

## IV.1 Monotonie und Extrempunkte

### a) Monotonieintervalle:

141/3 (T) bzw. 137/3 (NT)

- a)  $G_f$  ist sms in  $]-\infty; \frac{1}{3}]$ , smf in  $[\frac{1}{3}; \infty[$   
b)  $G_f$  ist sms in  $]-\infty; 0]$  und  $[\frac{1}{4}; \infty[$ , smf in  $[0; \frac{1}{4}]$   
c)  $G_f$  ist smf in  $]-\infty; -2]$  und  $[2; \infty[$ , sms in  $[-2; 2]$   
d)  $G_f$  ist sms in  $\mathbb{R}$   
e)  $G_f$  ist smf in  $]-\infty; 1]$  und  $[2; \infty[$ , sms in  $[1; 2]$   
f)  $G_f$  ist smf in  $]-\infty; 0]$  und  $[0; 12]$ , sms in  $[12; \infty[$   
(hier wäre auch „smf in  $]-\infty; 12]$ “ richtig – aber nicht empfehlenswert)

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

254/5  $f'(x) = 0$  darf höchstens eine Lösung haben, also  $D \leq 0$

a)  $-1 \leq a \leq 1$

b)  $a = 0$

### b) Extrem- und Terrassenpunkte:

141/1 (T) bzw. 137/1 (NT)

**unklar, was hier mit „rechnerisch“ gemeint ist; VZT? graphisch lösen ist einfacher!**

- |                |   |   |
|----------------|---|---|
| a) TiP(-2 -11) | e) HoP(-1 \frac{2}{3}), TiP(1 -\frac{2}{3}) | i) TiP <sub>1</sub> (-5 -256), HoP(-1 64), TiP <sub>2</sub> (2 -84,5) |
| b) HoP(1 5)    | f) HoP(-4 32), TiP(0 0)                     | j) TiP <sub>1</sub> (-2 0), HoP(2 32), TiP <sub>2</sub> (6 0)         |
| c) TiP(4 -8)   | g) keine Exp (nur TeP!)                     | k) HoP(0 60)  |
| d) HoP(2 12)   | h) HoP(1 \frac{16}{3}), TiP(3 0)            | l) TiP(0 0)   |

141/2 (T) bzw. 137/2 (NT)

- |  |   |
|--|---|
| a) Min.st.: $x_1 = 0,5$                                    | e) Max.st.: $x_1 = -1$ ; Min. St.: $x_2 = 1$              |
| b) Max.st.: $x_1 = 0$                                      | f) Min.st.: $x_1 = -4$ ; Max. St.: $x_2 = 4$              |
| c) Min.st.: $x_1 = 1,5$                                    | g) Max.st.: $x_1 = 0,5$ ; Min. St.: $x_2 = 2,5$           |
| d) Max.st.: $x_1 = -3$ ; Min. st.: $x_2 = 1$               | h) Max.st.: $x_1 = 0$ ; Min. St.: $x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$ |
| i) Min. St.: $x_1 = 2$                                     |   |
| j) Max.st.: $x_1 = 0$ ; Min. St.: $x_{2,3} = \pm 2$        |   |
| k) Max.st.: $x_1 = -\sqrt{2}$ ; Min. St.: $x_2 = \sqrt{2}$ |   |
| l) Min. St.: $x_1 = 0$                                     |   |

141/4 (T) bzw. 137/4 (NT) grün

141/5 (T) bzw. 137/5 (NT) a) f b) g c) f d) h

141/6 (T) bzw. 137/6 (NT)

a) Max.st.  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 6$ ; Min.st.:  $x_3 = 3$

b) **Stoff Klasse 12!**

HoP bei -3 ist der höchste Punkt auf dem gesamten Definitionsbereich, HoP bei 6 nicht;

TiP bei 3 ist nicht der tiefste Punkt auf dem gesamten Definitionsbereich

c) **Stoff Klasse 12!**

grün: nur noch Max.st.  $x_1 = -3$  (höchster Punkt auf  $D_f$ ); Min.st.:  $x_2 = 3$  (tiefster Punkt auf  $D_f$ )

rot: keine Änderung bei der Lage; TiP ist jetzt aber tiefster Punkt auf  $D_f$

gelb: nur noch Max.st.  $x_1 = 6$  (höchster Punkt auf  $D_f$ ); Min.st.:  $x_2 = 3$  (tiefster Punkt auf  $D_f$ )

132/9 (T) bzw. 128/9 (NT)

- a) wahr  
b) falsch; richtig ist: „... an dieser Stelle kleiner als 0.“  
c) wahr  
d) falsch; richtig ist: „... das Steigungsverhalten nicht.“  
altes Buch (Bildungsverlag EINS):

254/6

- a) falsch ( $f'$  ist eine quadratische Funktion, kann also auch eine doppelte oder gar keine Nullstelle haben; dann hat  $f$  keinen Extrempunkt!)
- b) falsch ( $f'$  ist eine Funktion dritten Grades; diese wechselt mindestens einmal das Vorzeichen; also hat  $f$  mindestens zwei unterschiedliche Monotonieintervalle)
- c) richtig ( $f'$  ist eine quadratische Funktion; wenn diese eine einfache Nullstelle hat, bei der das VZ von  $+$  zu  $-$  wechselt, dann hat sie auch eine einfache Nullstelle, bei der das VZ von  $-$  zu  $+$  wechselt; also hat  $f$  auch ein relatives Minimum)

154/9 (nur T) **teilweise Stoff Klasse 12**

Begründungen: Monotonie, ExP, TeP, Symmetrie verwenden

- a) 1                      b) 3                      c) 4                      d) 2

#### IV.2 Krümmung und Wendepunkte

a) Krümmungsintervalle

148/2 (T) bzw. 144/2 (NT)

- a)  $G_f$  ist RK in  $]-\infty; -1]$ , LK in  $[-1; \infty[$
- b)  $G_f$  ist LK in  $]-\infty; 0]$ , RK in  $[0; \infty[$
- c)  $G_f$  ist RK in  $]-\infty; 0]$ , LK in  $[0; \infty[$
- d)  $G_f$  ist LK in  $]-\infty; -3]$ , RK in  $[-3; \infty[$
- e)  $G_f$  ist RK in  $]-\infty; 3]$ , LK in  $[3; \infty[$
- f)  $G_f$  ist LK in  $]-\infty; 5]$ , RK in  $[5; \infty[$
- g)  $G_f$  ist LK in  $]-\infty; -2]$  und  $[2; \infty[$ , RK in  $[-2; 2]$
- h)  $G_f$  ist LK in  $]-\infty; 1]$  und  $[3; \infty[$ , RK in  $[1; 3]$
- i)  $G_f$  ist RK in  $]-\infty; 0]$ , LK in  $[0; \infty[$

153/7 (T) bzw. 156/10 (NT)      grün      **eher Stoff 12. Klasse...**

b) Wendepunkte:

148/1 (T) bzw. 144/1 (NT)

- a) (1)  $x_1 = 1$  (2)  $L \rightarrow R$  (3) 3 (4) nein
- b) (1)  $x_1 = -2$  (2)  $R \rightarrow L$  (3) 0 (4) ja
- c) (1)  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} \approx \pm 3,5$  (2)  $L \rightarrow R$  bzw.  $R \rightarrow L$  (3) 0 bzw.  $\approx -6$  (4) ja bzw. nein

148/2 (T) bzw. 144/2 (NT)

- |               |               |   |
|---------------|---------------|---|
| a) WeP(-1 2)  | d) WeP(-3 -6) | g) WeP <sub>1,2</sub> (±2 -10)                          |
| b) WeP(0 8,1) | e) WeP(3 8)   | h) WeP <sub>1</sub> (1 2,75); WeP <sub>2</sub> (3 6,75) |
| c) WeP(0 0)   | f) WeP(5 2)   | i) WeP(0 0)   |

148/3 (T) bzw. 144/3 (NT)      b); e); h) WeP<sub>2</sub>; i)

148/4 (T) bzw. 144/4 (NT)

- |                  |                    |                                 |
|------------------|--------------------|---------------------------------|
| a) $y = -3x - 1$ | d) $y = 3x + 3$    | g) $y = -8x + 6$ ; $y = 8x + 6$ |
| b) $y = 8,1$     | e) $y = 8$         | h) $y = 4x - 1,25$ ; $y = 6,75$ |
| c) $y = -4x$     | f) $y = 5,4x - 25$ | i) $y = 0$                      |

148/5 (T) bzw. 144/5 (NT)                      ja

148/6 (T) bzw. 144/6 (NT)

- a) WeP<sub>1</sub>(1|11/6)      b) Symmetrie zur y-Achse  $\Rightarrow$  WeP<sub>2</sub>(-1|11/6)      c)  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$

### IV.3 Nochmal: Extrempunkte

151/2 (T) bzw. 147/2 (NT)

- a) keine Extremstellen (f" liefert keine Aussage)
- b) Maximalstelle:  $x_1 = 4/3$ , Minimalstelle:  $x_2 = 4$
- c) Maximalstelle:  $x_1 = 1$ , Minimalstelle:  $x_2 = 3$
- d) keine Extremstellen (f" liefert keine Aussage)
- e) Minimalstelle:  $x_1 = 0$  (f" liefert keine Aussage)
- f) Maximalstelle:  $x_1 \approx 2,35$ , Minimalst.:  $x_2 = 3$ ,  $x_3 \approx -0,85$
- g) Maximalstelle:  $x_1 = -1$ , Minimalst.:  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = -2$
- h) Maximalstelle:  $x_1 = -3$ , Minimalstelle:  $x_2 = 3$  (f" liefert keine Aussage)
- i) Maximalstelle:  $x_1 = 0$ , Minimalstelle:  $x_2 = 64$  (f" liefert keine Aussage)

154/10 (nur T) **Stoff Klasse 12, vor allem c und d!**

i. F. jeweils:  $a \in \mathbb{R}^+$ ,  $c \in \mathbb{R}$

- a)  $f(x) = a \left( \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x \right) + c$
- b)  $f(x) = a \left( \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x \right) + c$
- c)  $f(x) = -a(x - 4)^2 + c$
- d)  $f(x) = a \cdot x^2 \cdot (x - 2)^2 + c$

154/11 (nur T) **Stoff Klasse 12!**

Seitenlängen a, b  $\implies A = ab$ ;  $u = 2a + 2b = 20$  (m)

aus u:  $b = 10 - a$ ; einsetzen in A  $\implies A(a) = -a^2 + 10a$

Die Funktion A hat ihr globales Maximum bei  $a = 5$  (Monotonie verwenden, oder Scheitelpunkt berechnen, z. B. mit quadratischer Ergänzung).

$\implies b = 5 \implies$  Rechteck ist Quadrat

154/12 (nur T)

- a) Man kann die 1. Ableitung verwenden, oder der Scheitelpunkt mit quadratischer Ergänzung o.ä. berechnen. Ergebnis:  $h = 8500,11$
- b) etwa  $50^\circ$  bzw. etwa  $(- )42^\circ$

Rand- und absolute Extrempunkte: Buch Klasse 12!

17/1

a) Rand-TiP(-2|0); abs. HoP(-1|5,5); abs. TiP(2|-8); Rand-HoP(3|-2,5)

b) Rand-HoP(-3|-5,5); abs. TiP(-2|-7); abs. HoP(2|3)

c) abs. Rand-TiP(-3|-3,5); lok. HoP(-2| $\frac{2}{3}$ ); lok. TiP(0|-3); abs. HoP(3|7,5); Rand-TiP(4| $\frac{2}{3}$ )

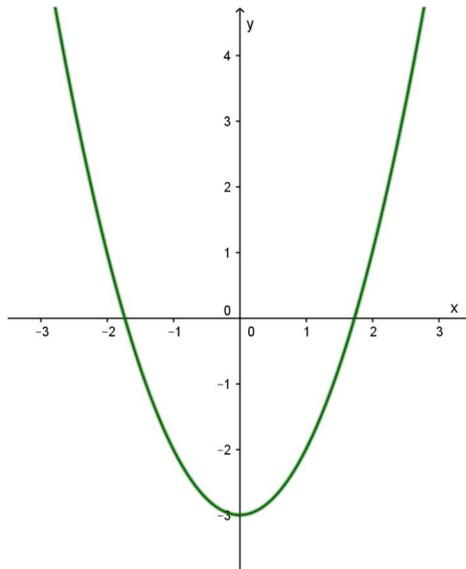
17/2

a) (NT)  $G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$N_{1,2}(\pm\sqrt{3}|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; 0]$ , sms in  $[0; \infty[$ ; abs. TiP(0|-3)  $\implies W_f = [-3; \infty[$

$G_f$  ist linksgekr. in  $\mathbb{R}$ ; keine WeP

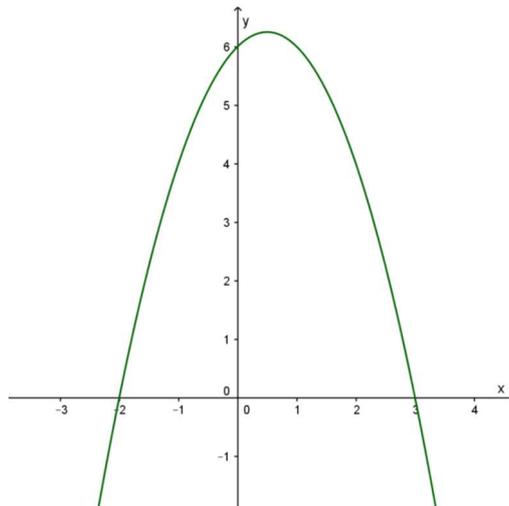


a) (T) bzw. b) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(-2|0)$ ,  $N_2(3|0)$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; 0,5]$ , smf in  $[0,5; \infty[$ ; abs. HoP(0,5|6,25)  $\implies W_f = ]-\infty; 6,25]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $\mathbb{R}$ ; keine WeP



