Lösungen II.1

Termwerte berechnen:

1) a) $aab = a^2b$ b) $7a^2abb^3 = 7a^3b^4$ c) $2a + 3bc - 4d^2$ d) $2(a + 3bc) - (4d)^2 = 2a + 6bc - 16d^2$
e) $b(c+d) - 5aa^3 = bc + bd - 5a^4$ f) $b[c+d-5]aa^2 = a^3bc + a^3bd - 5a^3b$
g) $(a+b)^2c - 7a^2 = a^2c + 2abc + b^2c - 7a^2$ h) $3ab(2bc - d^2) = 6ab^2c - 3abd^2$

2) $T(2) = 64$; $T(4) = 316$; $T(-3) = 309$

3) $T(-2) = -86$; $T(-1) = 34$; $T(0) = -4$; $T(1) = \frac{16}{7}$; $T(2) = \frac{38}{17}$

4) $T(1;2) = 1$; $T(-1;2) = -7$; $T(0;-1) = -1$; $T\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$; $T\left(\frac{1}{3};0\right) = \frac{1}{9}$

5) $T(1;1) = 1$; $T(2;1) = 2$; $T(1;2) = 5$; $T(0;5) = 0$; $T(-1;5) = -29$; $T(0;1) = 0$; $T(-2;1) = -2$;
$T\left(\frac{1}{5};4\right) = \frac{2499}{625} = 3\frac{624}{625}$; $T\left(-\frac{1}{3};3\right) = -\frac{107}{27} = -3\frac{26}{27}$

6) a) $T(1;-1;-1) = -1$; $T\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2};-1\right) = -\frac{7}{8}$ b) $T(1;-1;-1) = 1$; $T\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2};-1\right) = 8$

7) $T\left(\frac{1}{2};2;\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{9}$; $T(2;2;3) = -36$; $T\left(-\frac{1}{3};3;1\right) = -3$; $T\left(-\frac{1}{2};5;2\right) = -640$; $T(-1;153;1) = -153$

8)

	Art	$T(2;3)$	$T(2;-3)$	$T\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{6}\right)$	$T(-0{,}6;-0{,}8)$
a)	Summe	8	–4	0	–2,2
b)	Differenz	–4	8	$\frac{2}{3}$	1
c)	Differenz	–12	24	2	3
d)	Produkt	24	–12	0	–6,6
e)	Summe	13	13	$\frac{5}{36}$	1
f)	Potenz/Produkt	25	1	$\frac{1}{36}$	1,96

9) a) z. B.: $T(3) = 5$; $T(5) = 3$ ➔ wieder Zahl vom Anfang! b) $T(4) = 4$
c) z.B.: $T(x) = -x + 6$ ➔ besondere Zahl: 3; $T(x) = -x$ ➔ besondere Zahl: 0;
$T(x) = \frac{1}{x}$ ➔ besondere Zahl: 1; ....

10) $V = l\cdot b\cdot h$; $O = 2\cdot(l\cdot b + l\cdot h + b\cdot h)$ a) $V = l^2h$; $O = 2(l^2 + 2lh) = 2l(l + 2h)$ b) $V = 6b^3$; $O = 22b^2$
c) $V = \frac{1}{6}b^3$; $O = 2l^2$ d) $V = nl^3$; $O = 2(l^2 + 2nl^2) = 2l^2(1 + 2n)$

Gliedern von Termen:

1) a) $(2m + 7n) - 5m$ b) $4x + ab$ c) $\frac{4a}{x} - 10y$ d) $7a + (2b - 4c)$ e) $3u\cdot 7v - 6u\cdot 2v$ f) $(3x - 2y)^3$

2) a) Differenz mit Minuend ab (Produkt), Subtrahend 2 + h (Summe)
b) Differenz mit Minuend a^3 (Potenz), Subtrahend a – 3 (Differenz)
c) Differenz mit Minuend a^2b^2 (Produkt von Potenzen), Subtrahend 2a
d) Quotient mit Dividend a – b (Differenz), Divisor 2a + b (Summe aus Produkt 2a und b)
e) Differenz mit Minuend ab (Produkt), Subtrahend $(a + b)^2$ (Potenz von Summe)
f) Differenz mit Minuend $(ab)^2$ (Potenz von Produkt), Subtrahend 2a

3) a) x·4y b) $\frac{1}{2}h = \frac{h}{2}$ c) $\frac{x}{3} = \frac{1}{3}x$ d) 0,1z e) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3}$

4) a) a : b · (c – d) b) u : v + u·v c) 2(p+q) – (q – p) d) $e^2 : (f - g)^2$

5) a) Differenz mit Minuend ab (Produkt), Subtrahend 5b
b) Produkt mit 1. Faktor a, 2. Faktor a – 3b (Differenz mit Minuend a, Subtrahend 3b (Produkt))
c) Summe mit 1. Summanden 2a (Produkt), 2. Summanden 3b (Produkt)
d) Quotient mit Dividend a – b (Differenz), Divisor a + b (Summe)
e) Quotient mit Dividend a + b (Summe), Divisor a – b (Differenz)
f) Differenz mit Minuend $(a + b)^2$ (Potenz von Summe), Subtrahend ab (Produkt)

6) a) 1,5x + 2y b) xy – (x – y) c) 2y – x – 0,5x : (x – y)

7) a) Differenz mit Minuend (x+y):2 (Quotient mit Dividend x + y (Summe) und Divisor 2), Subtrahend 1
b) Quotient mit Dividend x + y:2 (Summe aus x und y:2 (Quotient)) und Divisor 4
c) Summe aus (x – 4) : 4 (Quotient mit Dividend x – 4 (Differenz) und Divisor 4) und 4(x + 2) (Produkt aus 4 und x + 2 (Summe))
d) Differenz mit Minuend (x + y)·(4x – y) (Produkt aus x + y (Summe) und 4x – y (Differenz aus 4x (Produkt) und y)) und Subtrahend 2xy (Produkt)
e) Produkt aus x·y – 2 (Differenz aus x·y (Produkt) und 2) und (x + y)·4 (Produkt aus x + y (Summe) und 4)
f) Quotient mit Dividend x und Divisor 27ab – b:5 (Differenz aus 27ab (Produkt) und b:5 (Quotient))
g) Summe aus $(x - 2)^2$ (Potenz aus Differenz) und (x – 3)·(x + 4) (Produkt von x – 3 (Differenz) und x + 4 (Summe))
h) Quotient mit Dividend (x – 4)·(x + 3) (Produkt aus x – 4 (Differenz) und x + 3 (Summe)) und Divisor y + 1 (Summe)

Terme aufstellen:

