta_1 = \beta_2 = \delta_1 = \delta_2 = 18^\circ$; $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 152^\circ$
c) $\beta_1 = \beta_2 = \delta_1 = \delta_2 = 135^\circ$; $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 45^\circ$ 3) a) $l = 10 \text{ cm}$ b) $O = 22 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm} \cdot l$

4) a) 147 € b) 105 € c) 551,25 € d) $334\overline{09}$ € e) 525 €

8) $f = 130$; $m = 390$ 9) $g = 175$; $n = 1225$ 10) $m = 11$; $j = 20$

Terme aufstellen:

1.1 $A = b(32 - b)$ 1.2 $V = 10x(10 - x)$ 1.3 $A = (a + b)^2 - b^2 = a^2 + 2ab = a^2 + 2a\sqrt{2}(5 - a)$

Gleichungen, die auf lineare Gleichungen führen:

Stark 7 S. 174ff/90:

a) $\mathbb{L} = \{-5; 3; 0\}$ b) $\mathbb{L} = \{-6; 0; \frac{1}{2}\}$ c) $\mathbb{L} = \{-1; 0\}$ d) $\mathbb{L} = \{0; 9\}$ e) $\mathbb{L} = \{-3; 2\}$ f) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$

Lösungen III.3

1) a) weniger Jungen als Mädchen b) höchstens so viele Jungen wie Mädchen c) höchstens so viele Jungen wie doppelte Anzahl der Mädchen d) wenn es 3 Mädchen mehr wären, wären es immer noch mehr Jungen e) mindestens so viele Jungen wie die Hälfte der Mädchen f) weniger Jungen als Mädchen, aber mehr als die Hälfte der Mädchen g) höchstens so viele Jungen wie 80% der Mädchen h) mindestens 34 Schüler

2) a) $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ bzw. $]-\infty; 5[$ b) a) $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ bzw. $]-\infty; 5[$ c) a) $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ bzw. $]-\infty; 5]$
d) $\{\}$ bzw. $\{\}$ e) \mathbb{N}_0 bzw. \mathbb{R} f) $\{5; 6; 7; \dots\} = \mathbb{N}_0 \setminus \{0; 1; 2; 3; 4\}$ bzw. $[5; \infty[$ g) $\{0; 1; 2; 3\}$ bzw. $]-\infty; 3]$
h) \mathbb{N}_0 bzw. $]-2; \infty[$ i) \mathbb{N}_0 bzw. $[-0,5; \infty[$ k) \mathbb{N}_0 bzw. \mathbb{R}_0^+ l) $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ bzw. $[-5; 5]$
m) $\{4; 5; 6; \dots\} = \mathbb{N}_0 \setminus \{0; 1; 2; 3\}$ bzw. $]-\infty; -4] \cup [4; \infty[= \mathbb{R} \setminus]-4; 4[$

3) a) $]-\infty; -4[$ b) $[-18; \infty[$ c) $]-\infty; -\frac{1}{3}]$ d) $]-5; \infty[$ e) $]-\infty; 11[$ f) \mathbb{R} g) $[-2,5; \infty[$ h) \mathbb{R}^-

i) $]-\infty; 6]$ k) $]-\infty; -1[$ l) $]\frac{33}{47}; \infty[$ m) $[-\frac{1}{3}; \infty[$

4) a) $]2,5; \infty[$ b) $]-\infty; 3]$ c) $]-\infty; 11[$ d) $]8; \infty[$

5) Stark 8 S. 144ff/29: a) $]22; \infty[$ b) $]-8; \infty[$ c) $[-12; \infty[$ d) $]-\infty; -2]$ e) $[15; \infty[$

6) Stark 8 S. 146f/30: a) $[-5; 7]$ b) $]2; 5]$ c) $[-4; -\frac{5}{3}]$ d) \mathbb{R}^- e) $]1; \infty[$

7) a) $x \leq 3 \text{ t}$ b) $x < 1,8 \text{ m}$ c) $x \geq 25 \text{ km/h}$ d) $x \leq 3,2 \text{ t}$ e) $x \leq 3,2 \text{ t}$ 8) $n \geq 5,5 \rightarrow$ mind. 6 Nächte

9) a) $x \leq 3,5$ bzw. $x \leq 6$ b) $x \leq 3$ bzw. $x \leq 10$ c) $x \leq 3$ bzw. $x \leq 6$ d) $x = 1$ e) $x = 1,2$