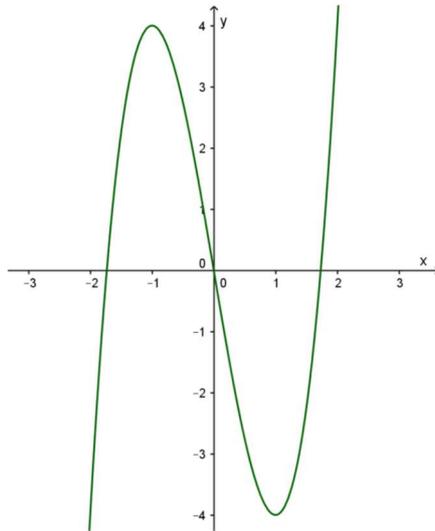
b) (T) bzw. c) (NT)  $G_f$  ist symmetrisch zum Ursprung;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$N_1(0|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm\sqrt{3}|0)$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; -1]$  und  $[1; \infty[$ , smf in  $[-1; 1]$ ; HoP(-1|4), TiP(1|-4)

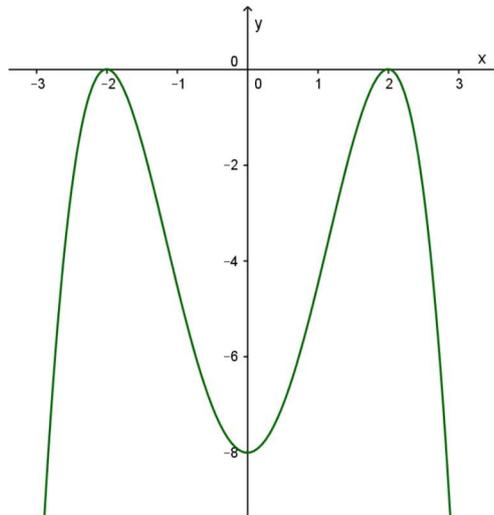
keine absoluten ExP;  $W_f = \mathbb{R}$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $]-\infty; 0]$ , linksgekr. in  $[0; \infty[$ ; WeP(0|0)



c) (T) bzw. d) (NT)  $G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_{1,2}(\pm 2|0)$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; -2]$  und  $[0; 2]$ , smf in  $[-2; 0]$  und  $[2; \infty[$ ; abs. HoP<sub>1,2</sub> =  $N_{1,2}$ ; TiP(0|-8)  $\implies W_f = ]-\infty; 0]$ ;  $G_f$  ist rechtsgekr. in  $]-\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$  und  $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , linksgekr. in  $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ ; WeP<sub>1,2</sub> $(\pm \frac{2}{3}\sqrt{3} | -\frac{32}{9})$

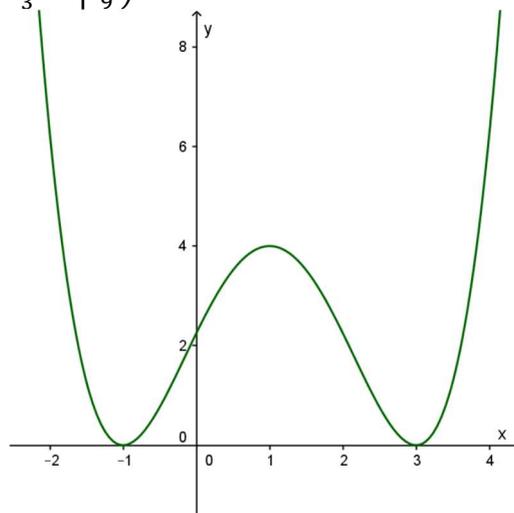


d) (T) bzw. e) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N_1(-1|0)$ ,  $N_2(3|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -1]$  und  $[1; 3]$ , sms in  $[-1; 1]$  und  $[3; \infty[$ ; abs. TiP<sub>1,2</sub> =  $N_{1,2}$ ; HoP(1|4)

$\implies W_f = [0; \infty[$ ;  $G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; 1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}]$  und  $[1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , rechtsgekr. in

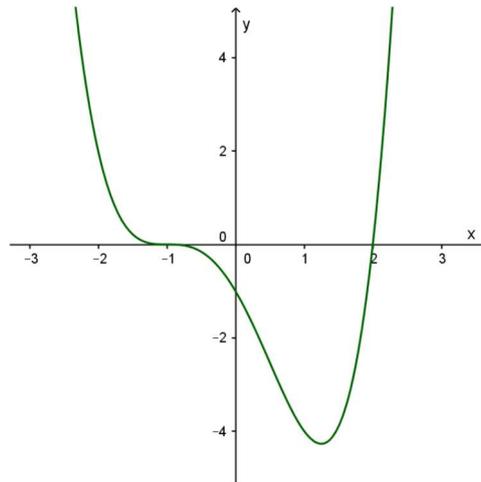
$[1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}; 1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ ; WeP<sub>1,2</sub> $(1 \pm \frac{2}{3}\sqrt{3} | \frac{16}{9})$



e) (T) bzw. f) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N_1(-1|0)$ ,  $N_2(2|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -1]$  und  $[-1; 1,25]$ , sms in  $[1,25; \infty[$ ; abs. TiP(1,25|-4,271484375)  $\implies$

$W_f = [-4,271484375; \infty[$ ;  $G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; -1]$  und  $[0,5; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[-1; 0,5]$ ;  $WeP_1 = N_1$ ;  $WeP_2(0,5|-2,53125)$



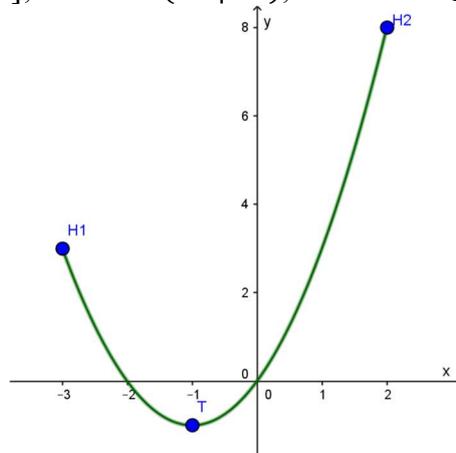
f)  $a > 0$ : alles wie bei (e), nur die y-Koordinaten mit  $2a$  multiplizieren,  $W_f = [-4,271484375 * 2a; \infty[$   
 $a < 0$ :  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ; Monotonieintervalle und Krümmungsintervalle jeweils genau anders herum; abs. HoP(1,25|-4,271484375 \* 2a);  $W_f = ]-\infty; -4,271484375 * 2a]$ ; y-Koordinaten mit  $2a$  multipliziert;  
 Rest wie bei (e)

Graph ist derselbe wie bei (e)!

17/3

a)  $N_1(0|0)$ ,  $N_2(-2|0)$

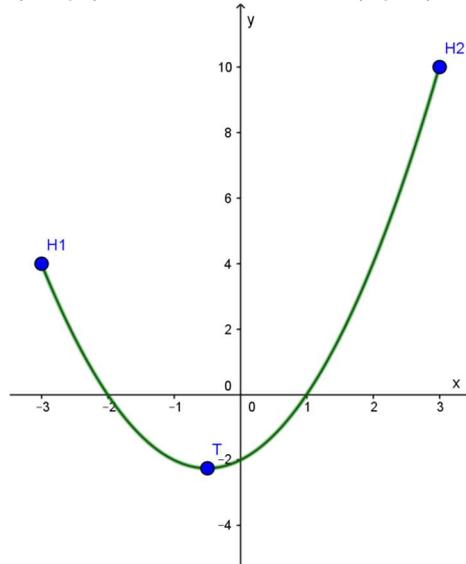
$G_f$  ist smf in  $[-3; -1]$ , sms in  $[-1; 2]$ ; abs. TiP(-1|-1), Rand-HoP<sub>1</sub>(-3|3), abs. Rand-HoP<sub>2</sub>(2|8)



b) (NT)  $N_1(-2|0)$ ,  $N_2(1|0)$

$G_f$  ist smf in  $[-3; -0,5]$ , sms in  $[-0,5; 3]$

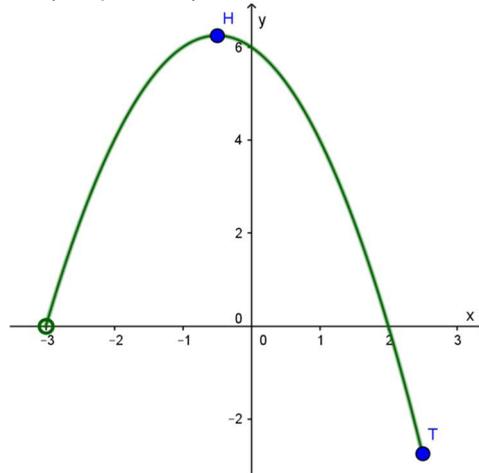
abs. TiP $(-0,5|-2,25)$ , Rand-HoP $_1(-3|4)$ , abs. Rand-HoP $_2(3|10)$



b) (T) bzw. c) (NT)  $N(2|0)$

$G_f$  ist sms in  $]-3; -0,5]$  (T) bzw.  $[-3; -0,5]$  (NT), smf in  $[-0,5; 2,5]$

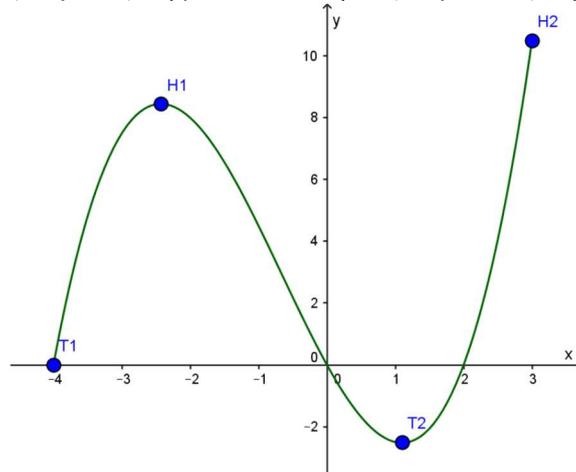
abs. HoP $(-0,5|6,25)$ , abs. Rand-TiP $(2,5|-2,75)$



c) (T) bzw. d) (NT)  $N_1(0|0)$ ,  $N_2(-4|0)$ ,  $N_3(2|0)$

$G_f$  ist sms in  $\left[-4; \frac{-2-2\sqrt{7}}{3} \approx -2,43\right]$  und  $\left[\frac{-2+2\sqrt{7}}{3} \approx 1,10; 3\right]$ , smf in  $[\approx -2,43; \approx 1,10]$

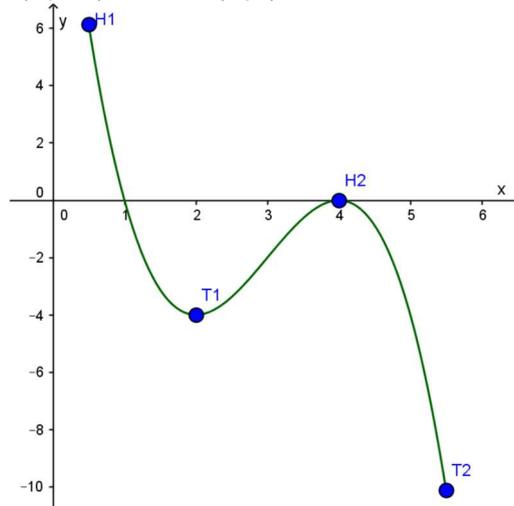
Rand-TiP $_1(-4|0)$ , HoP $_1(\approx -2,43|\approx 8,45)$ , abs. TiP $_2(\approx 1,10|\approx -2,52)$ , abs. Rand-HoP $_2(3|10,5)$



d) (T) bzw. e) (NT)  $N_1(1|0)$ ,  $N_2(4|0)$

$G_f$  ist smf in  $[0,5; 2]$  und  $[4; 5,5]$ , sms in  $[2; 4]$

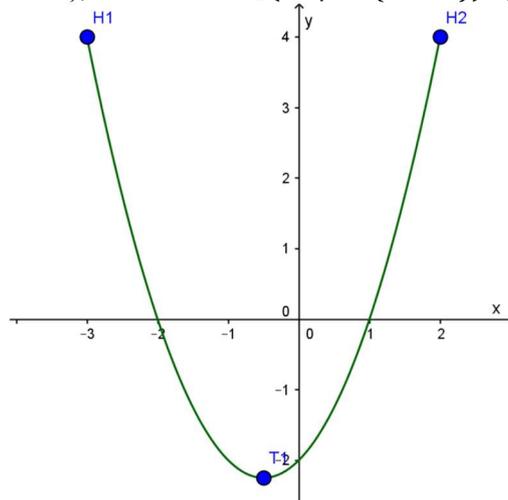
abs. Rand-HoP<sub>1</sub>(0,5|6,125), TiP<sub>1</sub>(2|-4), HoP<sub>2</sub>(4|0), abs. Rand-TiP<sub>2</sub>(5,5|-10,125)



e)  $N_1(-2|0)$ ,  $N_2(a|0)$

$G_f$  ist smf in  $[-3; \frac{a-2}{2}]$ , sms in  $[\frac{a-2}{2}; 2a]$ ; abs. TiP( $\frac{a-2}{2} | -\frac{(a+2)^2}{4}$ )

Rand-HoP<sub>1</sub>(-3|3+a) (abs. für  $a \leq 1$ ), Rand-HoP<sub>2</sub>(2a|2a(a+1)) (abs. für  $a \geq 1$ )



#### IV.4 Nochmal: Wendepunkte

148/7 (T) bzw. 144/7 (NT) **Stoff Klasse 12!**

$n = 4$ ;  $K(4) = 560$

151/2 (T) bzw. 147/2 (NT)