1) b = 15 (cm) – l 2) $0,072\left(\frac{\ell}{km}\right)\cdot x$ 3) 50x (m^3) 4) 2325 € · $1,02^x$

5) a) a Frauen b) 11 Frauen c) halb so viele Frauen wie Männer d) 90% so viele F wie M
e) 2 F weniger als M f) 1 F weniger als 1/3 der Männer

6) a) n + 10n = 11n b) n + 10n + k = 11n + k c) 2n + 4·10n + 2k = 42n + 2k
d) 2n + 5·10n + k = 52n + k

7) a) x + 2x = 3x b) $x + \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$ c) x + (x – 2) = 2x – 2 d) x + (x + 3) = 2x + 3 e) x + x = 2x
f) x +0,5x =1,5x g) $x + \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$ h) $x + \frac{1}{3}x = \frac{4}{3}x$

8) a) 3 (f + z) b) n (f + z) c) 2 normale, 3 ICE-Fahrten d) 9z + z = 10z

9) a) 2a + 2b + 4c bzw. 4a + 4b + 4c b) 2a + 2b + 4c + 2k + 2e bzw. 4a + 4b + 4c + 6k + 2e

(k: Länge für Knoten; e: Länge Endstück) c) 2 * quer verschnürt, 1 * längs, 1 * auf halber Höhe

10) a) r: 4; l: 3 b) r: 6; l: 5 c) r: 8; l: 7 d) r: 20; l: 19 e) r: 100; l: 99 f) r: 2n; l: 2n – 1

11) a) Sportler b) Besteck c) Geschirr (Porzellan) d) Teller

12) a) kx + 2ky b) 0,5a + 3 c) $A = \frac{1}{3}l^2 = 3b^2$; $u = 2\frac{2}{3}l = 8b$ d) Beetbreite: x ➔ $A_{Platz} = a(a - x)$

13) a) 9; 11; 13; 21; 31 b) 2n + 1

14) a, b)

1	8	1	9
2	16	4	20
3	24	9	33
4	32	16	48
5	40	25	65
6	48	36	84
n	8n	n^2	$8n + n^2$

15) a)

9	16	25	36	49	n^2
8	15	24	35	48	$n^2 - 1$

16) a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{n}{6}$ c) $\frac{8}{6} \cdot 3 = 4$ d) $\frac{n}{6} \cdot t$

17) a) z. B. $T(x;y) = 2x - y$ b) z. B. $T(x;y) = a\cdot(x + y + b)^c$; $T(x;y) = a\cdot(x\cdot y + b)^c$ c) $T(x;y) = a\cdot(x-y)^{2n-1}$

18) $T_1(n) = 2n + 2(n - 2)$; $T_2(n) = 4\cdot(n - 1)$; $T_3(n) = 4n - 4$ (Ecken doppelt gezählt)

Äquivalenz von Termen:

1) $x + 2\cdot4 = 4 + x + 4 = x + 2^3$; $x^3 = x\cdot x^2 = x\cdot x\cdot x$; $8 - x = 12 - x - 4$; andere Terme: nicht äquivalent

2) a) 3x + 1 b) –3x + 3 3) a) $T_1 \neq T_2$ b) $T_1 = T_2$ c) $T_1 = T_2$ d) $T_1 = T_2$ e) $T_1 \neq T_2$ f) $T_1 \neq T_2$

4) a) $T(a) = -a^2 + 4$ b) $T(x) = -x^2 - x - \frac{1}{100}$ c) $T(a) = 3a - 118$ d) $T(x) = 2x^2 - 2{,}2$

e) $T(x) = 1{,}5x - 33$ f) $T(y) = y - \frac{1}{12}$

Lösungen II.2

1)

x	$T_1(x) = 5x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^2$	$T_2(x) = -2{,}5x^3$
1	–2,5	–2,5
2	–20	–20
0	0	0
–1	2,5	2,5
–2	20	20

2)

160 cm^3	20 cm^3
40 cm^3	5 cm^3
105 cm^3	13,125 cm^3

$V_{gr}(a;b;c) = abc$; $V_{kl}(a;b;c) = \frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}\cdot\frac{c}{2} = \frac{abc}{8} = \frac{V_{gr}}{8}$

3) a) $360xyz$ b) $1140x^2y$ c) $-390x^2y^2$ d) $-1{,}25x^3$ e) $-\frac{1}{6}x^3yz^2$ f) $0{,}016x^2y^2z$

4) a) $V' = \frac{a}{2}\cdot 4b\cdot\frac{h}{3} = \frac{2}{3}abc = \frac{2}{3}V$ b) $A' = \frac{1}{2}\cdot 1{,}3g\cdot 0{,}3h = 0{,}39\cdot\frac{1}{2}gh = 0{,}39\,A$

5) a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{22}{49}$ d) 2 e) $-\frac{1}{4}$ f) $-\frac{13}{3}$ g) $\frac{2}{3}$ h) $\frac{3x}{4y}$ i) $\frac{1}{4}$ k) $\frac{3}{4}$ l) $\frac{3a}{5b}$

m) $4q$ n) $-\frac{1}{5}$ o) $-8a$ p) $3x$ q) $\frac{3}{a^2}$ r) $-3\frac{a}{b}$ s) $\frac{11z^2}{14x^2}$

Kusch S. 174f/36-71,72-98: Lösungsbuch S. 66ff
Kusch S. 180f/2,3,10,13-15: Lösungsbuch S. 80f
Kusch S. 233/13-21: Lösungsbuch S. 87f
Kusch S. 235/2-10: Lösungsbuch S. 94f
Kusch S. 236/42-72: ?

Lösungen II.3

1) a) $(2a)^7 = 128a^7$ b) $(-2a)^7 = -128a^7$ c) $(-0{,}5)^3 = -0{,}125$ d) $2^{10} = 1024$ e) $(2a^2)^3 = 8a^6$
f) $(-2a^2)^3 = -8a^6$ g) $0{,}1^{10} = 0{,}000\,000\,000\,1$ h) $(-2)^6 = 64$ i) $(-2)^6 = 64$ k) a^{10} l) $(-a)^{10} = a^{10}$
m) $(-a)^{10} = a^{10}$ n) $(2x)^3\cdot(2x)^2 = (2x)^5 = 32x^5$ o) $(4xy)^2 = 16x^2y^2$ p) $9a^2\cdot(-5a^2) = -45a^4$
q) $-27a^3\cdot 5a^3 = -135a^6$

2) a) a^2 b) $2a$ c) b^4 d) $2b^2$ e) x^3 f) (so) nicht zu vereinfachen g) x^8 h) $2x^4$ i) $6a^2b^3$
k) (so) nicht zu vereinfachen l) $12a^3b$ m) $-10x^3y^3$

