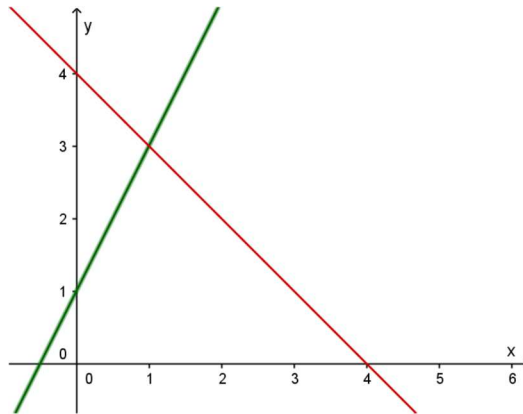


I.0 Wiederholung

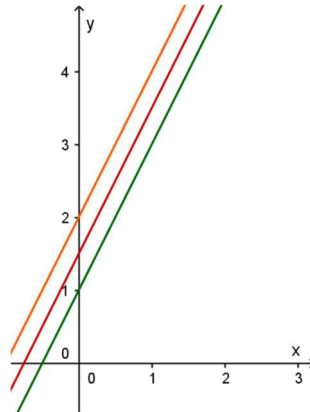
184/11

a) $y = 2x + 1$; $y = -x + 4$



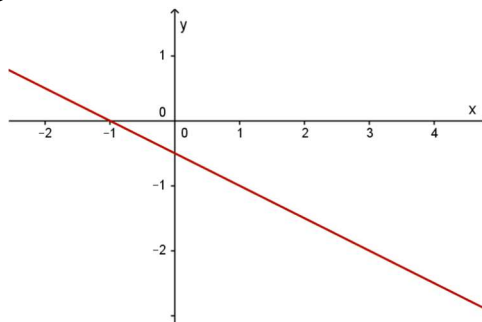
$L = \{(1; 3)\}$ (Geraden schneiden sich in einem Punkt)

b) $y = 2x + 1$; $y = 2x + 1,5$; $y = 2x + 2$



$L = \{\}$ (Geraden echt parallel)

c) $y = -0,5x - 0,5$; $y = -0,5x - 0,5$



$L = \{(\lambda; -0,5\lambda - 0,5) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ (Geraden sind identisch, liegen aufeinander)

184/12 a) grün b) rot

272/1 G: Gleichsetzungsverfahren; E: Einsetzungsverfahren; A: Additionsverfahren

a) $L = \{(0,2; 0,4)\}$; A

f) $L = \{(0,5; 0,25)\}$; A

k) $L = \{(8; 6)\}$; A

b) $L = \{(0,5; -2)\}$; E

g) $L = \{(5; 3)\}$; A

l) $L = \{(-1; 3)\}$; A

c) $L = \{(2; 5)\}$; E / G

h) $L = \{(1; -1)\}$; A

m) $L = \{(3; -2)\}$; A

d) $L = \{(0; 2)\}$; E / G

i) $L = \{(-2; -5)\}$; A

e) $L = \{(2; 4)\}$; A

j) $L = \{(0,8; 1,2)\}$; A

I.1 Stufenform und Gauß-Verfahren

176/3

a) $a = 500$; $b = 400$; $c = 800$

b) $x = 1$; $y = 0$; $z = 0$

c) $x_1 = -1$; $x_2 = -2$; $x_3 = -2$

176/4 a) $L = \{(-1; 5)\}$ b) $L = \{(4; -3; 1)\}$

176/5

a) $a = 505/3$; $b = -71/3$; $c = -56/3$

b) $q = 1$; $r = -1$; $s = 2$; $t = 3$

c) $x_1 = 5$; $x_2 = 4$; $x_3 = 3$; $x_4 = 2$; $x_5 = 1$

d₁) $a = -5$; $b = 4$; $c = 1$

d₂) $a = -6$; $b = 5$; $c = 3$

d₃) $a = -3$; $b = 2$; $c = -3$

d₄) $a = -2$; $b = 1$; $c = -5$

180/1 Gauß-Verfahren führt auf falsche Aussage (links Nullen, rechts nicht)

180/2 Gauß-Verfahren führt auf wahre Aussage (Nullzeile); es bleiben nur zwei Gleichungen für drei Variablen übrig, und es gibt nirgends eine falsche Aussage