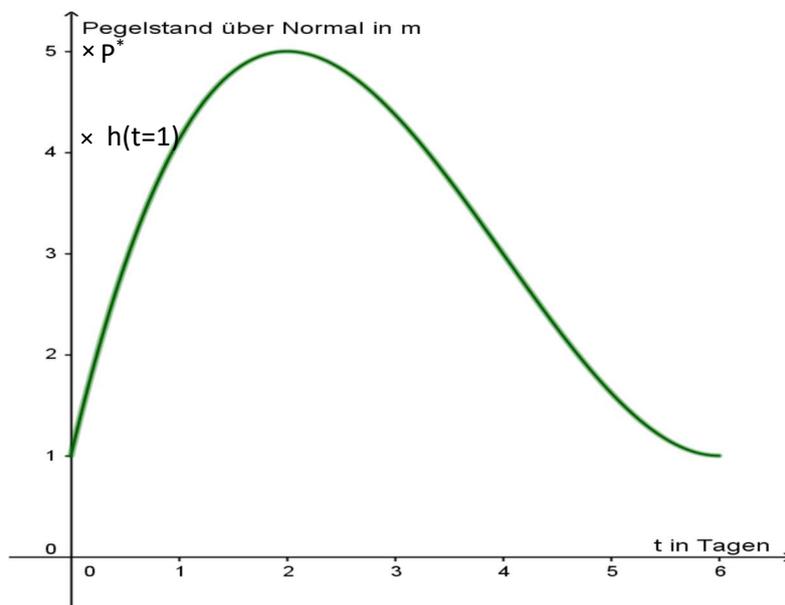
- Wendestelle:  $x_1 = 0$
- Wendestelle:  $x_1 = 8/3$
- Wendestelle:  $x_1 = 2$
- Wendestelle:  $x_1 = 1$
- keine Wendestellen ( $f'''$  liefert keine Aussage)
- Wendest.:  $x_1 \approx 0,31$ ,  $x_2 \approx 2,69$
- Wendest.:  $x_1 \approx -1,54$ ,  $x_2 \approx 0,87$
- Wendestellen:  $x_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = \pm 1,5\sqrt{2}$
- Wendestellen: nur  $x_2 = 48$  ( $f'''$  liefert keine Aussage bei  $x_1 = 0$ )

152/1 (T) bzw. 154/1 (NT)

- Hoch- und Tiefpunkt im angegebenen Bereich bestimmen.....  $x_{\max} = 2,1$ ,  $x_{\min} = 3,3$
- bei 27 km; Höhe: 1193,5 m **Stoff 12. Klasse!**

152/2 (T) bzw. 154/2 (NT)

- 1 m über Normal
- etwa 2,891 m bzw. etwa 4,962 m
- 4,125 m  $\implies$  Pegelstand ist in der 2. Tageshälfte langsamer gestiegen
- $h_{\max} = 5$  für  $t = 2$
- $t = 4$  **Stoff 12. Klasse!**
- 



- ausgelöst nach etwa 0,536 Tagen (knapp 13 h); aufgehoben nach 4 Tagen

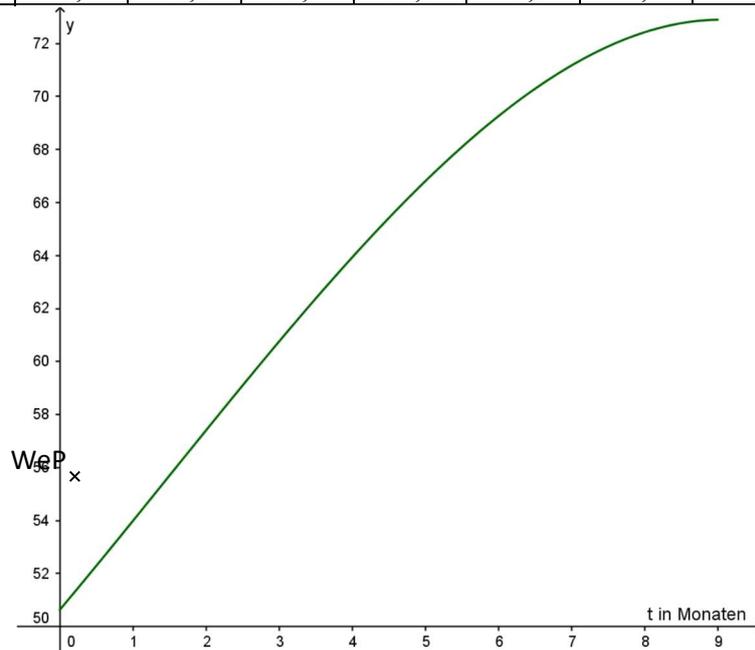
152/3 (T) bzw. 154/3 (NT)

- bis zum Gipfel 768 m hinauf (dahinter wieder 133,5 m hinunter)
- 634,5 m c) etwa 5 km; Rechnung:  $x = 5$
- bei  $x = 6$  am steilsten (und bei  $x = 0$ !); Steigung: 19,2%; 504 m hoch **Stoff 12. Klasse!**
- bei  $x = 2$  am flachsten (und bei  $x = 8$ !); Steigung 0%; 120 m hoch **Stoff 12. Klasse!**
- 9,6% bzw. 7,05% g)  $x = 6$ , siehe (d)
- 0 bis 3 km und 6 bis 9 km: 4,35%; 3 bis 6 km: 12,45%

162/2 (T) bzw. 153/2 (NT)

a) Funktionswerte gerundet auf eine Dezimale

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
g(t)	50,6	54,0	57,4	60,8	63,9	66,8	69,3	71,2	72,4	72,9



zunächst schnelles Wachstum, dann immer langsamer (bei 9 Monaten eigentlich praktisch gar nicht mehr...)

b) (TiP( $\approx -6,05$  |  $\approx 38,47$ ), HoP( $\approx 9,05$  |  $\approx 72,90$ ) beide nicht im Definitionsbereich!)

WeP(1,5 | 55,6875)

c) Nach  $t = 1,5$  Monaten erfolgt ein Wechsel von immer schneller werdendem Wachstum zu immer langsamer werdendem Wachstum.

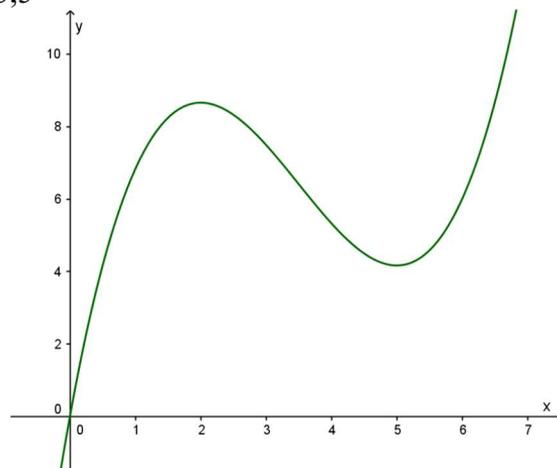
d) Nach dem HoP bei  $t \approx 9,05$  nimmt  $g$  wieder ab, das Kind wächst aber natürlich weiter.

**Buch Klasse 12:**

20/1

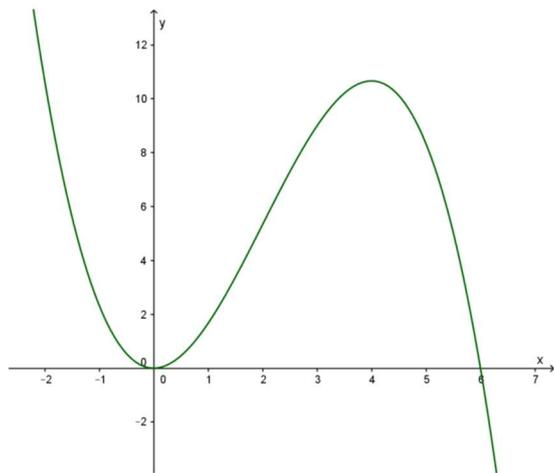
a) Änderungsrate negativ für  $2 < x < 5$ , positiv für  $x < 2$  oder  $x > 5$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = 3,5$

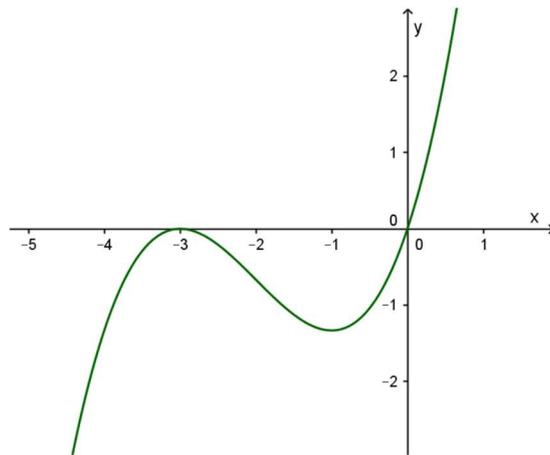


b) (NT) Änderungsrate positiv für  $0 < x < 4$ , negativ für  $x < 0$  oder  $x > 4$

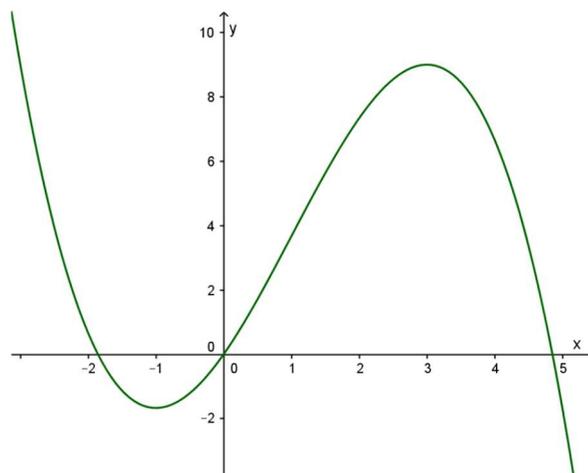
lokal stärkste Zunahme bei  $x = 2$



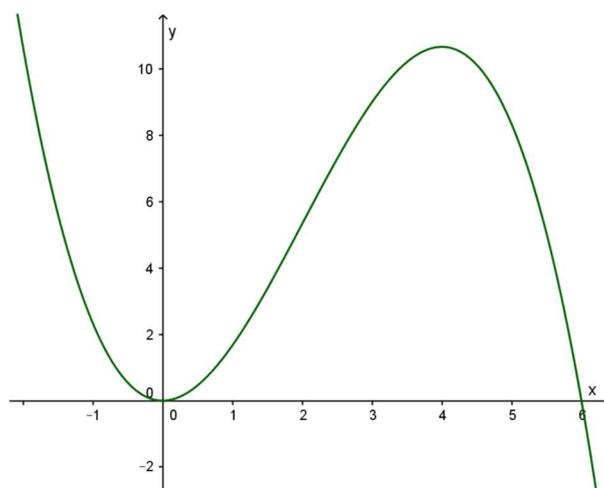
b) (T) bzw. c) (NT) Änderungsrate negativ für  $-3 < x < -1$ , positiv für  $x < -3$  oder  $x > -1$   
 lokal stärkste Abnahme bei  $x = -2$



c) (T) bzw. d) (NT) Änderungsrate positiv für  $-1 < x < 3$ , negativ für  $x < -1$  oder  $x > 3$   
 lokal stärkste Zunahme bei  $x = 1$



d) Änderungsrate positiv für  $0 < x < a$ , negativ für  $x < 0$  oder  $x > a$   
 lokal stärkste Zunahme bei  $x = a/2$



20/2

a) Änderungsrate negativ für  $x < -2$  oder  $0 < x < 3$ , positiv für  $-2 < x < 0$  oder  $x > 3$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = -2$  und bei  $x = \frac{1+\sqrt{19}}{3} \approx 1,79$ ,

lokal stärkste Zunahme bei  $x = \frac{1-\sqrt{19}}{3} \approx -1,12$  und bei  $x = 3$

b) Änderungsrate negativ für  $1 + \sqrt{6} < x < 4$ , positiv für  $-1 \leq x < 1 + \sqrt{6}$  oder  $x > 4$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = 2 + \sqrt{3}$ ,

lokal stärkste Zunahme bei  $x = 2 - \sqrt{3}$  und bei  $x = 5$

c) Änderungsrate negativ für  $2 < x < 5$ , positiv für  $0 < x < 2$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = \frac{7+\sqrt{19}}{3} \approx 3,79$ ,

lokal stärkste Zunahme bei  $x = \frac{7-\sqrt{19}}{3} \approx 0,88$

d) Änderungsrate negativ für  $3 < x < 5$ , positiv für  $1 < x < 3$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = \frac{9+2\sqrt{3}}{3} \approx 4,15$ ,

lokal stärkste Zunahme bei  $x = \frac{9-2\sqrt{3}}{3} \approx 1,85$

20/3

a) Die Bezeichnung ist hier falsch, man muss  $\dot{V}$  schreiben! Außerdem sind  $V'(\dots)$  keine Punkte; was ist hier also mit „Koordinaten der Punkte" gemeint?!? Die Werte sind:  $0$ ;  $\approx 36$ ;  $0$ ;  $\approx -42$ ;  $0$