3) Stark 7 S. 115/58: a) 1 b) $(-1)^n$ c) -1 d) -1 e) $\left(\frac{49}{6}\right)^{2n} = \left(\frac{2401}{36}\right)^n$ f) $10^{n+1} = 10\cdot 10^n$

4) Stark 7 S.113/55: a) $12x^5$ b) $-16x^5y^3$ c) $9x^6y^2$ d) $\frac{2}{5}a^4b^4c^3$

5) Stark 7 S. 113/53: a) $(x-y)^2$ b) $a - b$ c) a^2 d) $-(a-b) = b - a$

6) Stark 7 S. 113/54: a) $\frac{1}{4}x^3y^3$ b) $-x^6y^6$ c) $3\frac{3}{4}a^7b^{10}$

7) a) 1,8 b) 7,6 c) 15 d) 123 e) –4,2 f) –7,8 g) $7{,}8^2$ h) –7,8 i) $|a|$ j) $|a|$ k) $|x|$
l) $-|x|$ m) $-|u|$ n) $-u$ (da $u \geq 0$!) o) u p) u^2

8) a) $2|x|$ b) $3|y|$ c) $4|z|$ d) $4|z|$ e) $\frac{3}{2}|a|$ f) $\frac{3}{5}|b|$ g) $-\frac{4}{7}|c|$ h) $\frac{4}{9}d$ i) $|x+y|$ j) $|x-y|$
k) $|2x-1|$ l) $|1-2x|$ (= $|2x-1|$)

Lösungen II.4

1) a) $3x$ b) – c) – d) $2x^2$ e) $4x^2$ f) $4x^3$ g) $4x \cdot x = 16x$ h) $3x^2$

2) a) $4x^2 + 3x$ b) $-3x^2 - 3x$ c) $x^2 + 3x$ d) $-1{,}6x^2 - x$ e) $-3x^2 + 6x$ f) $-6x^2 - 7x$

3) a) $u = 14x$; $A = 10x^2$ b) $u = 3\frac{2}{3}a$; $A = \frac{11}{18}a^2$ c) $u = 7\frac{1}{3}a$; $A = 2\frac{1}{3}a^2$

4) a) bleibt gleich b) $A' = 0{,}96\ A$ c) u bleibt immer gleich, A wird immer kleiner; verschiedene Prozentsätze: auch möglich, dass A gleich bleibt und u sich ändert; dass beide gleich bleiben, geht nie!

5) a) $3x^4y^4$ b) $-0{,}012a^{13}b^{14}$ c) $4k^2$ d) $28k^2$ e) $2a^2b^2$ f) $-\frac{1}{3}ab$

6) a) a) $O(x) = 54x^2$ b) $O_{Loch}(x) = 64x^2$ ➔ um $\frac{10}{54} = \frac{5}{27} \approx 18{,}5\%$ vergrößert

7) Stark 7 S. 105/44:
a) $-5x$ b) $-4\frac{1}{6}a$ c) $-1\frac{2}{5}x^2$ d) $-ab - 5 + a$ e) $\frac{8}{9}y^2 - \frac{5}{9}yz + \frac{7}{12}z^2$ f) $-6{,}4a^2b - 23{,}1ab^2$

8) $S(b;l;h) = 4b + 4l + 4h$ a) $S(b;2b;5b) = 32b$ b) $S(b;1{,}7b;0{,}15b) = 11{,}4b$ c) $S(b;4b;12b) = 68b$

Lösungen II.5

a) Klammern auflösen / ausmultiplizieren

1) Stark 7 S. 119/61:
a) $x + x^2$ b) $\frac{3}{2}x^2 + x$ c) $2{,}6x^2$ d) $1{,}1x^2 + 0{,}1x$ e) $1{,}3a^3 + 14a^2 + 10{,}5ab$ f) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}xy + \frac{3}{2}y^2$
g) $2e^3 + e^2f + ef^2 - 2f^3$ h) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 - 2x$

2) Stark 7 S.125/64:
a) $-3a - 3$ b) $12x - 6$ c) $-3b + 1$ d) $2a - 8b + 6c$ e) $-74x + 50y$ f) $21u^2 + 12v^2$
(g) $\frac{1}{4a^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{3ac} + \frac{1}{b^2} - \frac{2}{3bc} + \frac{1}{9c^2}$)

3) a) $a \cdot (b - d) + d \cdot (a - c) = ... = ab - cd$ b) $a \cdot (b - d) + 2 \cdot d \cdot (a - c) : 2 = ... = ab - cd$
(c) $a \cdot b + c \cdot b + d \cdot (a - c) = ab + bc + ad - cd$; $(a + c) \cdot (b + d) - 2 \cdot c \cdot d = ab + ad + bc - cd$)

4) a) $V_L(a;b;d) = ad(a-b) + (a - b)db = a^2d - b^2d = (a^2 - b^2)d$ bzw. $= aad - bbd$
$V_O(a;b;d) = ad\frac{a-b}{2} \cdot 2 + 2 \cdot \frac{a-b}{2}db = a^2d - b^2d = (a^2 - b^2)d$ bzw. $= aad - bbd$
b) $O_L(a;b;d) = 2(a^2 - b^2) + ad + d(a - b) + db + db + d(a - b) + ad = 2a^2 - 2b^2 + 4ad$
$O_O(a;b;d) = 2(a^2 - b^2) + 4ad + 4bd = 2a^2 - 2b^2 + 4ad + 4bd \neq O_L(a;b;d)$

b) Faktorisieren durch Ausklammern:

1) $n^2 - n = n(n - 1)$, also immer Produkt aus gerader und ungerader Zahl, also immer gerade

2) Stark 7 S.134/68:
a) $3(a - 2b)$ b) $a(a - 1)$ c) $5(3x^2 + 2x + 6)$ d) $-y^2(y^2 - 4y + 8)$ e) $st(3st + 5)$ f) $xy(x - y)$