10) $x > 45,45 \rightarrow$ ab 46 Minuten

Lösungen III.4

1) Stark 7 S. 169ff/88:

a) $\mathbb{L} = \{\pm 1\frac{2}{3}\}$ b) $\mathbb{L} = \{\pm 2\frac{1}{3}\}$ c) $\mathbb{L} = \{-7; -1\}$ d) $\mathbb{L} = \{-13; 5\}$ e) $\mathbb{L} = \{5; 11\}$ f) $\mathbb{L} = \{-4\}$

2) Stark 7 S. 171ff/89:

a) $\mathbb{L} = \{\}$ b) $\mathbb{L} = \{-6; 2\}$ c) $\mathbb{L} = \{\}$ d) $\mathbb{L} = \{\}$ e) $\mathbb{L} = \{-2,5; 5,5\}$ f) $\mathbb{L} = \{-2; 14\}$

3) Stark 8 S. 172ff/36:

a) $\mathbb{L} = \{-23; 3\}$ b) $\mathbb{L} = \{1\}$ c) $\mathbb{L} = \{2\}$ d) $\mathbb{L} = \{\}$

Lösungen III.5

a) einfache Spezialfälle:

1) a) ± 8 b) ± 3 c) 0 d) $-$ e) $\pm 0,4$ f) $\pm \sqrt{2}$ g) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $-$ i) $\pm \sqrt{0,4}$ k) ± 4 l) ± 9

m) ± 11 n) $\pm 0,13$ o) $\pm \frac{1}{3}$ p) $\pm \frac{3}{4}$ q) $\pm \frac{4}{5}$ r) $\pm \sqrt{2}$ s) $\pm \sqrt{\sqrt{3}}$ t) $\pm \sqrt{5}$ u) $\pm \sqrt{20}$

2) a) ± 3 b) ± 7 c) ± 4 d) ± 5 e) $\pm \frac{2}{3}$ f) $\pm \frac{3}{4}$ g) $\pm 1,5$ h) $\pm 0,7$ i) ± 8 k) ± 7

l) $\pm 1,5$ m) $\pm \frac{1}{3}$ n) ± 4 o) $-$ p) $\pm \sqrt{0,4}$ q) $\pm \sqrt{0,9}$ r) $\pm \sqrt{168}$ s) ± 9 t) ± 3 u) $\pm 1,5$

v) ± 2 w) 0 x) 0 y) $-$

3) a) ± 4 b) ± 7 c) ± 25 d) ± 5 e) ± 3 f) ± 11 g) $\pm \sqrt{\frac{2}{3}}$ h) $-$ i) ± 2 k) $\pm \frac{8}{5}$ l) ± 5

m) 0 n) ± 4 o) ± 6 p) 0

4) 27 cm 5) 7,2 cm 6) 7 cm 7) 32 m bzw. 192 m 8) etwa 7,07 m

9) a) $0; -8$ b) $0; 8$ c) $0; -3$ d) $0; 5$ e) $0; -\frac{3}{2}$ f) $0; \frac{7}{3}$ g) $0; -\frac{3}{5}$ h) $0; \frac{3}{7}$ i) $0; 0,2$

k) $0; 1,8$ l) $0; 5,3$ m) $0; 9,7$ n) $0; -2a$ o) $0; -a$ p) $0; -\frac{c}{2}$ q) $0; \frac{a}{b}$

10) a) $0; -4$ b) $0; 5$ c) $0; \frac{8}{7}$ d) $0; -3; 3$

b) Die Lösungsformel:

11) a) $-5; -1$ b) $-9; 1$ c) $2; -\frac{2}{3}$ d) $6; -3,5$ e) $-3 \pm \sqrt{2}$ f) $-4; 5$ g) $6; -\frac{1}{2}$ h) $-7; 8$

i) $16; -3$ k) $2; -\frac{2}{3}$ (siehe c!) l) $-3,5; -1$ m) $2; \frac{5}{3}$ 12) a) $-2; 3$ b) $\frac{1}{3}; -\frac{2}{5}$ c) $4; -\frac{1}{4}$