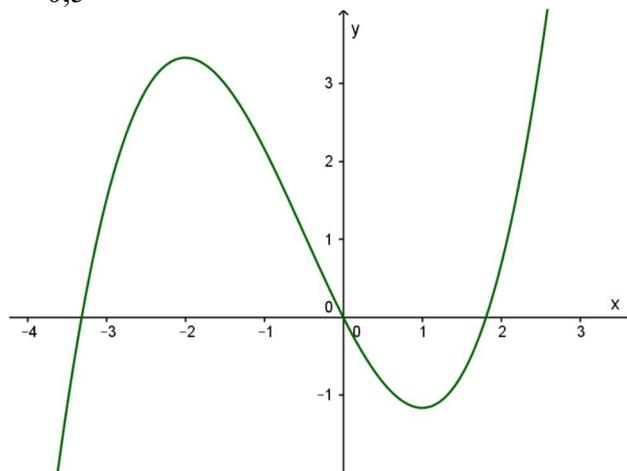
b)  $V$  nimmt für  $0 < t < 6$  zu, bei  $\approx 2,5$  am stärksten, bei  $1,5$  etwa mit  $36 \ell/\text{min}$ , nimmt für  $6 < t < 12$  ab, bei  $\approx 9,5$  am stärksten, nämlich mit  $\approx -42 \ell/\text{min}$

c) stärkste Abnahme siehe (b); stärkste Zunahme:  $\approx 42 \ell/\text{min}$

24/3

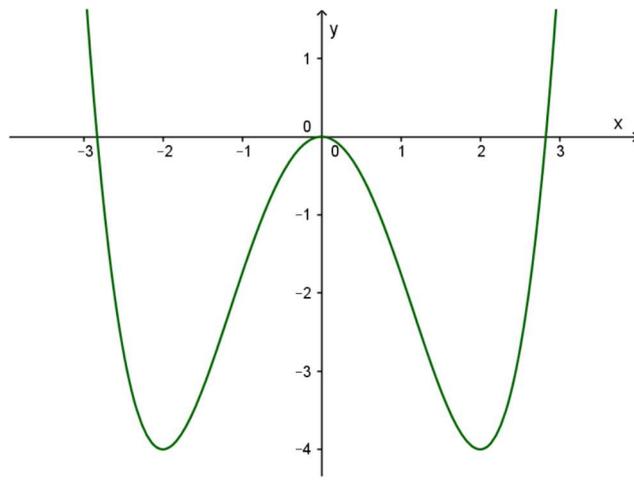
a) Änderungsrate positiv für  $x < -2$  oder  $x > 1$ , negativ für  $-2 < x < 1$

lokal stärkste Abnahme bei  $x = -0,5$

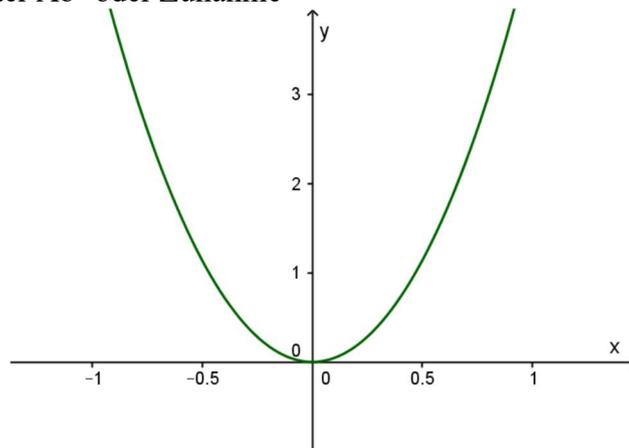


b) Änderungsrate negativ für  $x < -2$  oder  $0 < x < 2$ , positiv für  $-2 < x < 0$  oder  $x > 2$

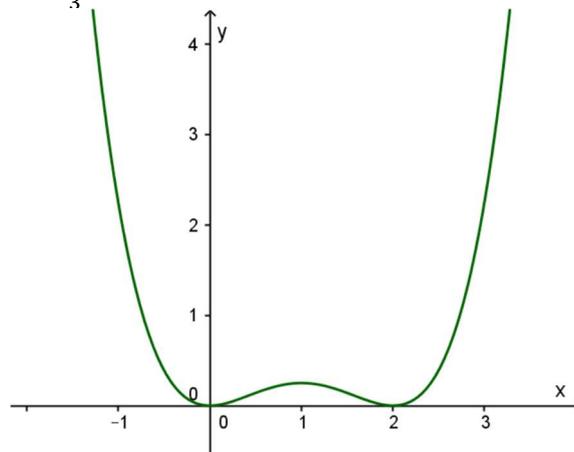
lokal stärkste Abnahme bei  $x = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ , lokal stärkste Zunahme bei  $x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$



c) Änderungsrate negativ für  $x < 0$ , positiv für  $x > 0$   
keine Stellen mit lokal stärkster Ab- oder Zunahme



d) Änderungsrate negativ für  $x < 0$  oder  $1 < x < 2$ , positiv für  $0 < x < 1$  oder  $x > 2$   
lokal stärkste Abnahme bei  $x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ , lokal stärkste Zunahme bei  $x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$



24/6 steilster Anstieg bei  $x = 2$ , steilste Abfahrt bei  $x = 5$

## IV.5 Kurvendiskussion

151/1 (T) bzw. 147/1 (NT)

Monotonie bzw. Krümmungsintervalle ermitteln, oder direkt VZW von  $f'$  bzw.  $f''$  beachten

- a) Maximalstelle:  $x_1 = 0$ ; keine Wendestellen
- b) Minimalstelle:  $x_1 = -2$ ; keine Wendestellen
- c) Maximalstelle:  $x_1 = -4$ , Minimalstelle:  $x_2 = 2$ ; Wendestelle:  $x_3 = -1$
- d) keine Extremstellen; Wendestelle:  $x_1 = -1$  (Terrassenstelle)
- e) keine Extremstellen; Wendestelle:  $x_1 = -1$
- f) Maximalstelle:  $x_1 = 3$ , Minimalstellen:  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 6$ ; Wendestellen:  $x_4 \approx 1,25$ ,  $x_5 \approx 4,75$

153/4 (T) bzw. 156/7 (NT)

- |         |           |         |           |
|---------|-----------|---------|-----------|
| a) wahr | b) falsch | c) wahr | d) wahr   |
| e) wahr | f) wahr   | g) wahr | h) falsch |

153/5 (T) bzw. 156/8 (NT)

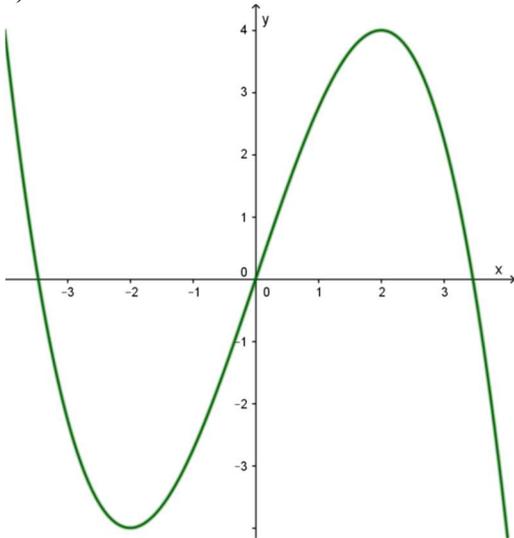
keine allgemeine Lösung angebar - machen Sie selbst mal!

153/6 (T) bzw. 156/9 (NT)

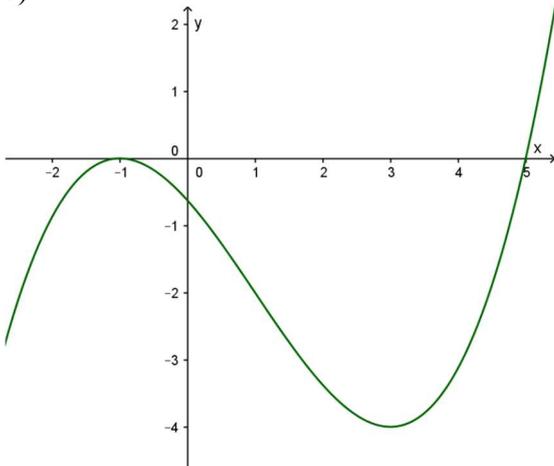
- |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) falsch | b) wahr   | c) falsch | d) falsch |
| e) wahr   | f) wahr   | g) falsch | h) wahr   |
| i) falsch | j) falsch |           |           |

153/8 (T) bzw. 156/11 (NT)

a)

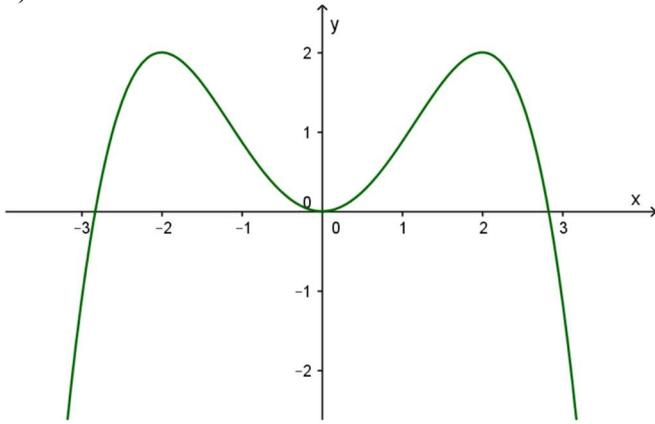


b)



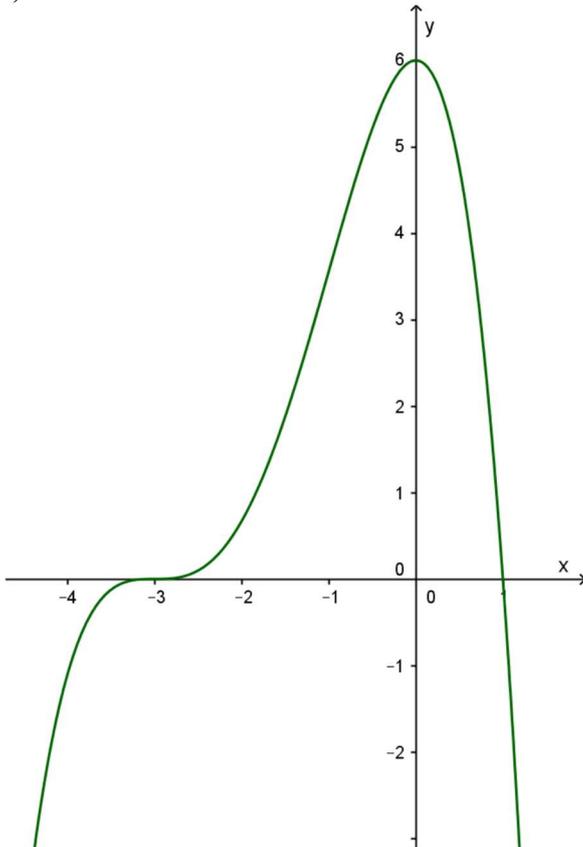
c) Wegen der Symmetrie müsste es noch einen zweiten Wendepunkt  $(-4|-3)$  geben; da die Funktion den Grad 3 hat, kann es aber nur einen Wendepunkt geben.

d)



e)  $f'$  ist vom Grad 3 und kann deswegen nicht genau zwei einfache Nullstellen haben (Globalverhalten beachten!). Deshalb kann  $f$  nicht genau zwei Extremstellen haben.

f)



162/1 (T) bzw. 153/1 (NT)

a) symmetrisch zum Ursprung;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N_1 = S_y$ ,  $N_{2,3}(\pm\sqrt{3}|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; 1]$  und  $[-1; +\infty[$ , smf in  $[-1; 1]$ ; HoP( $1|-\frac{2}{3}$ ), TiP( $-1|\frac{2}{3}$ )

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; 0]$ , LK in  $[0; +\infty[$ ; WeP( $0|0$ )

b) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N_1 = S_y$ ,  $N_2(-9|0)$ ,  $N_3(15|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -5]$  und  $[9; +\infty[$ , sms in  $[-5; 9]$ ; HoP( $9|972$ ), TiP( $-5| -400$ )

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; 2]$ , RK in  $[2; +\infty[$ ; WeP( $2|286$ )

c) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N = S_y$ ;

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$ ; keine Exp

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; -1]$ , LK in  $[-1; +\infty[$ ; WeP( $-1| -\frac{4}{3}$ )

d) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N = S_y$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -2]$  und  $[-2; +\infty[$  (also in ganz  $\mathbb{R}$ ); keine Exp

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; -2]$ , LK in  $[2; +\infty[$ ; WeP( $-2| -\frac{4}{3}$ ) = TeP

e) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N_{1,2} = S_y$ ;  $N_3(\frac{3}{8}|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; 0]$  und  $[\frac{1}{4}; +\infty[$ , smf in  $[0; \frac{1}{4}]$ ;  $\text{HoP}(0|0) = N_{1,2} = S_y$ ,  $\text{TiP}(\frac{1}{4} | -\frac{1}{48})$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; \frac{1}{8}]$ , LK in  $[\frac{1}{8}; +\infty[$ ;  $\text{WeP}(\frac{1}{8} | -\frac{1}{96})$

f) symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|-20)$ ;  $N_{1,2}(\pm 2|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; 0]$ , sms in  $[0; +\infty[$ ;  $\text{TiP} = S_y$

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$ ; keine WeP

g) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|3)$ ;  $N_1(-1|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -1]$ , sms in  $[-1; +\infty[$ ;  $\text{TiP} = N_1$

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$ ; keine WeP

h) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|-2)$ ;  $N_1(-2|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm\sqrt{5} - 1|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\frac{8}{3}]$  und  $[0; +\infty[$ , smf in  $[-\frac{8}{3}; 0]$ ;  $\text{TiP} = S_y$ ,  $\text{HoP}(-\frac{8}{3} | \frac{10}{27})$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; -\frac{4}{3}]$ , LK in  $[-\frac{4}{3}; +\infty[$ ;  $\text{WeP}(-\frac{4}{3} | -\frac{22}{27})$

i) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $S_y(0|\frac{16}{3})$ ;  $N_1(-2|0)$ ,  $N_2(4|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -2]$  und  $[2; +\infty[$ , sms in  $[-2; 2]$ ;  $\text{TiP} = N_1$ ,  $\text{HoP}(2 | \frac{32}{3})$

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; 0]$ , RK in  $[0; +\infty[$ ;  $\text{WeP} = S_y$

j) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|-4)$ ;  $N_1(2|0)$ ,  $N_2(0,5|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; 1]$  und  $[2; +\infty[$ , smf in  $[1; 2]$ ;  $\text{TiP} = N_1$ ,  $\text{HoP}(1|1)$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; 1,5]$ , LK in  $[1,5; +\infty[$ ;  $\text{WeP}(1,5|0,5)$

k) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $S_y(0|-4)$ ;  $N(2|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; 2]$ , smf in  $[2; +\infty[$ ;  $\text{HoP} = N$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; 0]$  und  $[\frac{5}{4}; +\infty[$ , LK in  $[0; \frac{5}{4}]$ ;  $\text{WeP}_1 = S_y$ ,  $\text{WeP}_2(\frac{5}{4} | -\frac{783}{512})$

l) symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N_1 = S_y$ ,  $N_{2,3}(\pm\sqrt{6}|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\sqrt{3}]$  und  $[0; +\sqrt{3}]$ , smf in  $[-\sqrt{3}; 0]$  und  $[+\sqrt{3}; +\infty[$ ;  $\text{TiP} = S_y$ ;  $\text{HoP}_{1,2}(\pm\sqrt{3} | 4,5)$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; -1]$  und  $[1; +\infty[$ , LK in  $[-1; 1]$ ;  $\text{WeP}_{1,2}(\pm 1 | 2,5)$

m) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $S_y(0|0,5)$ ;  $N_1(3|0)$ ,  $N_2(-1|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -1]$  und  $[-1; 2]$ , smf in  $[2; +\infty[$ ;  $\text{HoP}(2|4,5)$