180/5 jeweils z. B.!

a) $x + y + z = -1$; $2x + 2x + z = -2$; $x - y + z = -3$

b) $x + y + z = 8$; $2x + y - z = 8$; $-x - y + z = -6$

c) $x + y + z = 7$; $x - y + z = 7$; $2x - 3y + 5z = 35$

180/6 jeweils z. B.!

a) $x + y + z = 0$; $2x + 3x + 4z = 0$; $x + 4y + 5z = 0$

b) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 1$

c) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 0$

183/1

a) $L = \{(-15; -9; 5)\}$

b) $L = \{(-39; -21; 17)\}$

c) $L = \{(0; -1,5 + 0,5\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $\{(0; \lambda; 3 + 2\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

d) $L = \{(7; -4; 1)\}$

e) $L = \left\{ \left(-\frac{23}{11}, -\frac{10}{11}, -\frac{28}{11} \right) \right\}$

f) $L = \{ \}$

g) $L = \{(-1; 2; -4)\}$

h) $L = \{(0,8 - 0,4\lambda; -3,8 - 1,1\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $\left\{ \left(\frac{24}{11} + \frac{4}{11}\lambda; \lambda; -\frac{38}{11} - \frac{10}{11}\lambda \right) \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$

oder $\{(\lambda; -6 + 2,75\lambda; 2 - 2,5\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

i) $L = \{(2; 2; 2)\}$

272/2 $x = 1$; $y = 2$; $z = 3$

273

a) $L = \{(0,5; -2; 1,5)\}$

b) So, wie es dran steht, gibt es unendlich viele Lösungen. Falls in III noch +c steht, ist $L = \{(0; 2; 0)\}$.

c) $L = \{(2; -7,5; 3)\}$

I.2 Matrizen

175/1

- a) $L = \{(2; -3; 5)\}$ d) $L = \{(0; 3)\}$
b) $L = \{(-11; 5; -3)\}$ e) $L = \{(0; 0,5; 0)\}$
c) $L = \{(-7; 7; 7)\}$ f) $L = \{(1; -2; -1; 4)\}$

175/2

- a) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{array}\right) \implies L = \{(1,5; 0)\}$
b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}\right) \implies L = \{(2; 2; -2)\}$
c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \implies L = \{(2; 1; -0,5)\}$
d) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 10 \\ 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \implies L = \{(18; -2)\}$
e) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 15 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \implies L = \{(2,5; 0,6; -1)\}$

f) Ist im Prinzip schon in Dreiecksform, man könnte höchstens noch Zeilen bzw. Spalten vertauschen. $L = \{(-5; 3; -2)\}$

180/3 $L = \{(0; 0; 0)\}$, also offensichtlich eindeutig lösbar

180/7

- a) Die 2. Zeile ist gleich dem 3. Zeile mal -2 , aus diesen beiden ergibt sich also eine Nullzeile; es bleiben also letztlich nur zwei Gleichungen für drei Variablen. Außerdem ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.
b) Es sind nur drei Gleichungen für vier Variablen, und es ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.

180/8

- a) unendlich viele Lösungen: $L = \{(2 + \lambda; 4 - 2\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
b) unendlich viele Lösungen: $L = \{(5 - 9\lambda + 2\mu; \lambda; \mu) \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$
c) unendlich viele Lösungen: $L = \{(-0,4 - 3,2\lambda; \lambda; -0,6 - 0,8\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
d) keine Lösung

I.3 Unter- und überbestimmte LGS

180/9

- a) unterbestimmt; $L = \{(2 - \lambda; \lambda - 1; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $L = \{(1 - \lambda; \lambda; \lambda + 1) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
oder $L = \{(\lambda; 1 - \lambda; 2 - \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
b) unterbestimmt; $L = \{(\lambda; \lambda; \lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
c) überbestimmt; $L = \{\}$
d) überbestimmt; $L = \{(0; 0)\}$

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag): $(\lambda \in \mathbb{R})$

81/1

- a) (6; 7) b) (2; -1) c) keine Lsg. d) (0; -4) e) $(1 + 2\lambda; \lambda)$ oder $(-0,5 + \lambda/2; \lambda)$
f) keine Lsg. g) (-1; 5; 2) h) (-2; 3; 4) i) keine Lsg. j) (2; 2; 2) k) keine Lsg. l) (0; 4; -3)