3) Stark 7 S.134/70:

a) $-(3x^2 - y^2)$ b) $-(1 + 3ab)$ c) $-(-x^2 + 5x - 23xy + 12y^2 - 0,2)$ d) $-[-5z + 2\,(6x - 3) + (8y + 7) + z^2]$

e) $-(-xy + 2y^2 + 3x^2 - 15x^2y^2)$ f) $-(-ab - a^2b - a^3b^3 - ab^2)$

4) a) $8\,(a + b)$ b) $6\,(x - y)$ c) $4\,(3a - b)$ d) $5\,(x + 3y)$

e) $6\,(4p - 3q)$ f) $3\,(3r - 5s)$ g) $a\,(b + c)$ h) $(p - r)\,q$

i) $x\,(x - y)$ k) $xy^2\,(xy + 1)$ l) $2\,(12m + 8n + 5l)$

m) $a\,(b + c - d)$ n) $3\,(5a + 4b - 6c)$ o) $3p\,(3q - 4r + 5s)$

p) $3mn\,(6mn + 4n^2 + 7m^2)$ q) $3rs\,(2s - 5r + 3t)$

r) $7xyz\,(4x + 3y - 5z)$ s) $11abc\,(2b - 3a + 4c)$

5) a) $b^4\,(b^2 + 1)$ b) $x^3\,(1 - x^5)$ c) $y^4\,(1 + y^5)$ d) $p^3\,(1 + p^4)$

e) $a^2\,(1 + a + a^2)$ f) $c\,(c^3 - c + 1)$ g) $e^3\,(e^2 + 1 - e)$

h) $f^3\,(f^3 - f - 1)$ i) $a^3\,(1 - a^4) + b^2\,(b^3 + 1)$ k) $p^4\,(1 - p^3) - q^5\,(q - 1)$

l) $3x^2\,(1 + 5x^2)$ m) $4y^3\,(2 - 3y^2)$ n) $4xy\,(x^2 + 3xy - 6y^2)$

o) $3r^2s\,(2rs - 5s^2 + 7r^2)$ p) $9a^3b^4\,(2b - 3a + 4a^2b)$ q) – *(evtl.: $1\,(x^3 + y^3)$)*

Lösungen II.6

1) a) $x^2 + 5x + 6$ b) $2x^2 + 12x + 10$ c) $1,5x^2 + 12,05x + 0,4$ d) $0,02r^2 + 3,7r + 143$

e) $\frac{1}{3}a^3 + 16\frac{1}{4}a^2 + 12a$ f) $6a^5 + 0,75a^3b^5 + 8a^2b + b^6$

2) b)

	n	+1,5
2n	$2n^2$	+3n
–3	–3n	–4,5

➔ $= 2n^2 - 4,5$

c)

	3	+x
x^2	$3x^2$	$+x^3$
–2x	–6x	$-2x^2$

➔ $= x^3 + x^2 - 6x$

d)

	2a	+5
–3a	$-6a^2$	–15a
–6	–12a	–30

$(-3a - 6)\,(2a + 5) = -6a^2 - 27a - 30$

e)

	2a	+b	+3
a	$2a^2$	+ab	+3a
–b	–2ab	$-b^2$	–3b

➔ $= 2a^2 - ab - b^2 + 3a - 3b$

3) a) $V(a) = a\,(a + 1)\,(a - 1) = a^3 - a$; $O(a) = 6a^2 - 2$

b) $V(3) = 24$ ➔ $\frac{1}{9}$ weniger; $O(3) = 52$ ➔ $\frac{1}{27}$ weniger

4) a) 5 m b) $A(x) = (5\text{ m} - x)\,(5\text{ m} + x) = 25\text{ m}^2 - x^2$ ➔ am größten für $x = 0$ (Quadrat!) c) nein

5) a) 6 b) mn

6) a) $4x^2$ b) –44 c) –152 d) 2 e) $2a^5 + 4a^3 + 10a$

7) Stark 7 S. 129/67:
a) $2x^2 - 4x - 16$ b) $-3x^2 + 2{,}5xy + 3y^2$ c) $4x^2 + 4x$ d) $-4x^2 + 13x - 6$ e) $-x^5 - x + 2$ f) 2
g) 2   h) $-3\frac{3}{4}x^2 + 2\frac{1}{2}x$ i) 0   j) x   k) $-4b$ l) $x^2 - \frac{x}{2y} - \frac{1}{3}$ m) $13{,}5y - 3{,}5$ n) $-x^3 + 7x^2 + x$

8) offensichtlich!?

9) a) $a^2 + 2ab + ac + bc + b^2$ b) $a^2 + 2ab + b^2$ c) $a^2 + 2ab + 2ac + ad + b^2 + 2bc + bd + c^2 + cd$

faktorisieren:
6) Stark 7 S.134f/71:
a) $-(a + b)$ b) $3(a - b)\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{7}y\right) = \frac{3}{28}(a - b)(7x - 4y)$
c) $(3 - x)(-3{,}2a + 4{,}8b) = -1{,}6(3 - x)(2a - 3b)$ d) $(2a - b)(r - s - t)$ e) $u(u + 2v)(u - v)$
f) $(a^2 - b^2)(1 - 2x - y)$

7) Stark 7 S.138f/74:
a) $(x + y)(a + b)$ b) $(a - x)(b + c)$ c) $(x + b)(a + x)$ d) $(2 - 3x)(2x + y)$ e) $-(a^2 - b)(x + 5)$
f) $(a + b)(x + y)$ g) $-2b(x + y)$ h) $(a + b)(e + 2)$ i) $(a + b)(x^2 + y^2)$ j) $(b + c)(y - x)$
k) $(x - y)(2 + 3x - 3y)$ l) $(a - b)^2(x + y)$

Lösungen II.7

a) Formeln
1) beide sind jeweils gleich (K-Gesetz benutzen und zusätzlich in (b): Potenzgesetz und $(-1)^2 = 1$)

2) $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$; $12^2 = 144$; $13^2 = 169$; $14^2 = 196$; $15^2 = 225$; $16^2 = 256$; $17^2 = 289$; $18^2 = 324$; $19^2 = 381$; $20^2 = 400$ b) 3; 5; 7   c) $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1 = n^2 + n + (n + 1)$ ➔ jeweils die Zahl selbst und ihren Nachfolger addieren   d) $20^2 = 19^2 + 19 + 20 = 400$; $21^2 = 400 + 20 + 21 = 441$; $22^2 = 441 + 21 + 22 = 484$; $23^2 = 484 + 22 + 23 = 529$; $24^2 = 529 + 23 + 24 = 576$; $25^2 = 576 + 24 + 25 = 625$

3) a) $x^2 + 6x + 9$ b) $x^2 - 10x + 25$ c) $a^2 - 1$ d) $4x^2 + 12xy + 9y^2$ e) $x^4 - 2x^2 + 1$ f) $1 - 2x^3 + x^6$
g) $x^4 + 2x^5 + x^6$ h) $x^4 - 2x^5 + x^6$ i) x^{10} k) $9m^4 - 12m^2n + 4n^2$ l) $= (3a^2 - 2)(3a^2 + 2) = 9a^4 - 4$
m) $0{,}25x^2 + 2x + 4$ n) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ o) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2$ p) $\frac{4}{9}a^2 + 2a + \frac{9}{4}$