$G_f$  ist RK in  $] -\infty; -1]$  und  $[1; +\infty[$ , LK in  $[-1; 1]$ ;  $\text{WeP}_1 = N_2 = \text{TeP}$ ,  $\text{WeP}_2(1|3)$

n) keine Symmetrie zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|-4)$ ;  $N_1 = S_y$ ,  $N_2(2|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; 0]$  und  $[1; 2]$ , sms in  $[0; 1]$  und  $[2; +\infty[$ ;  $\text{TiP}_1 = S_y$ ,  $\text{TiP}_2 = N_2$ ,  $\text{HoP}(1|\frac{1}{4})$

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}]$  und  $[1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty[$ , RK in  $[1 - \frac{\sqrt{3}}{3}; 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}]$ ;  $\text{WeP}_{1,2}(1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} | \frac{1}{9})$

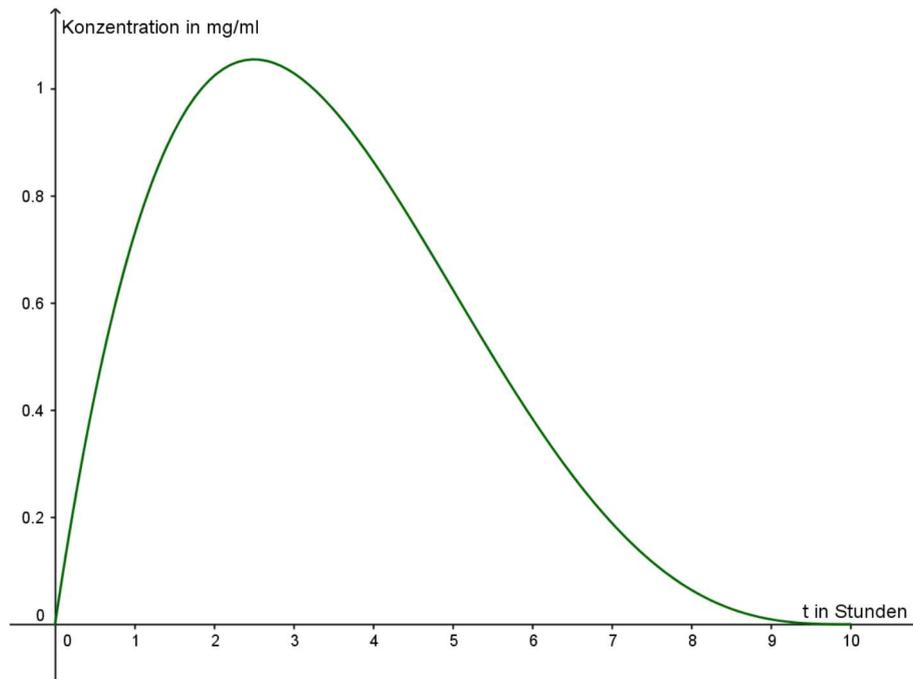
o) symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$ ;  $N_1 = S_y$ ,  $N_{2,3}(\pm 3|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -\frac{3}{2}\sqrt{2}]$  und  $[0; +\frac{3}{2}\sqrt{2}]$ , sms in  $[-\frac{3}{2}\sqrt{2}; 0]$  und  $[+\frac{3}{2}\sqrt{2}; +\infty[$ ;  $\text{HoP} = N_1$ ,  $\text{TiP}_{1,2}(\pm\frac{3}{2}\sqrt{2} | -\frac{27}{4})$

$G_f$  ist LK in  $] -\infty; -\frac{\sqrt{6}}{2}]$  und  $[+\frac{\sqrt{6}}{2}; +\infty[$ , RK in  $[-\frac{\sqrt{6}}{2}; +\frac{\sqrt{6}}{2}]$ ;  $\text{WeP}_{1,2}(\pm\frac{\sqrt{6}}{2} | -\frac{15}{4})$

162/3 (T) bzw. 153/3 (NT)

a)



b) Die Konzentration steigt zunächst recht schnell an, erreicht nach etwa 2,5 Stunden ihr Maximum und nimmt dann recht schnell wieder ab. Nach etwa 5 Stunden ist die Abnahmegeschwindigkeit am höchsten und wird dann immer langsamer. Nach etwa 10 Stunden befindet sich nichts mehr vom Medikament im Blut.

c) größte Konzentration, nämlich etwa 1,05 mg/ml, nach 2,5 Stunden

d) Konzentration nimmt zu bzw. ab

e) 0,486, d. h. die momentane Zunahmegeschwindigkeit bzw. -rate der Konzentration beträgt zu diesem Zeitpunkt 0,486 mg pro ml pro Stunde

f) zwischen  $t = 0$  und  $t = 10$ , siehe Zeichnung

g) abschätzen aus dem Graph (rechnerisch praktisch unmöglich zu lösen!): zwischen  $t \approx 0,3$  und  $t \approx 6,4$

162/4 (T) bzw. 153/4 (NT)

a) keine Symmetrie zum KS (f ist eine Funktion 4. Grades; deren Graph könnte nur dann symmetrisch zum KS sein, nämlich zur y-Achse, wenn die Steigung bei  $x = 0$  gleich 0 wäre.)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ; TiP bei  $-1$  und bei  $\approx 1,2$ , HoP bei  $\approx -0,2$ ; WeP bei  $\approx \pm \frac{2}{3}$

b) Nachteile: Abszissen können nur grob abgeschätzt werden; Ordinaten können nicht bestimmt werden, also auch nicht  $S_y$  und  $N$ ; Argumentation für Globalverhalten ist schwieriger; Symmetrie zur y-Achse kann bestimmt werden (ist aber schwieriger), Symmetrie zum Ursprung nicht.

Vorteil: Man muss nichts rechnen.

166/1 (nur T)

a)  $a = 0$ :  $x_{1,2,3,4} = 0$  vierfach;  $a \neq 0$ :  $x_{1,2,3} = 0$  dreifach,  $x_4 = -4a$  einfach

b)  $-1 < a < 1$ :  $x_1 = 0$  einfach;  $a = 1$ :  $x_1 = 0$  einfach,  $x_{2,3} = -1$  doppelt;  $a = -1$ :  $x_1 = 0$  einfach,  $x_{2,3} = 1$  doppelt;  $a < -1$  oder  $a > 1$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = -a \pm \sqrt{a^2 - 1}$  alle einfach

c)  $a = 0$ :  $x_{1,2,3,4} = 0$  vierfach;  $a > 0$ :  $x_{1,2} = 0$  doppelt;  $a < 0$ :  $x_{1,2} = 0$  doppelt,  $x_{3,4} = \pm \sqrt{-2a}$  beide einfach

d)  $x_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = -2a \pm \sqrt{4a^2 + 5}$  alle einfach

166/2 (nur T)

a)  $a \geq 0$ : keine Extremstellen;  $a < 0$ :  $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{a}{3}}$

b)  $x_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 + 3}$

c)  $a \leq 0$ : keine Extremstellen;  $a > 0$ :  $x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{a}$

d)  $a \leq -\frac{9}{16}$ : keine Extremstellen;  $a > -\frac{9}{16}$  (und  $\neq 0$ ):  $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16a}}{2a}$

166/3 (nur T)

- a)  $a \leq 0$ : keine Wendestellen;  $a > 0$ :  $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2a}{3}}$   
 b)  $a = 0$ : keine Wendestellen;  $a \neq 0$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -0,5a$   
 c)  $a \leq 0$ : keine Wendestellen;  $a > 0$ :  $x_{1,2} = \pm \sqrt{1,2a}$   
 d)  $a < 0$ : keine Wendestellen;  $a > 0$ :  $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2}{a}}$

166/4 (nur T)

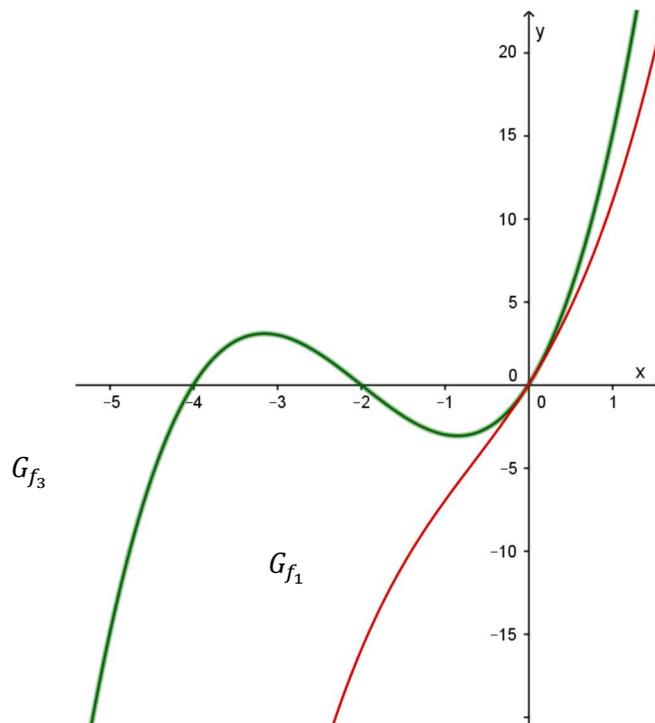
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$

$-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$ :  $N(0|0)$ ;  $a = -2\sqrt{2}$ :  $N_1(0|0)$ ;  $N_2(-2\sqrt{2}|0)$ ;  $a = 2\sqrt{2}$ :  $N_1(0|0)$ ;  $N_2(2\sqrt{2}|0)$ ;

$a < -2\sqrt{2}$  oder  $a > 2\sqrt{2}$ :  $N_1(0|0)$ ;  $N_{2,3}(-a \pm \sqrt{a^2 - 8}|0)$

$-\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{6}$ : keine Extremstellen;  $a < -\sqrt{6}$  oder  $a > \sqrt{6}$ :  $x_{1,2} = \frac{-2a \pm 2\sqrt{a^2 - 6}}{3}$

WeP  $(-\frac{2a}{3} | \frac{16}{27} - \frac{16}{3})$



166/5 (nur T)

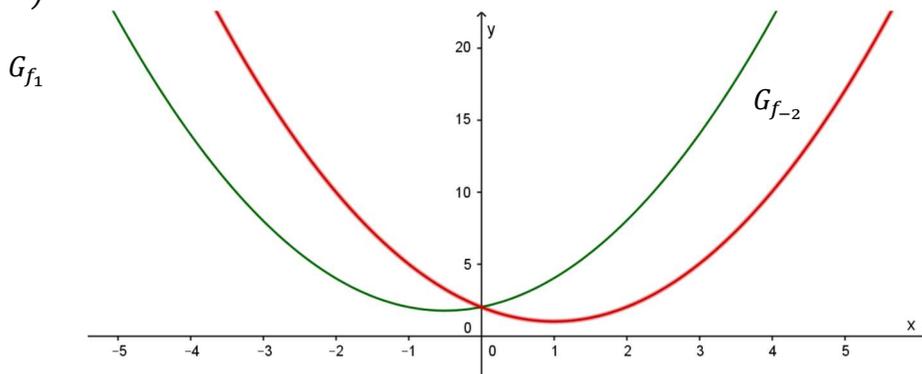
- a)  $a = 0$ : symmetrisch zur y-Achse;  $a \neq 0$ : keine Symmetrie zum KS

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|2)$

$-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$ : keine Nullstellen;  $a = -2\sqrt{2}$ :  $N(2\sqrt{2}|0)$ ;  $a = 2\sqrt{2}$ :  $N(-2\sqrt{2}|0)$ ;

$a < -2\sqrt{2}$  oder  $a > 2\sqrt{2}$ :  $N_{1,2}(\frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 8}}{2} | 0)$

TiP  $(-\frac{a}{2} | -\frac{a^2}{4} + 2)$ ; keine WeP

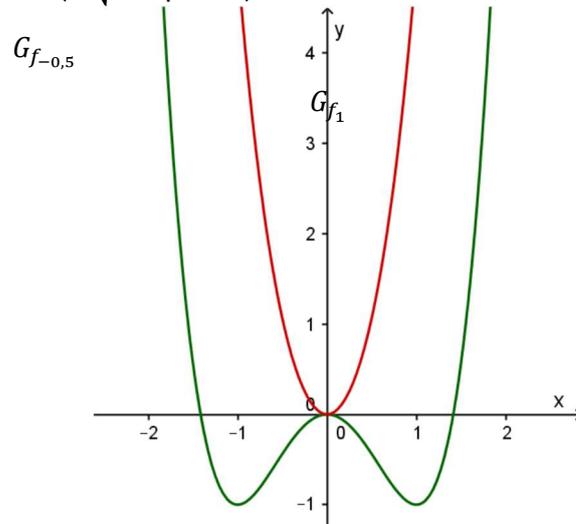


b) symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = +\infty$ ;  $S_y(0|0)$

$a \geq 0$ :  $N(0|0)$ ;  $a < 0$ :  $N_1(0|0)$ ;  $N_{2,3}(\pm 2\sqrt{-a}|0)$

Extremstellen:  $a > 0$ :  $x_1 = 0$ ;  $a = 0$ :  $x_{1,2,3} = 0$ ;  $a < 0$ :  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} = \pm\sqrt{-2a}$

$a \geq 0$ : keine WeP;  $a < 0$ : WeP<sub>1,2</sub> $\left(\pm\sqrt{\frac{-2a}{3}} \mid -\frac{20}{9}a^2\right)$



166/6 (nur T)  $a = \frac{1}{8}$

166/7 (nur T)

$f_a'(x) = 0$  hat für alle  $a$  die doppelte Lösung  $x_{1,2} = 3a \implies$  kein VZW von  $f_a' \implies$  TeP von  $G_{f_a}$

166/9 (nur T)

Die Vorzeichentabelle stimmt nur für  $a > 0$ ; für  $a = -1$  kommt zuerst  $x_1 = 0$ , dann  $x_2 = 2$ .