81/2 a) $(-1 - \lambda; 1; \lambda)$ oder $(\lambda; 1; -1 - \lambda)$ b) $(31 - 2\lambda; \lambda; 20)$ oder $(\lambda; 15,5 - \lambda/2; 20)$ d) keine Lösung

altes Buch 11. Klasse (Bildungsverlag EINS) 299f/5 $(\lambda \in \mathbb{R})$

- e) $(\lambda; 1 - 2,4\lambda; 1 + 0,2\lambda)$ oder $(\frac{5}{12} - \frac{5}{12}\lambda; \lambda; \frac{13}{12} - \frac{1}{12}\lambda)$ oder $(-5 + 5\lambda; 13 - 12\lambda; \lambda)$
f) $(\lambda; \frac{5}{58} - \frac{12}{29}\lambda; \frac{1}{29} - \frac{1}{29}\lambda)$ oder $(\frac{5}{24} - \frac{29}{12}\lambda; \lambda; \frac{1}{24} - \frac{1}{12}\lambda)$ oder $(-1 + 29\lambda; 0,5 - 12\lambda; \lambda)$

I.4 Anwendungen

176/6 a) $a = -7/3$; $c = -19/6$ b) $a = -1$; $c = 4$

176/7 a) $f(x) = x^2 - 2x - 2$ b) $f(x) = \frac{11}{12}x^2 + \frac{1}{3}x + 3$

176/8 a) 10 Schweine, 4 Gänse b) falsch

176/9 Jonas ist 10 Jahre alt, seine Mutter 42.

176/10

V bzw. P bzw. L: Preis eines Veggie- bzw. eines Premium- bzw. eines Luxusburgers

$\implies 4V = P + 2L$ und $L = P + 2$

\implies a) wahr b) falsch

176/11

Alle 22 Parabeln verlaufen sogar jeweils durch genau 3 der Punkte. Es ist sinnvoll, die Parabeln in 3 Gruppen aufzuteilen – den Grund sieht man, wenn man die Parabeln zeichnet. (Machen Sie mal!)

$$f(x) = x^2 - 4x + 6$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 9$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 2$$

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 2$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 3$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 3$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 2,5x + 4$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 2,5x + 5$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 7$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 1,5x + 1$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 1,5x + 2$$

$$f(x) = -x^2 + 3x + 1$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2,5x$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2,5x - 1$$

$$f(x) = -x^2 + 5x - 3$$

$$f(x) = 1,5x^2 - 5,5x + 6$$

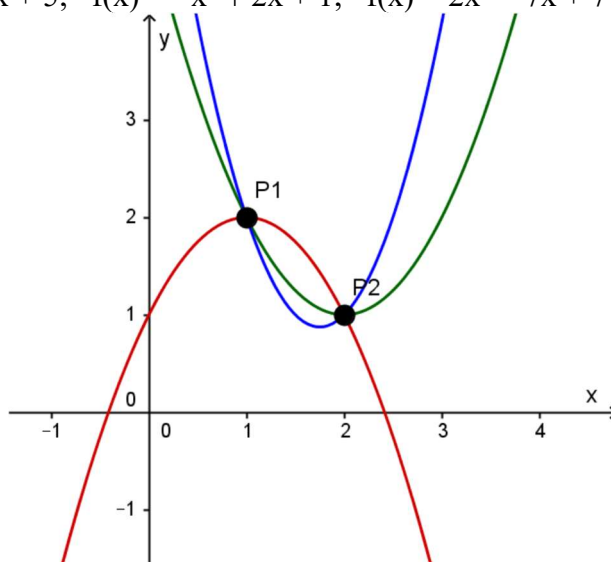
$$f(x) = 1,5x^2 - 6,5x + 8$$

$$f(x) = -1,5x^2 + 5,5x - 2$$

$$f(x) = -1,5x^2 + 6,5x - 4$$

180/4 2 Filzplatten und 2 Perlen

180/10 z. B.: $f(x) = x^2 - 4x + 5$; $f(x) = -x^2 + 2x + 1$; $f(x) = 2x^2 - 7x + 7$