4) a) $180x^2 + 240xy + 80y^2$ b) $45p^3 - 48p^2q + 12{,}8pq^2$ c) $-2a^3b + 0{,}5ab^3$ f) 45x
d) $160a^4 + 80a^3b - 390a^2b^2 + 180ab^3$ e) $= 2(4r - 3s)^2 - 3(s - 2r)(s + 2r) = \ldots\ldots = 44r^2 - 48rs + 15s^2$

5) a) $8 + 2\sqrt{15}$ b) $15 - 10\sqrt{2}$ c) $30 + 12\sqrt{6}$ d) 32   e) -30 f) 33

6) a) $u + 2\sqrt{uv} + v$ b) $|p - q|$ c) $r - s$ d) $2s - 25t$ e) $2v$

7) a) $x^2 + 2x + 1$ b) $144 + 24z + z^2$ c) $9x^2 + 42xy + 49y^2$ d) $0{,}25x^4 + 0{,}8x^2y^3 + 0{,}64y^6$
e) $y^2 - 2y + 1$ f) $64 - 16a + a^2$ g) $25k^2 + 10km + m^2$ h) $\frac{1}{9}x^2 - xy + \frac{9}{4}y^2$
i) $u^2 - 4$ k) $= (18 + x)(18 - x) = 324 - x^2$ l) $4x^2y^2 - 64y^4$ m) $0{,}25e^2 - \frac{9}{64}f^2$

26) a) $a^2 + 6a + 9$ b) $x^2 + 8x + 16$ c) $b^2 - 4b + 4$ d) $y^2 - 10y + 25$
e) $4x^2 + 4x + 1$ f) $9 + 24y + 16y^2$ g) $9a^2 - 12a + 4$ h) $25 - 30z + 9z^2$
i) $4r^2 + 4rs + s^2$ k) $4x^2 + 4xy + y^2$ l) $16z^2 - 8z + 1$ m) $64a^2 + 16a + 1$
n) $25 - 20x + 4x^2$ o) $1 - 16x + 64x^2$ p) $169 + 312b + 144b^2$ q) $625 + 1250y + 625y^2$
r) $\frac{1}{4} + x + x^2$ s) $4a^2 + \frac{4}{3}a + \frac{1}{9}$ t) $\frac{1}{9}y^2 - 2y + 9$ u) $\frac{1}{25}x^2 + 4x + 100$

27) a) $9p^2 + 30pq + 25q^2$ b) $4m^2 - 12mn + 9n^2$ c) $16a^2 + 40ab + 25b^2$
d) $36x^2 - 24xy + 4y^2$ e) $25x^2 - 40xy + 16y^2$ f) $49c^2 - 42cd + 9d^2$
g) $= (2s - 5r)^2 = 4s^2 - 20rs + 25r^2$ h) $= (-(4x + 9y))^2 = (4x + 9y)^2 = 16x^2 + 72xy + 81y^2$
i) $= (-(11p + 13q))^2 = (11p + 13q)^2 = 121p^2 + 286pq + 169q^2$ k) $\frac{1}{4}x^2 + 2xy + 4y^2$
l) $\frac{4}{9}a^2 + \frac{16}{3}ab + 16b^2$ m) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}y^2$
n) $= (-(\frac{2}{5}a + 10b))^2 = (\frac{2}{5}a + 10b)^2 = \frac{4}{25}a^2 + 8ab + 100b^2$
o) $= (-(\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}z))^2 = (\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}z)^2 = \frac{1}{9}y^2 + \frac{1}{3}yz + \frac{1}{4}z^2$ p) $\frac{16}{25}a^2 - 2ab + \frac{25}{16}b^2$
q) $\frac{36}{25}r^2 + \frac{8}{5}ru + \frac{4}{9}u^2$ r) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$ s) $4x^4 - 4x^2y^2 + y^4$ t) $1{,}44a^4 + 24a^2b^2 + 100b^4$
u) $0{,}49p^4 - 0{,}7p^2q^2 + 0{,}25q^4$

28) a) $x^2 - 25$ b) $9 - y^2$ c) $\frac{1}{4} - u^2$ d) $\frac{4}{9} - x^2$ e) $t^2 - 169$ f) $z^2 - 400$
g) $a^2 - 900$ h) $= (100 - x)(100 + x) = 10\,000 - x^2$ i) $= (6a - 5b)(6a + 5b) = 36a^2 - 25b^2$
k) $9z^2 - 16y^2$ l) $= (9y + 7x)(9y - 7x) = 81y^2 - 49x^2$ m) $169a^2 - 144b^2$
n) $\frac{4}{9}x^2 - \frac{9}{25}y^2$ o) $\frac{4}{49}a^2 - \frac{16}{81}b^2$ p) $0{,}09p^2 - 0{,}81q^2$ q) $0{,}01x^2 - 0{,}04y^2$
r) $4a^4b^2 - 9a^2b^4$

29) a) $8a^2 + 18b^2$ b) $80pq$ c) $24st - 8t^2$ d) $72mn + 32n^2$ e) $147e^2 + 9f^2$
f) $40a^2 + 8ab + 58b^2$ g) $32a^2 + 8ab - 40b^2$ h) $53r^2 - 22rs + 34s^2$
i) $-45r^2 + 62rs + 16s^2$ k) $53r^2 + 22rs + 34r^2$ l) $-45r^2 - 62rs + 16s^2$

<u>b) Ergänzungen</u>
30) a) $= (60 + 1)^2 = 60^2 + 2\cdot 60\cdot 1 + 1^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$
b) $= (70 + 2)^2 = 70^2 + 2\cdot 70\cdot 2 + 2^2 = 4900 + 280 + 4 = 5184$
c) $= (90 + 1)^2 = 90^2 + 2\cdot 90\cdot 1 + 1^2 = 8100 + 180 + 1 = 8281$
d) $= (200 + 3)^2 = 200^2 + 2\cdot 200\cdot 3 + 3^2 = 40\,000 + 1200 + 9 = 41\,209$
e) $= (200 - 1)^2 = 200^2 - 2\cdot 200\cdot 1 + 1^2 = 40\,000 - 400 + 1 = 39\,601$
f) $= (80 - 2)^2 = 80^2 - 2\cdot 80\cdot 2 + 2^2 = 6400 - 320 + 4 = 6084$
g) $= (500 - 2)^2 = 500^2 - 2\cdot 500\cdot 2 + 2^2 = 250\,000 - 2000 + 4 = 248\,004$
h) $= (600 + 1)^2 = 600^2 + 2\cdot 600\cdot 1 + 1^2 = 360\,000 + 1200 + 1 = 361\,201$
i) $= (30 + 1)(30 - 1) = 30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899$
k) $= (50 + 2)(50 - 2) = 50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 2496$
l) $= (50 + 1)(50 - 1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499$
m) $= (100 - 1)(100 + 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9999$
n) $= (200 + 1)(200 - 1) = 200^2 - 1^2 = 40\,000 - 1 = 39\,999$
o) $= (300 + 2)(300 - 2) = 300^2 - 2^2 = 90\,000 - 4 = 89\,996$
p) $= (500 + 3)(500 - 3) = 500^2 - 3^2 = 250\,000 - 9 = 249\,991$