13) a) $a = 1; b = -4; c = 3; 1; 3$ b) $a = 1; b = 3; c = 2; -1; -2$ c) $a = 1; b = 2; c = -8; 2; -4$
d) $a = 6; b = -13; c = 6; \frac{3}{2}; \frac{2}{3}$ e) $a = 30; b = 1; c = -1; \frac{1}{6}; -\frac{1}{5}$ f) $a = 30; b = -11; c = 3; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}$
g) $a = 4; b = 5; c = -6; \frac{3}{4}; -2$ h) $a = 15; b = -34; c = 15; \frac{5}{3}; \frac{3}{5}$

14) a) $a = 5; b = 2; c = -3; \frac{3}{5}; -1$ b) $a = 3; b = -14; c = 16; \frac{8}{3}; 2$ c) $a = 9; b = -10; c = 9; -$
d) $a = 1; b = 3; c = -4; -4; 1$ e) $a = 20; b = -12; c = 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{10}$ f) $a = 4; b = 16; c = 15; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}$
g) $a = 2; b = -15; c = -378; 18; -10,5$ h) $a = 1; b = -3; c = -40; -5; 8$

15) a) 1,6; 0,2 b) 0,5; 0,1 c) 0,3; -2,7 d) 0,3; 0,2 e) - f) 0,4 g) 0,3; -1,5 h) -0,9; 0,1 i) 1,1; -1,14

16) a) $2; \frac{1}{3}$ b) $5; -\frac{4}{3}$ c) $8; -\frac{12}{13}$ d) $\frac{5}{3}; \frac{1}{5}$ e) $\frac{7}{6}; 1$ f) $2; \frac{1}{3}$ (siehe a) g) $5; -\frac{4}{3}$ (siehe b)
h) $\frac{1}{2}; -\frac{5}{6}$

17) a) $5; -\frac{5}{2}$ b) $3; -9$ c) $5; \frac{1}{3}$ d) $3; -2,2$ e) $0; 6$ f) $-5; 2$ g) $2; -1$ h) $5; -\frac{55}{26}$

18) a) $3; 15$ b) $-8 \pm \sqrt{11}$ c) $6; -\frac{10}{3}$ d) $2; \frac{31}{28}$ e) $0; -\frac{23}{18}$ f) $\frac{1}{2}; -\frac{5}{36}$

19) a) $0; -9; 1$ b) $0; -7; 8$ c) $0; 6; -3,5$ d) $0; 2; -\frac{2}{3}$ (s. 11c,k) e) $0; -2; -\frac{1}{4}$ f) $0; \frac{1}{6}; -2\frac{1}{3}$

c) Lösbarkeit

20) a) $D = b^2 - 16 \rightarrow$ eine für $b = 4$ ($x = 2$) oder für $b = -4$ ($x = -2$); keine für $-4 < b < 4$; zwei sonst
 $(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 16}}{2})$

b) $D = 16 - 4c \rightarrow$ eine für $c = 4$ ($x = 2$); keine für $c > 4$; zwei sonst ($x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - c}$)

c) $D = 36 - 4a \rightarrow$ eine für $a = 9$ ($x = -\frac{1}{3}$); keine für $a > 9$; zwei für $a < 9, \neq 0$ ($x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - a}}{a}$); eine
für $a = 0$ ($x = -\frac{1}{6}$)

d) $D = 9b^2 \rightarrow$ eine für $b = 0$ ($x = 0$); zwei sonst ($x_{1,2} = \frac{-b \pm 3|b|}{2}$)

e) $D = 4c(c + 8) \rightarrow$ eine für $c = 0$ ($x = 0$) oder für $c = -8$ ($x = -8$); keine für $-8 < c < 0$; zwei sonst
 $(x_{1,2} = c \pm \sqrt{c(c + 8)})$

f) $D = c^2 + 2c + 25 = (c + 1)^2 + 24 \rightarrow$ immer zwei Lösungen ($x_{1,2} = \frac{c + 5 \pm \sqrt{c^2 + 2c + 25}}{2}$)

g) $D = 4a^2 \rightarrow$ immer zwei Lösungen für $a \neq 0$ ($x_{1,2} = \frac{-4a \pm 2|a|}{6a^2}$); sonst keine

h) $D = b(b + 4) \rightarrow$ eine für $b = 0$ ($x = 1$) oder für $b = -4$ ($x = -1$); keine für $-4 < b < 0$; zwei sonst

$$(x_{1,2} = \frac{b + 2 \pm \sqrt{b(b + 4)}}{2})$$

21) b) a, b, c ungerade $\rightarrow b^2$ ungerade, $4ac$ gerade $\rightarrow b^2 - 4ac$ ungerade \rightarrow wenn $b^2 - 4ac$ eine Quadratzahl wäre, dann wäre es das Quadrat einer ungeraden Zahl \rightarrow man könnte schreiben: $b^2 - 4ac = (b - 2n)^2$ mit einer natürlichen Zahl $n \rightarrow -4ac = -4nb + 4n^2 \rightarrow ac = n(b - n)$
 ac ist ungerade; $n(b - n)$ ist immer gerade \rightarrow Widerspruch

d) Zerlegung in Linearfaktoren:

22) a) $-2; -3$ b) $-10; -2$ c) $3; 3$

23) a) $b = -7; c = 10$ b) $b = 7; c = 10$ c) $b = -7; c = 0$ d) $b = -\frac{3}{14}; c = -\frac{1}{7}$ e) $b = \frac{4}{3}; c = \frac{4}{9}$

f) $b = -6p; c = 5p^2$ g) $b = -\sqrt{2} - \sqrt{3}; c = \sqrt{6}$ h) $b = 0; c = -5$ i) $b = -2\sqrt{7}; c = 7$

24) a) nein b) nein c) ja d) ja e) nein f) nein g) ja h) ja i) ja

25) a) $x_2 = -3; b = -4$ b) $x_2 = 2; b = 7$ c) $y_2 = -9; c = 18$ d) $z_2 = -2; b = 4$ e) $x_2 = -\frac{1}{2}; b = -1$

f) $x_2 = 1 + \sqrt{3}; c = -4$

26) a) $(x + 5)(x - 3)$ b) $(x - 7)(x + 2)$ c) $(x + 3)(x + 4)$ d) $(x + \frac{3}{2})(x + \frac{1}{2})$ e) $(y - \frac{1}{4})(y - \frac{1}{2})$

f) $(y - \frac{1}{2})^2$ g) $(z - 0,5)(z + 3)$ h) $(z - 0,7)(z + 0,8)$ i) $2(x + 1)(x - 1,5)$ k) $3(x - 2)(x + \frac{4}{3})$

l) $4(x - 1)(x + \frac{3}{4})$ m) $6(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3})$ n) $9(y + \frac{2}{3})^2$ o) $5(y - 1 - \sqrt{3})(y - 1 + \sqrt{3})$

p) $-2(x + \frac{1}{2})(x - 4)$ q) $-7(x - \frac{1}{7})(x - 3)$

27) zerlegbar, wenn $D = b^2 - 4ac \geq 0$

a) $-$ b) $(x - 2)(x + 5)$ c) $-$ d) $-$ e) $-$ f) $2(y - \frac{1 + \sqrt{3}}{2})(y - \frac{1 - \sqrt{3}}{2})$ g) $2(x - 1)(x + 2)$

h) $-3(z - \frac{7 + \sqrt{109}}{6})(z - \frac{7 - \sqrt{109}}{6})$

28) a) $2; -3; 5$ b) $(x - 1)(x + 4)(x - 7) = 0 \rightarrow x^3 - 4x^2 - 25x + 28 = 0$

c) $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3$

d) $p = -(x_1 + x_2 + x_3); q = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3; r = -x_1x_2x_3$

Anwendungen:

1) $64; 36$ 2) $\frac{4}{3}$ oder $-\frac{3}{4}$ ($\frac{5}{4}$ oder $-\frac{4}{5}$) 3) 32 und 33 oder -33 und -32 (47 und 48 oder -48 und -47)

4) 20 (24) 5) 8 und 32 oder -32 und -8 (7 und 63 oder -63 und -7) 6) 9

7) 8 und 9 oder -7 und -6 8) 1 mm 9) 20% 10) 20% 11) 20% 12) 25% 13) $0,7$ s

14) 2250 Umdrehungen pro Minute 15) Breite: $2,5$ m; Höhe: 5 m 16) Rabatt: 15% ; Skonto: 3%

- 17) 600 Stück; 1,10 DM pro Stück 18) a) 15; 55; 210; ... $\frac{n(n+1)}{2}$ b) $n = 87$
 19) a) 449 985 000 Verbindungen b) 1500 Anschlüsse 20) 23 21) $n(n+3) = (n+1)(n+2) \Leftrightarrow 0 = 2$