Außerdem sind die Vorzeichen in der Tabelle für  $a = -1$  genau andersherum (Parabel nach unten geöffnet!)

Die beiden Fehler heben sich teilweise gegenseitig auf, sodass die ExP (HoP bei 0, TiP bei 2) dann wieder stimmen.

167/1 (T) bzw. 155/4 (NT)

Zugang: 4/3 m; Sitzbank: nicht berechenbar, da man keine Informationen über den rechten unteren Punkt hat; Querung: 2 m; Steg 1: 7/3 m; Steg 2: 3 m; Weg 1: 12 m; Weg 2: 16/3 m

kürzeste Querung:  $\approx 1,88$  m

167/2 (T) bzw. 155/5 (NT)

a) wahr: ExP = Scheitelpunkt

b) wahr ( $f''(x) = 0$  ist immer eine lineare Gleichung, hat also immer genau eine einfache Lösung  $\implies$  genau ein VZW von  $f'' \implies$  genau eine Wendestelle)

c) falsch (Gegenbeispiel:  $f(x) = x^4$  hat nur einen ExP); richtig ist: „höchstens 3 ExP“

d) wahr bei ganzrationalen Funktionen (im Allgemeinen nicht!); zwischen zwei Nullstellen von  $f'$  mit VZW muss immer eine Extremstelle von  $f'$  liegen

e) falsch (Es gibt Funktionen, bei denen die Ableitung nur zwei doppelte Nullstellen hat, z. B.  $f'(x) = x^2(x+1)^2 \implies G_f$  hat nur zwei TeP, also zwei WeP, aber keine ExP.)

f) wahr (z. B.  $f(x) = x^3$ )

g) falsch ( $f''(x) = 0$  ist eine Gleichung 3. Grades, kann also keine 4 Lösungen haben); richtig ist: „höchstens 3 WeP“

h) falsch; richtig ist: „..., so liegt eine Flachstelle vor“ bzw. „Gilt  $f'(x_E) = 0$  mit VZW, ...“

i) falsch (Gegenbeispiel:  $f(x) = x^3 + x + 1 \implies$  WeP(0|1)); richtig ist: „auf der y-Achse“

167/3 (T) bzw. 155/6 (NT)

a) keine weiteren EXP (nur ein TeP)

b) AB:  $y = -\frac{17}{60}x + \frac{221}{60}$ ;  $|\overline{AB}| \approx 3,12$

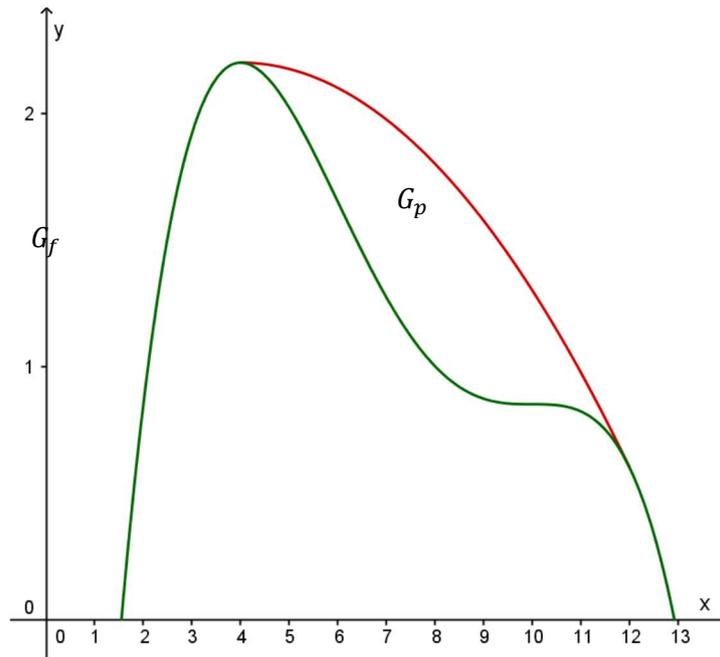
c)  $P_1(6|1,5)$  bzw.  $P_2(8|1)$

d) einsetzen, nachrechnen... Interpretation: Die Flugbahn berührt den Hang im Punkt G, d. h. der Flieger startet am Gipfel waagrecht.

e)  $L(12|0,6)$

f) einsetzen, nachrechnen... Interpretation: Die Flugbahn berührt den Hang im Punkt L, d. h. der Flieger bewegt sich bei der Landung parallel zum Boden.

g)



168/4 (nur T)

Internetrecherche: bei „biphasischem Fieber“ sollte das erste Maximum eigentlich nur kurz sein, das zweite dann länger, die Temperaturen aber sehr ähnlich... passt nicht so ganz zu den Diagrammen!

a) zwei Maxima (nach 2 und nach 10 Tagen), dazwischen ein Minimum, zweites Maximum kleiner als erstes, nach 12 Tagen wieder Normaltemperatur bzw. sogar darunter

1) Minimum nach 7 Tagen, Anfangstemperatur etwa kleiner, Endtemperatur deutlich kleiner, Minimum fast bei Normaltemperatur

2) Minimum nach 6 Tagen, deutlich höher. 2 Maximum höher

„Begriffsbildung“: ???

b)  $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \vartheta(t) = -\infty$  bei allen drei Vorschlägen

$\vartheta_1$ : HoP<sub>1</sub>(2|39,9); TiP(6|37,98); HoP<sub>2</sub>(10|39,9); WeP<sub>1</sub>( $\approx 3,69$  |  $\approx 39,05$ ); WeP<sub>2</sub>( $\approx 8,31$  |  $\approx 39,05$ )

==> passt zu wohl biphasischem Fieber (zwei HoP, dazwischen ein TiP mit fast Normaltemperatur); allerdings ist das zweite Maximum gleich groß wie das erste statt kleiner wie in den Diagrammen, und der TiP liegt etwas hoch

$\vartheta_2$ : HoP(3|39,8); TeP(9|38,72)=WeP<sub>1</sub>; WeP<sub>2</sub>(5|39,36)

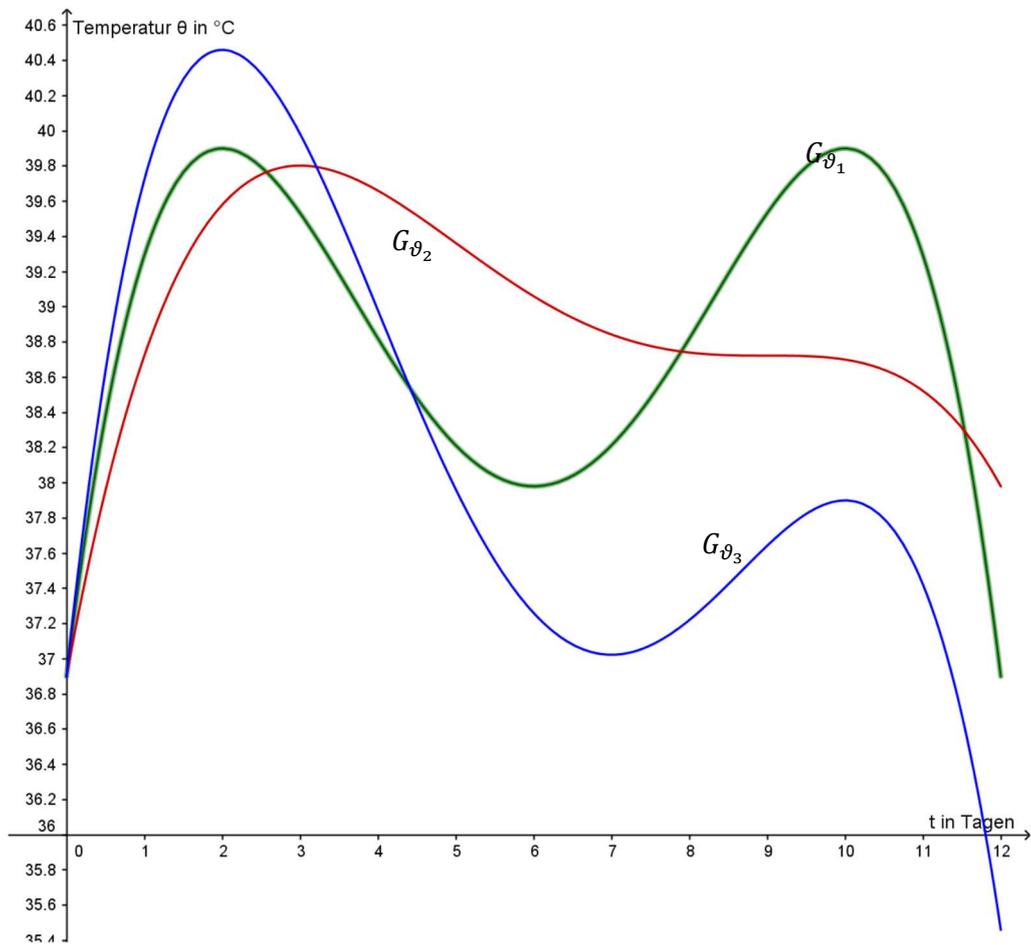
==> passt nicht zu biphasischem Fieber (nur ein HoP)

$\vartheta_3$ : HoP<sub>1</sub>(2|40,46); TiP(7|37,02); HoP<sub>2</sub>(10|37,9); WeP<sub>1</sub>(4|38,98); WeP<sub>2</sub>(26/3|37,50)

==> passt zu biphasischem Fieber (zwei HoP, dazwischen ein TiP mit Normaltemperatur)

c)  $\vartheta_3$  passt größtenteils zu Diagramm 1, wie man sowohl an den Graphen als auch an den Koordinaten der EXP sieht, allerdings fällt die Kurve nach dem zweiten HoP zu schnell ab

Graphen: nur die drei  $\vartheta$ -Funktionen; die beiden Diagramme kann sich jeder selbst dazu einzeichnen (außerdem wird mir das sonst zu unübersichtlich)



d) bei  $t = 10$  ist der letzte HoP  $\implies$  danach muss der Graph fallen  
 2. Möglichkeit: ? (evtl. einfach Differenzen ausrechnen?)

168/5 (nur T)

a)  $a > 0$ : Graph verläuft von links unten nach rechts oben

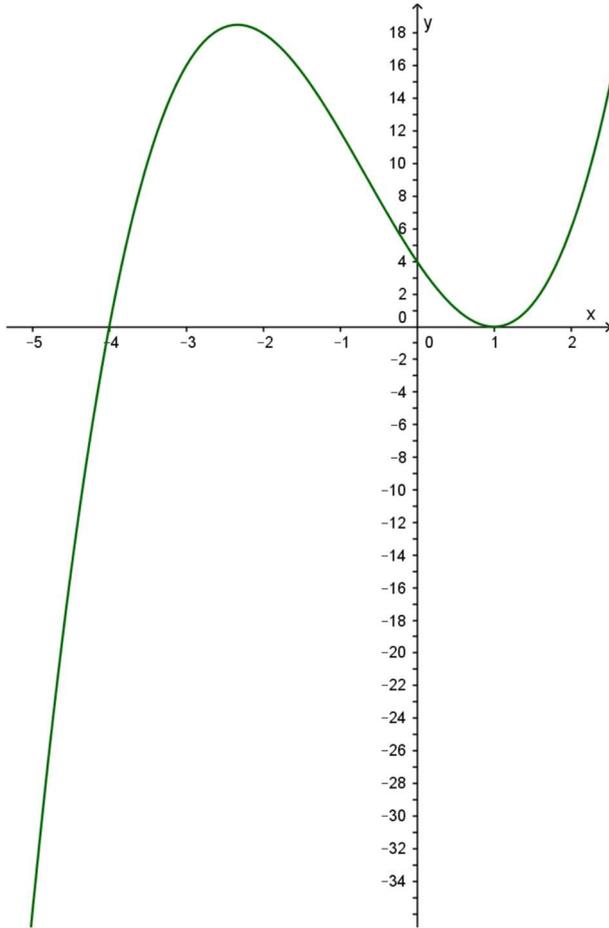
$a < 0$ : Graph verläuft von links oben nach rechts unten

b)  $x_{1,2} = 0$  doppelt,  $x_3 = -4$  einfach für alle  $a$ ;  $p_a(x) = a(x-1)^2(x+4)$

c)  $G_{p_a}$  ist sms in  $]-\infty; -\frac{7}{3}]$  und  $[1; \infty[$ , smf in  $[-\frac{7}{3}; 1]$  für alle  $a$ ; HoP( $-\frac{7}{3} | \frac{500}{27}a$ ); TiP(1|0)

d)  $G_{p_a}$  ist rechtsgekrümmt in  $]-\infty; -\frac{2}{3}]$ , linksgekrümmt in  $[-\frac{2}{3}; \infty[$  für alle  $a$ ; WeP( $-\frac{2}{3} | \frac{250}{27}a$ )

e)



168/6 (nur T)

a)  $k = 0$ : symmetrisch zum Ursprung;  $k > 0$ : keine Symmetrie zum KS

b) Graph verläuft von links unten nach rechts oben

c)  $k = 0$ :  $x_{1,2,3} = 0$ ;  $k > 0$ :  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} = k$

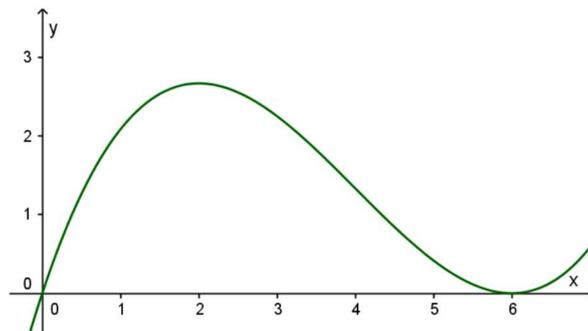
d)  $k = 0$ :  $G_{f_k}$  ist sms in  $]-\infty; 0]$  und  $[0; \infty[$ ; keine Exp