31) a) $p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2pr + 2qr$ b) $p^2 + q^2 + r^2 - 2pq + 2pr - 2qr$
c) $p^2 + q^2 + r^2 - 2pq - 2pr + 2qr$ d) $p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2pr + 2qr$
e) $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 4ac - 6bc$ f) $16x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 40xy + 24xz - 30yz$
g) $9m^2 + 4n^2 + 5041 - 12mn - 426m + 284n$ h) $49r^2 + 25s^2 + 36t^2 - 70rs + 84rt - 60st$
i) $64a^2 + b^2 + 81c^2 + 16ab + 144ac + 18bc$ k) $25p^2 + 9q^2 + 64r^2 + 30pq + 80pr + 49qr$
l) $16a^4b^2c^2 + 9a^2b^4c^2 + 49a^2b^2c^4 + 24a^3b^3c^2 - 56a^3b^2c^3 - 42a^2b^3c^3$
m) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 6xz - 12yz$

32) a) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ b) $p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$ c) $27r^3 - 135r^2s + 225rs^2 - 125s^3$
d) $216m^3 - 756m^2n + 888mn^2 - 343n^3$ e) $8u^3 - 48u^2v + 96uv^2 + 64v^3$
f) $27a^3 + 135a^2b + 225ab^2 + 125b^3$ g) $8x^3 - 96x^2y + 384xy^2 - 512y^3$
h) $125c^3 + 300c^2d + 240cd^2 + 64d^3$ i) $6c^2d + 2d^3$ k) $2c^3 + 6cd^2$ l) $2r^3 + 6rs^2$
m) $-6r^2s - 2s^3$ n) $72a^2b + 54b^3$ o) $16a^3 + 108ab^2$ p) $-480u^2v - 250v^3$
q) $128u^3 + 600uv^2$ r) $17x^3 - 90x^2y + 90xy^2 - 27y^3$ s) $-x^3 + 18x^2y + 18xy^2 - 19y^3$

t) $65p^3 - 60p^2q + 60pq^2 - 65q^3$ u) $63p^3 - 36p^2q - 36pq^2 + 63q^3$

c) Faktorisieren mit den binomischen Formeln:

1) a) $(x + y)^2$ b) $(x - y)^2$ c) – d) $(y + x)(y - x)$ e) $(a + 2)(a - 2)$ f) $(a + 3)^2$ g) $(x - 5)^2$
h) $(x + 1)^2$ i) $(1 + x)(1 - x)$ k) $(x - 1)^2$ l) $(5m - 1)^2$ m) $(3x - 5)^2$ n) –
o) $(2u + 3v)(2u - 3v)$ p) $(a + 2)^2$

2) a) $p^2 + q^2 - 2pq = (p - q)^2$ b) $4a^2 - 4ab + b^2 = (2a - b)^2$ c) $4x^2 + 9y^2 + 12xy = (2x + 3y)^2$
d) $9 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$ e) $1 + 4x^2 + 4x = (1 + 2x)^2$ oder $1 + 4x^2 + 4x^4 = (1 + 2x^2)^2$
f) $x + x^2 + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

3) a) $5(a + b)(a - b)$ b) $3(x - y)^2$ c) $2(3x + y)(3x - y)$ d) $3(3u + v)^2$ e) $b(a + 2)(a - 2)$
f) $x(x + y)(x - y)$ g) $x(x + 1)(x - 1)$ h) $3(2p + 1)^2$ i) –

4) a) $15(x + y)^2$ b) $3t(t + 4)(t - 4)$ c) $3(a + b)(a - b)$ d) $2x(3x - 5a)^2$ e) $4x^3(x - 3)^2$
f) $4a(2 + 3x)^2$

evtl. Cornelsen S. 17/12:
a) $(a + 3)^2$ *b)* $(3a - 4)^2$ *c)* $(3a + 1{,}5b)^2$ *d)* $(0{,}5a + 5b)(0{,}5a - 5b)$ *e)* $(9 + 7a)(9 - 7a)$
f) $(0{,}5a - b)^2$ *g)* $(2a + b)^2$ *h)* $(a + 4{,}5b)^2$ *i)* $(3a - 2b)^2$ *j)* $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)^2$ *k) –*

Lösungen II.8

1) a) $\frac{w}{m+w}$ b) $\frac{3}{m+w}$ c) $\frac{5}{m}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{8}{m+w}$ f) $\frac{w-3}{m+w}$

2) a) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ b) $\mathbb{R}\setminus\{7\}$ c) $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ d) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ e) $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ f) $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ g) $\mathbb{R}\setminus\{2;-2\}$ h) $\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$