Lösungen III.6

- 1) a) $\mathbb{L} = \{\pm\sqrt[6]{20}\}$ b) $\mathbb{L} = \{\sqrt[5]{20}\}$ c) $\mathbb{L} = \{-\sqrt[5]{3}\}$ d) $\mathbb{L} = \{\}$
- 2) a) ± 5 b) -4 c) -7 d) -2 e) 3 f) $\sqrt[3]{10}$ g) $\sqrt[5]{6}$ h) $-\frac{1}{2}$ i) $-\frac{3}{2}$ j) $-0,5$ k) 10^{-1} l) $0,4$
- 3) a) $\frac{3}{2}$ b) $\pm 0,7$ c) $-0,3$
- 4) a) $\pm 3,16$ b) $1,72$ c) $\pm 3,67$ d) $\pm 2,08$ e) $-1,96$ f) $1,60$ g) $0,93$ h) $\pm 0,63$
- 5) a) $5; 1$ b) $3; -2$ c) $2; -4$ d) $-2; \frac{8}{3}$ e) 6 f) 4 g) $2,5$ h) 2 i) $1 \pm \sqrt{3}$ j) $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{5}$
 k) $\frac{2 - \sqrt[3]{10}}{3}$ l) $\frac{1 - \sqrt[3]{4}}{4}$
- 6) a) $\pm\sqrt{a}$ für $a \geq 0$, sonst keine Lösung b) $\sqrt[3]{a}$ für $a \geq 0$, $-\sqrt[3]{-a}$ für $a < 0$
 c) $\pm\sqrt{-t}$ für $t \leq 0$, sonst keine Lösung d) $\sqrt[3]{-c}$ für $c \leq 0$, $-\sqrt[3]{c}$ für $c > 0$
 e) $\pm t$ f) a g) $-k$ h) $\pm\sqrt[4]{k^2} = \pm\sqrt{|k|}$

Lösungen III.7

- 1) a) $\pm 2; \pm 3$ b) $\pm 2; \pm 5$ c) $\pm 3; \pm \frac{2}{3}$ d) $\pm \frac{2}{3}\sqrt{3}; -$ e) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}; -$ f) $\pm 0,4; -$
- 2) a) $\pm 7; \pm 3$ b) $\pm 6; \pm 5$ c) $\pm \frac{4}{3}; \pm \frac{7}{2}$ d) $\pm 4; \pm \frac{3}{2}$
- 3) a) $\pm 3; \pm \sqrt{2}$ b) $\pm \sqrt{2}; \pm \frac{1}{2}$ c) $\pm \sqrt{2}; \pm \sqrt{3}$ d) $\pm \sqrt{3}; \pm \frac{1}{3}$
- 4) a) $\pm \sqrt{13}; 0$ b) $\pm 1; \pm 4$ c) $11; -$ d) $\frac{1}{2}; -$ e) $15; -$

Lösungen III.8

- 1) a) $-1; -5; 4$ b) $2; -3; \frac{1}{2}$ c) $-1; \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$ d) $1; -6; 5$ e) $1; -1; 8$ f) $2; 5; 5$ g) $-1; 3; -5$
 h) $-1; -1; 5$ i) $1; -1; -5$ j) $2; -2; 6$ k) $1; -2; -3$ l) $-1; 2; 4$
- 2) a) $0; 2; -3; 4$ b) $0; -2; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}$ c) $0; -3; 2; 2$ d) $-1; -1$; keine weiteren Lösungen
 e) $1; \pm 2$; keine weiteren Lösungen f) $\pm 1; \pm \sqrt{2}$; keine weiteren Lösungen
 g) $\pm 1; \pm 1$; keine weiteren Lösungen

Lösungen III.9

1) a) -72 b) 25 c) 32 d) 100 e) 34 f) -6

2) a) $\mathbb{L} = \{2\}$ b) $\mathbb{L} = \{0\}$ c) $\mathbb{L} = \{10\}$ d) $\mathbb{L} = \{2\}$ e) $\mathbb{L} = \{0\}$ f) $\mathbb{L} = \{\}$ g) $\mathbb{L} = \{0\}$ h) $\mathbb{L} = \{9\}$