$k > 0$ :  $G_{f_k}$  ist sms in  $]-\infty; \frac{k}{3}]$  und  $[k; \infty[$ , smf in  $[\frac{k}{3}; k]$ ; HoP( $\frac{k}{3} | \frac{1}{81}k^3$ ); TiP( $k|0$ )

e) WeP( $4 | \frac{4}{3}$ ) (12. Klasse!)

f)  $t_w: y = -x + \frac{16}{3}$

g)



168/7 (nur T)

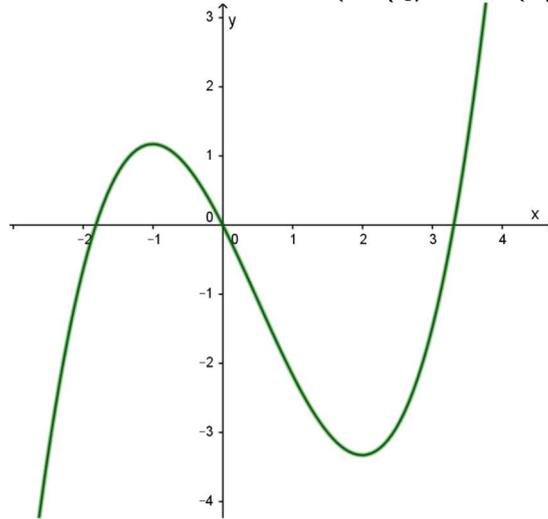
$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -a\sqrt{3}]$  und  $[0; a\sqrt{3}]$ , sms in  $[-a\sqrt{3}; 0]$  und  $[a\sqrt{3}; \infty[$   
 $G_f$  ist linksgekrümmt in  $] -\infty; -a]$  und  $[a; \infty[$ , rechtsgekrümmt in  $[-a; a]$   
 $f(x) = c \cdot \left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}a^2x^2 + e\right)$  mit  $c \in \mathbb{R}^+, e \in \mathbb{R}$

**Buch Klasse 12:**

12/2

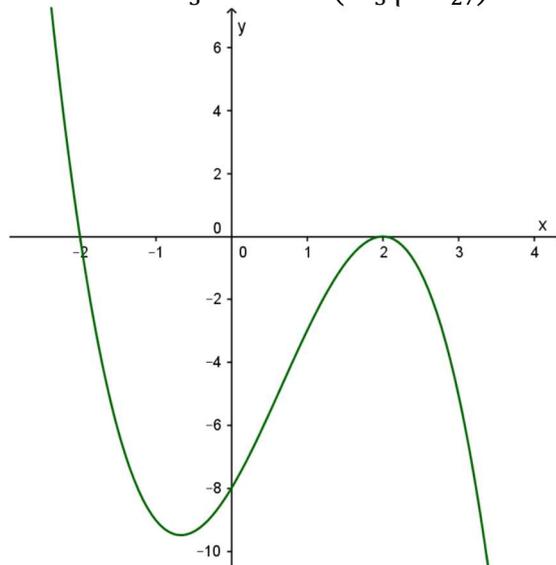
a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N_1(0|0), N_{2,3}\left(\frac{3 \pm \sqrt{105}}{4} \mid 0\right)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -1]$  und  $[2; \infty[$ , smf in  $[-1; 2]$ ; HoP  $\left(-1 \mid \frac{7}{6}\right)$ , TiP  $\left(2 \mid -\frac{10}{3}\right)$



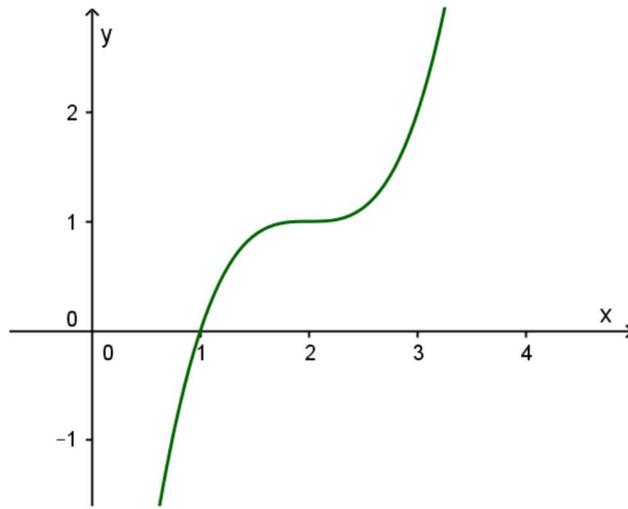
b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_1(-2|0), N_2(2|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -\frac{2}{3}]$  und  $[2; \infty[$ , sms in  $[-\frac{2}{3}; 2]$ ; TiP  $\left(-\frac{2}{3} \mid -9\frac{13}{27}\right)$ , HoP =  $N_2$



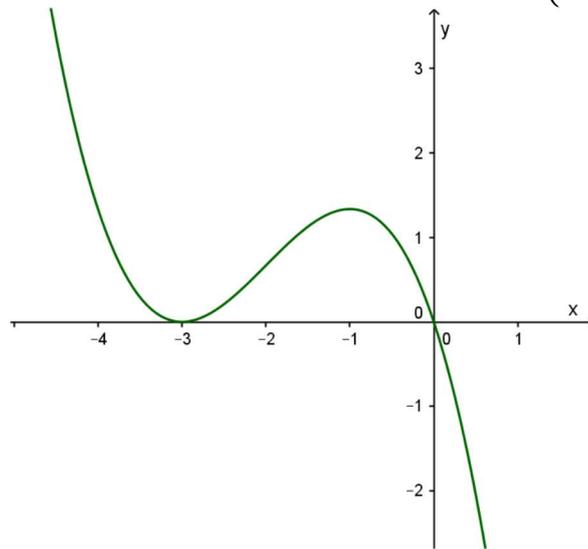
c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N(1|0)$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; 2]$  und  $[2; \infty[$ ; keine ExP (aber TeP(2|1))



d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_1(0|0), N_2(-3|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -3]$  und  $[-1; \infty[$ , sms in  $[-3; -1]$ ;  $TiP = N_2$ ,  $HoP(-1 | \frac{4}{3})$

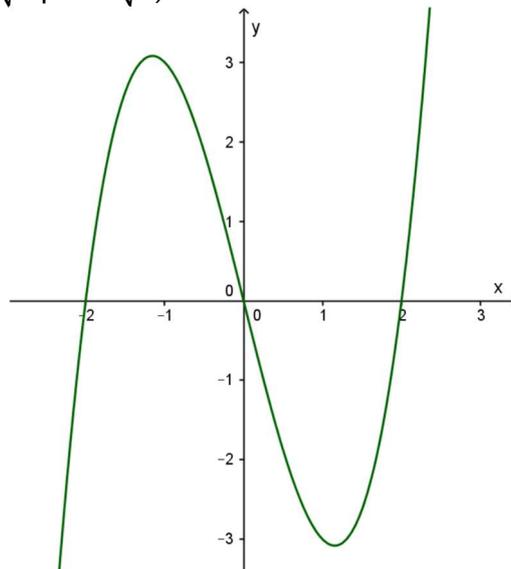


e) (T)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$ ;  $N_1(0|0)$ , für  $a > 0$ :  $N_{2,3}(\pm\sqrt{a}|0)$

$a \leq 0$ :  $G_f$  ist sms in  $\mathbb{R}$ ; keine Exp (nur für  $a = 0$ :  $TeP(0|0)$ )

$a > 0$ :  $G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{3}}]$  und  $[\sqrt{\frac{a}{3}}; \infty[$ , smf in  $[-\sqrt{\frac{a}{3}}; \sqrt{\frac{a}{3}}]$ ;

$$HoP\left(-\sqrt{\frac{a}{3}} \mid \frac{2}{3} a \sqrt{\frac{a}{3}}\right), \quad TiP\left(\sqrt{\frac{a}{3}} \mid -\frac{2}{3} a \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$$



e) (NT)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty; \quad N_1(0|0), N_{2,3}(\pm 2|0)$$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$  und  $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , smf in  $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ ; HoP $(-\frac{2}{3}\sqrt{3}|\frac{16}{9}\sqrt{3})$ , TiP $(\frac{2}{3}\sqrt{3}|-\frac{16}{9}\sqrt{3})$

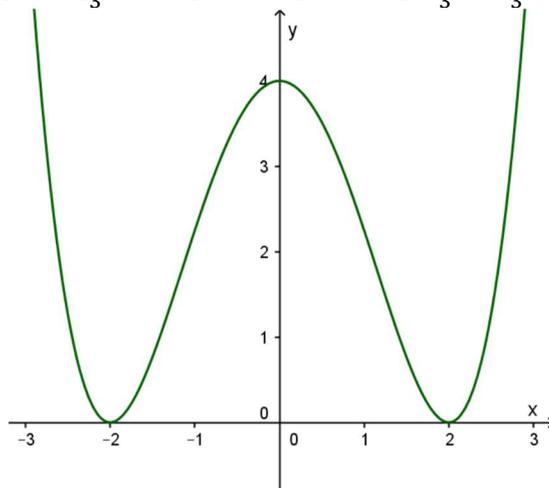
Graph: siehe e) (T)

12/3

a)  $G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N_{1,2}(\pm 2|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -2]$  und  $[0; 2]$ , sms in  $[-2; 0]$  und  $[2; \infty[$ ; TiP $_{1,2} = N_{1,2}$ , HoP $(0|4)$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$  und  $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ ; WeP $_{1,2}(\pm \frac{2}{3}\sqrt{3}|\frac{16}{9})$

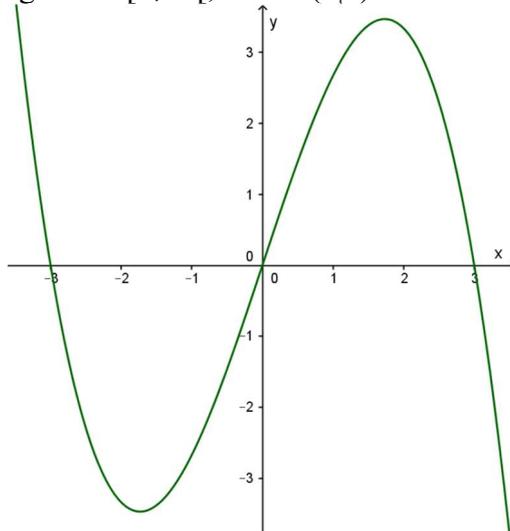


b)  $G_f$  ist symmetrisch zum Ursprung;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;

$N_1(0|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm 3|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -\sqrt{3}]$  und  $[\sqrt{3}; \infty[$ , sms in  $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ ; TiP $(-\sqrt{3}|-2\sqrt{3})$ , HoP $(\sqrt{3}|2\sqrt{3})$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -\infty; 0]$ , rechtsgekr. in  $[0; \infty[$ ; WeP $(0|0)$

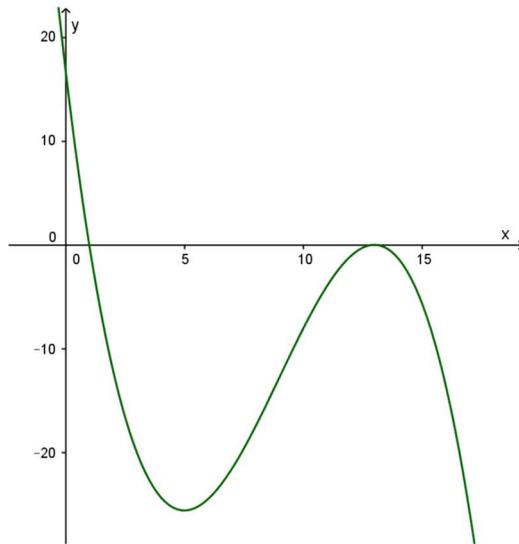


c) (T) bzw. d) (NT)

$G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_1(1|0)$ ,  $N_2(13|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; 5]$  und  $[13; \infty[$ , sms in  $[5; 12]$ ; TiP $(5|-25,6)$ , HoP =  $N_2$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -\infty; 9]$ , rechtsgekr. in  $[9; \infty[$ ; WeP $(9|-12,8)$



c) (NT)

$G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_{1,2}(\pm 1|0)$ ,  $N_{3,4}(\pm 3|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -\sqrt{5}]$  und  $[0; \sqrt{5}]$ , smf in  $[-\sqrt{5}; 0]$  und  $[\sqrt{5}; \infty[$ ;  $TiP(0|-2,25)$ ,  $HoP_{1,2}(\pm\sqrt{5}|4)$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $] -\infty; -\frac{\sqrt{15}}{3}]$  und  $[\frac{\sqrt{15}}{3}; \infty[$ , linksgekr. in  $[-\frac{\sqrt{15}}{3}; \frac{\sqrt{15}}{3}]$ ;  $WeP_{1,2}(\pm\frac{\sqrt{15}}{3}|\frac{11}{9})$

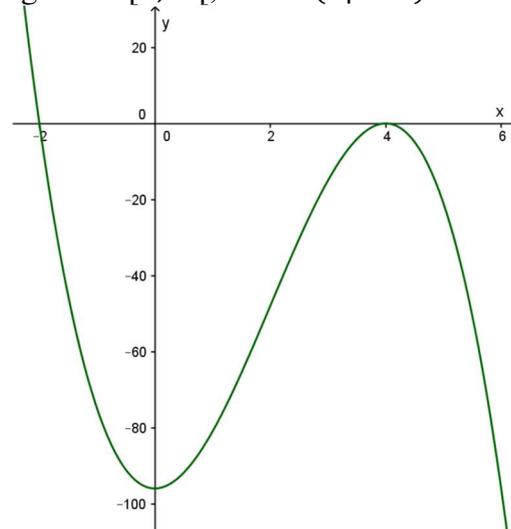
Graph: siehe e) (T)

d) (T) bzw. e) (NT)