3) $T_{1;1}(x) = \frac{x}{x+2}$; $T_{1;1}(0) = 0$ $T_{1;2}(x) = \frac{x}{x-2}$; $T_{1;2}(-1) = \frac{1}{3}$ $T_{1;3}(x) = \frac{x}{x}$; $T_{1;3}(-2) = 1$
$T_{1;4}(x) = \frac{x}{2x-2}$; $T_{1;4}(-3) = \frac{3}{8}$ $T_{1;5}(x) = \frac{x}{2-x}$; $T_{1;5}(-4) = -\frac{2}{3}$ $T_{1;6}(x) = \frac{x}{x-3}$; $T_{1;6}(-5) = \frac{5}{8}$
$T_{2;1}(x) = \frac{x-1}{x+2}$; $T_{2;1}(1) = 0$ $T_{2;2}(x) = \frac{x-1}{x-2}$; $T_{2;2}(0) = \frac{1}{2}$ $T_{2;3}(x) = \frac{x-1}{x}$; $T_{2;3}(-1) = 2$
$T_{2;4}(x) = \frac{x-1}{2x-2}$; $T_{2;4}(-2) = \frac{1}{2}$ $T_{2;5}(x) = \frac{x-1}{2-x}$; $T_{2;5}(-3) = -\frac{4}{5}$ $T_{2;6}(x) = \frac{x-1}{x-3}$; $T_{2;6}(-4) = \frac{5}{7}$
$T_{3;1}(x) = \frac{x+2}{x+2}$; $T_{3;1}(2) = 1$ $T_{3;2}(x) = \frac{x+2}{x-2}$; $T_{3;2}(1) = -3$ $T_{3;3}(x) = \frac{x+2}{x}$; $T_{3;3}(0)$ ist nicht def.
$T_{3;4}(x) = \frac{x+2}{2x-2}$; $T_{3;4}(-1) = -\frac{1}{4}$ $T_{3;5}(x) = \frac{x+2}{2-x}$; $T_{3;5}(-2) = 0$ $T_{3;6}(x) = \frac{x+2}{x-2}$; $T_{3;6}(-3) = \frac{1}{5}$
$T_{4;1}(x) = \frac{2x}{x+2}$; $T_{4;1}(3) = \frac{6}{5}$ $T_{4;2}(x) = \frac{2x}{x-2}$; $T_{4;2}(2)$ ist nicht def. $T_{4;3}(x) = \frac{2x}{x}$; $T_{4;3}(1) = 2$
$T_{4;4}(x) = \frac{2x}{2x-2}$; $T_{4;4}(0) = 0$ $T_{4;5}(x) = \frac{2x}{2-x}$; $T_{4;5}(-1) = -\frac{2}{3}$ $T_{4;6}(x) = \frac{2x}{x-3}$; $T_{4;6}(-2) = \frac{4}{5}$
$T_{5;1}(x) = \frac{1-x}{x+2}$; $T_{5;1}(4) = -\frac{1}{2}$ $T_{5;2}(x) = \frac{1-x}{x-2}$; $T_{5;2}(3) = -2$ $T_{5;3}(x) = \frac{1-x}{x}$; $T_{5;3}(2) = -\frac{1}{2}$
$T_{5;4}(x) = \frac{1-x}{2x-2}$; $T_{5;4}(1) = 0$ $T_{5;5}(x) = \frac{1-x}{2-x}$; $T_{5;5}(0) = \frac{1}{2}$ $T_{5;6}(x) = \frac{1-x}{x-3}$; $T_{5;6}(-1) = -\frac{1}{2}$

$T_{6;1}(x) = \frac{2x-1}{x+2}$; $T_{6;1}(5) = \frac{9}{7}$ $T_{6;2}(x) = \frac{2x-1}{x-2}$; $T_{6;2}(4) = \frac{7}{2}$ $T_{6;3}(x) = \frac{2x-1}{x}$; $T_{6;3}(3) = \frac{5}{3}$
$T_{6;4}(x) = \frac{2x-1}{2x-2}$; $T_{6;4}(2) = \frac{3}{2}$ $T_{6;5}(x) = \frac{2x-1}{2-x}$; $T_{6;5}(1) = 1$ $T_{6;6}(x) = \frac{2x-1}{x-3}$; $T_{6;6}(0) = \frac{1}{3}$

b) je nach Nenner: 1) $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ 2) $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ 3) $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ 4) $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ 5) $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ 6) $\mathbb{R}\backslash\{3\}$

4) b) $\frac{3\cdot 7}{6\cdot 10} = \frac{21}{60} = \frac{1\cdot 7}{2\cdot 10} = \frac{7}{20}$; $\frac{3+7}{6\cdot 10} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ c) T(1) = 2; T(3) = 1; T'(x) = $\frac{3}{2}$? oder = $\frac{4}{2}$?

5) a) $\frac{11}{18}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{13}{17}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{a+1}{a-1}$ f) $\frac{1}{2}$ g) $\frac{4x}{a-b}$ h) – i) $\frac{a-b}{a+b}$ k) $\frac{a-b+c}{a}$
l) $\frac{a+1}{a}$ m) $\frac{m+1}{m-1}$ n) $\frac{x+3y}{3xy}$ o) x + 2 p) –

6) a) $\frac{1}{a-2}$ b) $\frac{1}{b+3}$ c) $\frac{c+5}{c-5}$ d) $\frac{x+1}{x}$ e) $\frac{n}{n-1}$ f) $\frac{(y-7)^2}{(y+7)^2} = \left(\frac{y-7}{y+7}\right)^2$

7) $T_{1,2}(x) = \frac{1}{x^2+1}$; $T_{1,3}(x) = \frac{x-1}{x}$; $T_{1,4}(x) = \frac{x+1}{x(x-1)}$; $T_{1,5}(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$; $T_{1,6}(x) = x+1$;

$T_{2,3}(x) = \frac{x^2-1}{x}$; $T_{2,4}(x) = \frac{x-1}{x+1}$; $T_{2,5}(x) = \frac{x}{x+1}$; $T_{2,6}(x) = \frac{x}{x-1}$; $T_{3,4}(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$;

$T_{3,5}(x) = \frac{x(x-1)^2}{(x+1)^2}$; $T_{3,6}(x) = \frac{x(x-1)}{x+1}$; $T_{4,5}(x) = (x-1)^2$; $T_{4,6}(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$; $T_{5,6}(x) = \frac{x}{x+1}$

8) a) $\frac{21}{35}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}$ b) $\frac{7x^2}{11x}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{D}' = \mathbb{R}^*$ c) $\frac{a+b}{2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}$ d) $\frac{3x}{6x^2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}^*$
e) $\frac{2x^2+2x}{x^2-1}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1\}$; $\mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{1;-1\}$ f) $\frac{2x^2-2x}{(x-1)^2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{1\}$ h) $\frac{x^2-9}{(x+3)^2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{-3\}$
i) $\frac{2x}{2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{D}' = \mathbb{R}$ k) $\frac{2x}{x}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ l) $\frac{x^2}{x}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
m) $\frac{x^2-1}{x-1}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{D}' = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

9) a) 1 b) 0 c) –2 d) –3x e) 0 f) $\frac{x+1}{x}$ g) x h) –y i) 0 k) 3 l) 1 m) –2
10) $T_1 = T_4 = T_5 = T_7 = T_9$; $T_2 = T_6 = T_8 = T_{10}$; T_3 ist zu keinem anderen Term äquivalent

11) a) 0 b) $-\frac{19}{24}$ c) $-\frac{25}{36}$ d) $-\frac{19}{216}$ e) $\frac{5a}{12}$ f) $-\frac{7x}{60}$ g) $\frac{ad+bc}{bd}$ h) $\frac{x+y+z}{xyz}$
i) $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$ k) $\frac{1}{8a}$ l) $\frac{1+a+a^2}{a^3}$ m) $\frac{a^2+2a+3}{5a^2}$ n) $\frac{9a-10b+7ab}{6a^2b^2}$ o) $\frac{x+7}{x}$
p) $\frac{49x^2-1}{7x}$ q) $\frac{6x^2+3x+2}{6x^2}$