3) a) $\mathbb{L} = \{\frac{1}{3}\}$ b) $\mathbb{L} = \{6\}$ c) $\mathbb{L} = \{\frac{1}{2}\}$ d) $\mathbb{L} = \{12\}$ e) $\mathbb{L} = \{\}$ f) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ g) $\mathbb{L} = \{-2\}$

h) $\mathbb{L} = \{5\}$ i) $\mathbb{L} = \{6\}$ k) $\mathbb{L} = \{2\}$ l) $\mathbb{L} = \{3\}$ m) $\mathbb{L} = \{\frac{1}{3}\}$

4) a) $\mathbb{L} = \{\}$ b) $\mathbb{L} = \{-3\}$ c) $\mathbb{L} = \{\}$ d) $\mathbb{L} = \{\}$ e) $\mathbb{L} = \{\}$ f) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{0, -1\}$

5) a) 12 b) 5,6 c) 2 d) 2 e) -5 f) 9 g) 0 h) 0

6) a) 9; -1 b) $\frac{-7 \pm \sqrt{425}}{4} \approx 3,40; -6,90$ c) 1,2; 1

7) a) $\frac{20 \pm \sqrt{96}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{6}}{2} \approx 3,72; 1,28$ b) 7; 4,5 c) $\frac{12 \pm \sqrt{320}}{8} = \frac{3 \pm 2\sqrt{5}}{2} \approx 3,74; -0,74$

8) a) $\mathbb{L} = \{1\}$ b) $\mathbb{L} = \{\}$

9) a) $\mathbb{L} = \{0; -7\}$ b) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 5\}$

Anwendungen:

1) a) $h = \frac{2A}{g}$ b) $G = \frac{3V}{h}$ c) $h = \frac{2A}{a+c}$ d) $a_3 = \frac{a_1 F_1 - a_2 F_2}{F_3}$ e) $\ell = \frac{F + D \cdot \ell_0}{D} = \frac{F}{D} + \ell_0$

f) $a = \frac{2A - hc}{h} = \frac{2A}{h} - c$ g) $r = \frac{2bg}{b+g}$ h) $b = \frac{rg}{2g-r}$ i) $R_1 = \frac{U_1 R_2}{U - U_1}$

2) a) $H = 4ac + 4ab \rightarrow c = \frac{H}{4a} - b$ b) $S = 4ac + 4bc + 2ab \rightarrow c = \frac{S - 2ab}{4(a+b)}$; $a = \frac{S - 4bc}{2b + 4c}$

3) a) $b = \frac{A}{a}$ b) $O = 2ab + 2bc + 2ac = 2ab + (2a + 2b)c$ c) $c = \frac{O - 2ab}{2(a+b)}$

4) a) $x = 2$ b) $x = -9,5$ c) $x = \frac{22}{3}$ d) $x = 2$ 5) a) ??? b) $t = 30 \text{ s}$ 6) $x = \frac{4}{3}$ 7) $x = \frac{8}{3}$

8) a) $f = \frac{bg}{b+g}$ b) $f = 9 \text{ cm}$ c) $g = \frac{bf}{b-f}$ d) $g = 9,3 \text{ cm}$ 9) $v_1 = 90 \text{ km/h}$; $v_2 = 100 \text{ km/h}$

10) $v = 7 \text{ km/h}$ 11) $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ 12) $t_1 = 8 \text{ h}$; $t_2 = 9,6 \text{ h}$

Lösungen III.10

1) a) $\mathbb{L} =]-\infty; -5[\cup]3; \infty[$ b) $\mathbb{L} =]3; 7[$ c) $\mathbb{L} =]-\infty; -2] \cup]1; \infty[$ d) $\mathbb{L} = [-5, 3; 1, 8]$

e) $\mathbb{L} =]-3, 8; 0, 2[$ f) $\mathbb{L} =]-\infty; -2, 5[\cup]0, 6; \infty[$ g) $\mathbb{L} =]-\infty; 1[\cup]3; \infty[$ h) $\mathbb{L} =]-\infty; -\frac{5}{3} \cup]5; \infty[$