183/3 0,79 €; 13,34 €; 0,90 €

183/4 **gefragt ist hier selbstverständlich die kleinste natürliche Lösung!**

$x_1 = 3$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1$; $x_4 = 3$

183/5 **siehe 183/4**

$x_1 = 4$; $x_2 = 11$; $x_3 = 2$; $x_4 = 8$

183/6 *alle Stromstärken in A*

a) $I_1 = 1$; $I_2 = 3$; $I_3 = 4$

b) $I_1 = 24$; $I_2 = 16$; $I_3 = 8$; $I_4 = 16$; $I_5 = 8$; $I_6 = 24$

184/7

a) Messen wir von allen Säften jeweils Portionen von 100 ml ab und nennen die Anzahlen der Portionen O(orange), K(irsch), B(anane). Pro Portion Kirschsafte haben wir 19 mg Vitamin C, insgesamt also $19 \cdot K$ mg; vom Bananensaft haben wir entsprechend $8 \cdot B$ mg Vitamin C. Insgesamt brauchen die kleinen Kinder 60 mg Vitamin C, also muss gelten:

$$19K + 8B = 60$$

Außerdem soll der Saft insgesamt 200 ml haben, also 2 Portionen enthalten; es muss also gelten:

$$K + B = 2$$

b) $K + B = 4$ und $19K + 8B = 60$

$\implies K = 28/11$; $B = 16/11$

c) Beim LGS in (a) erhält man eine Lösung mit $B < 0$, es ist also nicht möglich, so einen Saft zu mischen. Der Saft in (b) ist dagegen prinzipiell möglich, es ist aber natürlich praktisch unmöglich, die Elftel genau abzumessen.

d) $O + K + B = 4$ und $30O + 19K + 8B = 100$

Es gibt unendlich viele Lösungen: $O = 24/11 + \lambda$; $K = 20/11 - 2\lambda$; $B = \lambda \in \mathbb{R}$

Damit alle Zahlen positiv sind, muss zusätzlich gelten: $0 < \lambda < \frac{10}{11}$

184/8 213

184/9 2; 1; 2

184/10 130; 125; 248

274

Ich weiß nicht, was hier als Lösung eigentlich gedacht ist (und ob das überhaupt mit einem LGS gelöst werden soll), aber ich würde das Pizza-Party-Blech bestellen – ist zwar angeblich für 6 Personen, aber das schafft man sicher auch zu fünft... Oder man hat noch was übrig für den nächsten Morgen. ;-)

I.5 LGS mit Parameter

182/1

a) $L = \{(-16; -5; 7)\}$

b) $s = -2: L = \{\}; \quad s \neq -2: L = \left\{\left(\frac{-30s-}{s+2}; \frac{-12s+}{s+2}; \frac{28}{s+2}\right)\right\}$

182/2

a) $a = 0$ oder $a = -2$ oder $a = -3$: keine Lösung

$a = 2$: unendlich viele Lösungen

sonst: genau eine Lösung

b) $a = 2$: keine Lösung; $a \neq 2$: genau eine Lösung

c) $a = -2$: keine Lösung; $a \neq -2$: genau eine Lösung

d) $a = 0$ oder $a = -1$ oder $a = 4$: genau eine Lösung

sonst: keine Lösung

(Tipp: zuerst III betrachten, dann I!)

182/3

$L = \{(2 - r; 1; 10)\}$

z. B.: $r = 0: L = \{(2; 1; 10)\}; \quad r = 2: L = \{(0; 1; 10)\}$

182/4

a) $c = 0$ b) $c = 10$ oder $c = -1$

182/5

$a = -2; \quad b = 1; \quad c = 1$

183/2

a) $a = 0$: unendlich viele; $a \neq 0$: genau eine

b) $a = 0$: unendlich viele; $a = 2$: keine; sonst: genau eine

184/12

c) alles richtig

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):

84/2 a) $a = 1$ oder $a = 1,5$ b) $a = -2$

85/3

a) $a = 0$ b) $a = 82$

85/4

a) $a = \pm \sqrt{2}$ b) $a = -6$ oder $a = 1,5$

85/5

a) z.B.: $(a - 3 - (4+3a)\lambda; 1 + (1+a)\lambda; \lambda)$

b) z.B.: $(6a - 11 - 0,5a\lambda; 4 - 2a; \lambda)$

$(\lambda \in \mathbb{R})$