12) 1&2: $x + x^2$; 1&3: $(x^2 + 1)\, x\, (1 + x)$; 1&4: $(x^2 + 1)\, x^2\, (1 + x)$; 1&5: $x^2 (1 + x)$
1&6: $x^2 (1 + x)$; 2&3: $x^2 (x^2 + 1)$; 2&4: $x (x^2 + 1)$; 2&5: $x (x + 1) (x^2 + 1)$;
2&6: $x (1 + x) (x^2 + 1)$; 3&4: $x^2 (x^2 + 1)$; 3&5: $x^2 (x + 1) (x^2 + 1)$; 3&6: $x^2 (x + 1) (x^2 + 1)$;
4&5: $x^2 (1 + x)$; 4&6: $x^2 (1 + x)$; 5&6: $x^3 (1 + x)$

13) a) $\frac{1}{x^2}$ b) $\frac{a^2-b^2}{ab}$ c) $\frac{a^2+b^2}{ab}$ d) $\frac{-x+2}{2x^2+4x}$ e) $\frac{2a}{a^2-b^2}$ f) $-\frac{4x}{x^2-4}$ g) $-\frac{1}{a^2-a}$

h) 2 i) $\frac{b^2-a^2}{ab(x+1)}$ k) $\frac{2}{x^2(x-1)}$ l) $\frac{ab}{(a+b)^2}$ m) $\frac{n^2}{(m-n)^2}$ n) $\frac{6}{x(x^2-1)}$ o) $\frac{x-y}{xy}$

p) $\frac{u+v}{u-v}$ q) $\frac{-2u+4v}{u-v}$

14) a) 3 b) 1 c) $-\frac{xy}{6}$ d) $\frac{4x^2}{9}$ e) $-\frac{8x^3}{27}$ f) 6x g) 6b h) 1 i) 2 k) $\frac{x+2}{2x+2}$

l) $\frac{2x}{2+x}$ m) 1 n) 7a – 7b o) $\frac{2}{3}a$ p) $\frac{2}{3}$ q) $\frac{2}{3}x$

15) a) 1 b) 1 c) m^2 d) $2r^2$ e) $\frac{1}{m^2}$ f) $\frac{3}{2}$ g) $-\frac{a^2}{3b^2}$ h) a i) $-\frac{x}{3}$ k) a – 1

l) $\frac{2y-2}{y}$ m) 6 n) x (x – y) o) $\frac{4(n+1)}{2n+1}$ p) $\frac{3}{2x}$ q) $\frac{x-7y}{2x}$

16) a) $\frac{ac-ab}{b}$ b) $\frac{1-ab}{b}$ c) $\frac{a-b}{b}$ d) 3b – 4a e) $\frac{3b-4a}{36a^2b^2}$ f) $\frac{15a^3-4ab^2}{6}$

g) $\frac{(x+y)^2}{xy}$ h) $\frac{1}{xy}$ i) $\frac{1}{xy}$ k) $\frac{x+1}{x-1}$ l) $a^2x^2 - ax + 1$ m) $\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$ n) $\frac{gb}{b+g}$

o) $\frac{y+x}{y-x}$ p) 2

17) a) $\frac{1}{x+3}$ b) $\frac{x^2+4}{(x+2)^2}$ c) $\frac{x+1}{x-1}$ d) $\frac{2}{y(y+1)}$ e) $\frac{p+5}{p-5}$ f) $\frac{a}{a^2-49}$

18) a) Punkt vor Strich b) D-Gesetz; binomische Formel c) falsch erweitert (multiplizieren!)
d) in Summe gekürzt

Anwendungen in Klasse 12:

1.1 a) 3 b) x + 1 c) 2 (x + 1) d) $\frac{-x^2+5x-4}{x-1} = \frac{-x^2+x+4x-4}{x-1} = \frac{-x(x-1)+4(x-1)}{x-1} =$
$\frac{-x(x-1)}{x-1} + \frac{4(x-1)}{x-1} = -x + 4$ e) *mit Formel für $a^3 - b^3$ aus Merkhilfe:* $x^2 + x + 1$

1.2 a) 3 b) $x + x_0$ c) $2(x + x_0)$ d) $\frac{-x^2+x_0^2+5x-5x_0}{x-x_0} = \frac{-(x^2-x_0^2)+5(x-5x_0)}{x-x_0}$

$= \frac{-(x+x_0)(x-x_0)+5(x-x_0)}{x-x_0} = \frac{-(x+x_0)(x-x_0)}{x-x_0} + \frac{5(x-x_0)}{x-x_0} = -(x + x_0) + 5$

e) *mit Formel für $a^3 - b^3$ aus Merkhilfe:* $x^2 + xx_0 + x_0^2$

1.3 a) 3 b) 2x + h c) 4x + 2h d) –2x + 5 – h e) $3x^2 + 3xh + h^2$

2) a) $\frac{2x^2+4x+3}{(x+1)^3}$ b) $\frac{-12x^2+4}{(x^2+1)^3}$ c) $\frac{16x-40}{(3-2x)^3}$ d) $\frac{-x-a}{(x-a)^3}$

Lösungen II.9

Lösungen siehe Übungsblatt!

Kusch S. 244:
19) $x - 7$ 20) $x - 5$ 21) $x^2 + yx + y^2$ 22) $a^2 - a + 1$ 23) $2x + 5$ 24) $7x + 3$ 25) $u^2 - 2u + 4$
26) $x^3 + x^2 + x + 1$ 27) $x - 2 + \frac{2}{x-5}$ 28) $x + 6 + \frac{35}{2x-7}$ 29) $x - 1 + \frac{1}{x+1}$ e) $x^2 - 1 + \frac{1}{x+2}$

Lösungen II.10

1) a) 3 b) 5 c) x d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{1}{8}$ f) x 2) a) 0 b) –lg x c) –lg u d) 1 – lg a e) 2 – lg x

3) a) a) lg 3 + lg x b) lg a + lg b + lg c c) lg 5 + lg a – lg x d) $\log_2 u + \log_2 v - \log_2 w$
b) a) 2 lg u b) 3 lg x c) 0,5 lg x d) $-0{,}5 \log_3 x$

4) a) lg u b) 5 lg x c) –lg a d) 0 e) –lg 2 f) 0 g) 0,5 lg x h) 2 i) lg 2 j) 2 lg x

5) a) $\frac{\lg 12}{\lg 2} \approx 3{,}5850$ b) $\frac{\lg 2}{\lg 12} \approx 0{,}2789$ c) $\frac{\lg 0{,}5}{\lg 1{,}5} \approx -1{,}7095$ d) $\frac{\lg 5}{\lg \sqrt{2}} \approx 4{,}6439$