i) $\mathbb{L} =]-\frac{7}{3}; \frac{1}{2}[$

2) a) $\mathbb{L} =]3;4[$ b) $\mathbb{L} =]-\infty;-1[\cup]3;\infty[$ c) $\mathbb{L} = [-1;3]$ d) $\mathbb{L} =]-\infty;2] \cup [4;\infty[$ e) $\mathbb{L} = [-3;1]$
 f) $\mathbb{L} =]-\infty;-3[\cup]4;\infty[$ g) $\mathbb{L} =]2;3[$ h) $\mathbb{L} =]-\infty;0,8] \cup [2,2;\infty[$ i) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ k) $\mathbb{L} = \{\}$
 l) $\mathbb{L} = [0,6;4,8]$ m) $\mathbb{L} =]2;3[$ n) $\mathbb{L} =]-\infty;-4[\cup]-2;\infty[$ o) $\mathbb{L} =]\frac{7-\sqrt{97}}{2}; \frac{7+\sqrt{97}}{2}[$
 p) $\mathbb{L} =]-\infty;-4] \cup [-2;\infty[$ (vgl. n) q) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{1,5\}$ r) $\mathbb{L} = [-4;1]$ s) $\mathbb{L} = [\frac{-18-\sqrt{279}}{2}; \frac{-18+\sqrt{279}}{2}]$

3) a) $\mathbb{L} = \{x \mid x > 5 \text{ oder } x < 1\}$ b) $\mathbb{L} = \{x \mid -10 < x < 2\}$ c) $\mathbb{L} = \{x \mid x \geq -3 \text{ oder } x \leq -6\}$
 d) $\mathbb{L} = \{x \mid -2,5 \leq x \leq 1\}$ e) $\mathbb{L} = \{z \mid z > 3 \text{ oder } z < -\frac{2}{3}\}$ f) $\mathbb{L} = \{u \mid u > 2 \text{ oder } u < \frac{5}{3}\}$
 g) $\mathbb{L} = \{x \mid -5 \leq x \leq 0,5\}$ h) $\mathbb{L} = \{y \mid y \geq -0,625 \text{ oder } y \leq -2,5\}$ i) $\mathbb{L} = \{z \mid -4 < z < \frac{1}{3}\}$

4) a) $\mathbb{L} =]-4;1[$ b) $\mathbb{L} =]-3;1[$ c) $\mathbb{L} =]-\infty;-2[\cup [6;\infty[$ d) $\mathbb{L} =]-4;-3]$ e) $\mathbb{L} =]-\infty;1] \cup [3;\infty[$
 f) $\mathbb{L} =]-8;-2,5[$ g) $\mathbb{L} =]0,30;1,5]$ h) $\mathbb{L} = [0,6;\infty[$ i) $\mathbb{L} = [40;\infty[$ k) $\mathbb{L} =]0;20]$

Lösungen III.11

1) a) $\lg 29 \approx 1,46$ b) $\lg 11 \approx 1,04$ c) $\lg 9 \approx 0,95$ d) $\lg 5 \approx 0,70$ e) $\lg 1 = 0$ f) $\lg 0,4 \approx -0,40$
 g) – h) – i) $\lg 2 \approx 0,30$ j) $\lg 0,6 \approx -0,22$ k) $\lg 0,5 \approx -0,30$ l) – m) $-\lg 0,8 \approx 0,10$
 n) $-\lg 2,5 \approx -0,40$ o) $-\frac{1}{2} \lg \frac{3}{4} \approx 0,06$ p) $-2 \lg 0,4 \approx 0,80$

2) a) 1,7925 b) 1,5546 c) -2,7221 d) -0,8038 e) 0,6151 f) -0,1965 g) -0,7553
 h) -0,0977 i) -0,3247 j) -2,3648 k) -0,4767 l) 3,7700

3) a) 1,7782 b) 0,2851 c) -0,3802 d) -3,0196

4) a) 0; 1 b) 2; 3 c) $\frac{1}{2}; 1$ d) $\frac{\lg 2}{\lg 3} \approx 0,6309$; k. w. Lsg. e) 0; -1 f) $\frac{\lg 3}{\lg 7} \approx 0,5646$; k. w. Lsg.

5) a) 0 b) 1 c) 0,5 d) -1 e) 100 f) 8 g) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ h) $\frac{a}{2}$

6) a) 3 b) 500,5 c) ± 8 d) 3 (; -2)

7) a) 104 b) $\frac{1-10^{0,8}}{3} \approx -1,77$ c) $\frac{\frac{1}{\sqrt{10}}+1}{2} \approx 0,66$ d) ± 32 e) $2^{1,4} \approx 2,64$ f) $2^{2,5} + 1 \approx 6,66$
 g) $1 - 3^{-0,3} \approx 0,28$ h) -312

8) a) 2; -2 b) -2; -3 c) $\frac{10^{0,75} - 2}{3} \approx 1,21$ d) 0,5 e) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ f) 0,5