$G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N_1(-2|0)$ ,  $N_2(4|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; 0]$  und  $[4; \infty[$ , sms in  $[0; 4]$ ;  $TiP(0|-96)$ ,  $HoP = N_2$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -\infty; 2]$ , rechtsgekr. in  $[2; \infty[$ ;  $WeP(2|-48)$



e) (T)  $G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = -\infty$

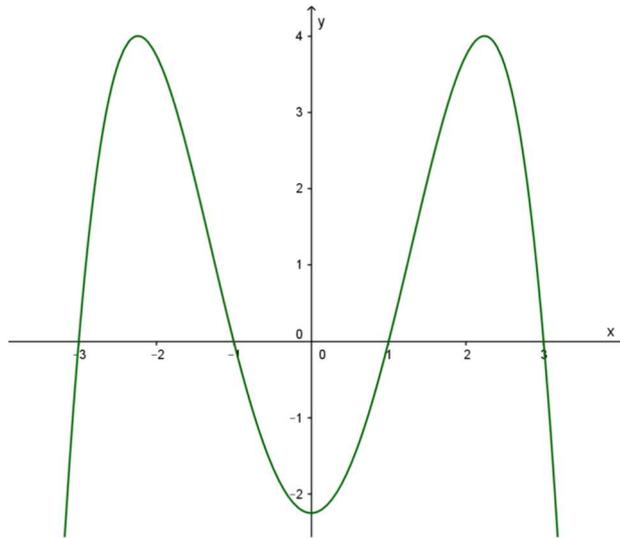
$a < 6$ : keine N;  $a = 6$ :  $N_{1,2}(\pm\sqrt{3}|0)$ ;  $a > 6$ :  $N_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2}}|0\right)$ ,  $N_{3,4}\left(\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2}}|0\right)$

$a \leq 0$ :  $G_f$  ist sms in  $] -\infty; 0]$ , smf in  $[0; \infty[$ ;  $HoP(0|-\frac{9}{4})$ ;  $G_f$  ist rechtsgekr. in  $\mathbb{R}$ ; keine WeP

$a > 0$ :  $G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{2}}]$  und  $[0; \sqrt{\frac{a}{2}}]$ , smf in  $[-\sqrt{\frac{a}{2}}; 0]$  und  $[\sqrt{\frac{a}{2}}; \infty[$ ;

$HoP_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a}{2}}|\frac{a^2}{16} - \frac{9}{4}\right)$ ,  $TiP(0|-\frac{9}{4})$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{6}}]$  und  $[\sqrt{\frac{a}{6}}; \infty[$ , linksgekr. in  $[-\sqrt{\frac{a}{6}}; \sqrt{\frac{a}{6}}]$ ;  $WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a}{6}}|\frac{5a^2}{144} - \frac{9}{4}\right)$



12/4 a) f b) w

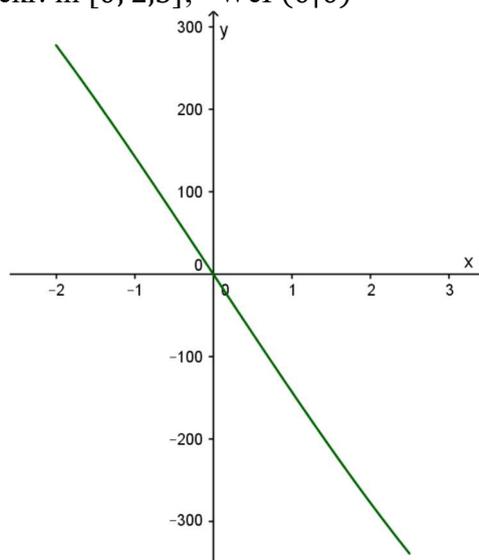
17/4 Wegen der eingeschränkten Definitionsmengen (die in keinem Fall symmetrisch zu 0 sind) ergibt es hier weder Sinn, die Symmetrie zum KS anzugeben noch den Globalverlauf!

a)  $N(0|0)$

$G_f$  ist smf in  $[-2; 2,5]$ ; abs. Rand-HoP  $(-2 | \frac{832}{3})$ , abs. Rand-TiP  $(2,5 | -\frac{2035}{6})$

$$\implies W_f = \left[ -\frac{2035}{6}; \frac{832}{3} \right]$$

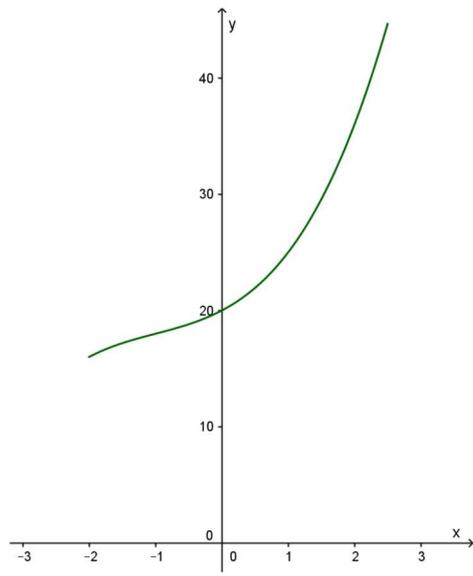
$G_f$  ist rechtsgekr. in  $[-2; 0]$ , linksgekr. in  $[0; 2,5]$ ; WeP  $(0|0)$



b) (NT) keine N

$G_f$  ist sms in  $[-2; 2,5]$ ; abs. TiP  $(-2 | 16)$ , abs. HoP  $(2,5 | 44,6875)$ ;  $W_f = [16; 44,6875]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $[-2; -1]$ , linksgekr. in  $[-1; 2,5]$ ; WeP  $(-1 | 18)$

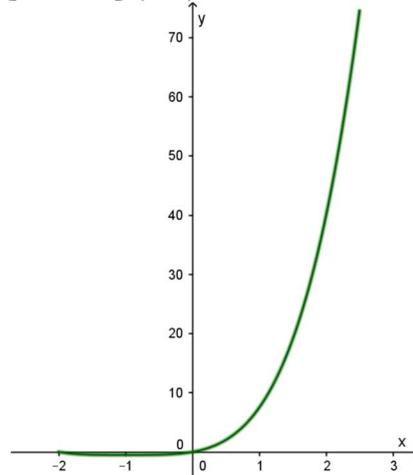


b) (T) bzw. c) (NT)  $N(0|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -2; -1]$ , sms in  $[-1; 2,5[$  (T) bzw. smf in  $[-2; -1]$ , sms in  $[-1; 2,5]$  (NT)

abs. TiP(-1|-0,5);  $W_f = [-0,5; 74,53125[$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -2; 2,5[$  (T) bzw.  $[-2; 2,5]$  (NT); kein WeP

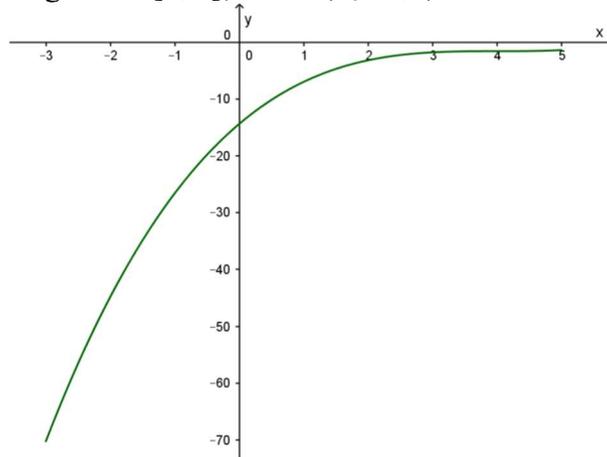


c) (T) bzw. d) (NT) kein N

$G_f$  ist sms in  $[-3; 4]$  und  $[4; 5]$ ; abs. Rand-TiP(-3|-70,2), abs. Rand-HoP(5|-1,4);

$W_f = [-70,2; -1,4]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $[-3; 4]$ , linksgekr. in  $[4; 5]$ ; WeP(4|-1,6)



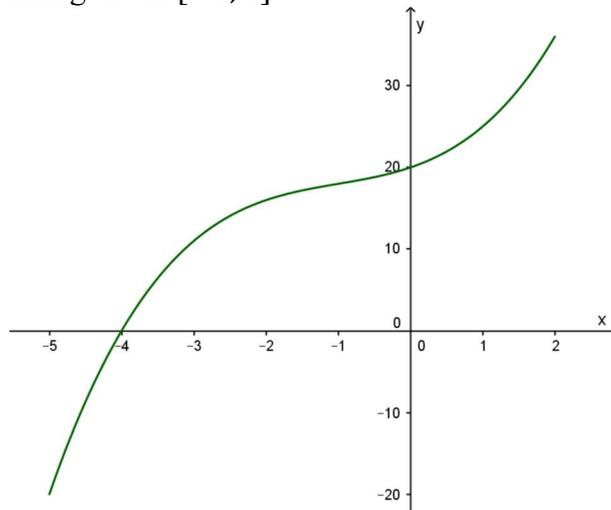
d)  $N(-4|0)$ ; WeP(-1|36a)

$a < 0$ :  $G_f$  ist smf in  $[-5; 2]$ ; abs. Rand-HoP(-5|-40a), abs. Rand-TiP(2|72a);  $W_f = [72a; -40a]$ ;

$G_f$  ist linksgekr. in  $[-5; -1]$ , rechtsgekr. in  $[-1; 2]$

$a > 0$ :  $G_f$  ist sms in  $[-5; 2]$ ; abs. Rand-TiP(-5|-40a), abs. Rand-HoP(2|72a);  $W_f = [-40a; 72a]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $[-5; -1]$ , linksgekr. in  $[-1; 2]$



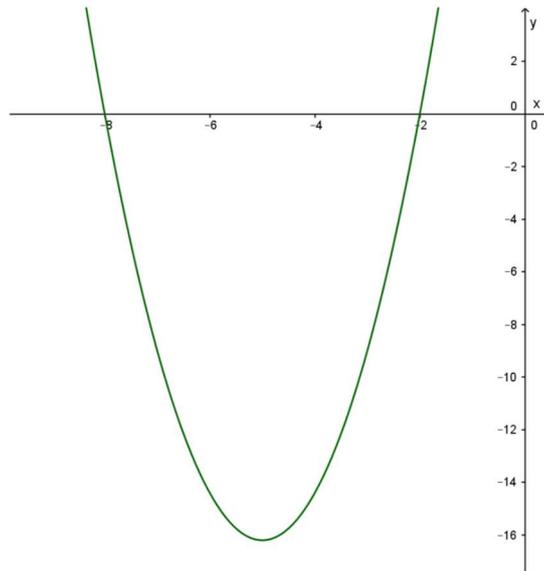
24/1

a)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$N_1(-2|0)$ ,  $N_2(-8|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -5]$ , sms in  $[-5; \infty[$ ; abs. TiP(-5|-16,2)  $\implies W_f = [-16,2; \infty[$

$G_f$  ist linksgekr. in  $\mathbb{R}$ ; keine WeP

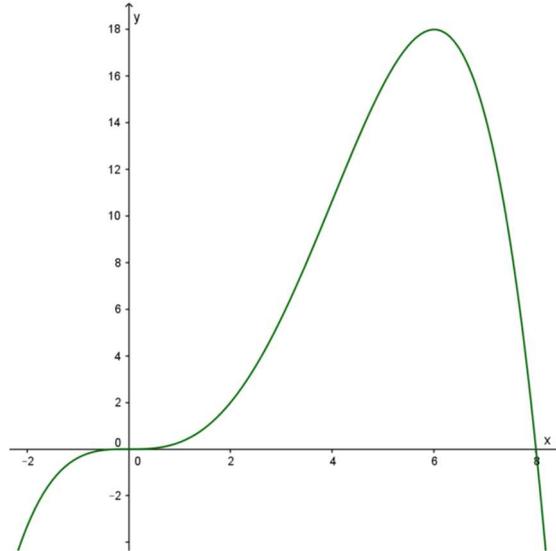


b)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(0|0)$ ,  $N_2(8|0)$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; 0]$  und  $[0; 6]$ , smf in  $[6; \infty[$ ; abs. HoP(6|18)  $\implies W_f = ]-\infty; 18]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $]-\infty; 0]$  und  $[4; \infty[$ , linksgekr. in  $[0; 4]$ ; WeP<sub>1</sub> = N<sub>1</sub>; WeP<sub>2</sub>(4| $\frac{32}{3}$ )



c) (NT)

$G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ ;  $N_1(0|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm 2\sqrt{2}|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -2]$  und  $[0; 2]$ , smf in  $[-2; 0]$  und  $[2; \infty[$

abs. TiP<sub>1,2</sub>( $\pm 2|-36$ ), HoP = N<sub>1</sub>  $\implies W_f = [-36; \infty[$

$G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$  und  $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ ; WeP<sub>1,2</sub>( $\pm \frac{2}{3}\sqrt{3}|-20$ )

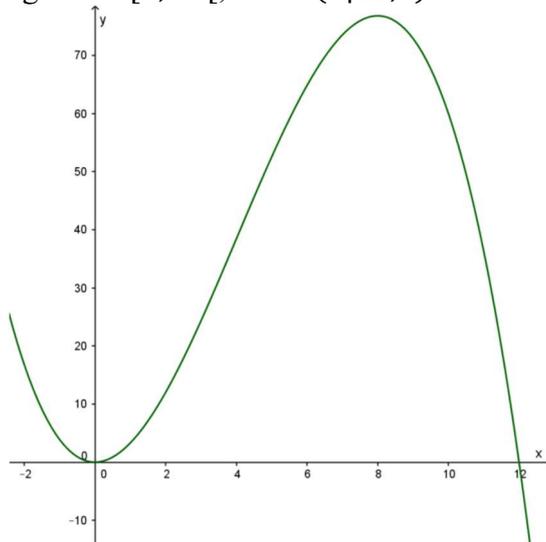
Graph: siehe g) (T)

c) (T) bzw. d) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(0|0)$ ,  $N_2(12|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; 0]$  und  $[8; \infty[$ , sms in  $[0; 8]$ ; TiP = N<sub>1</sub>, HoP(8|76,8); keine abs. Exp  $\implies W_f = \mathbb{R}$

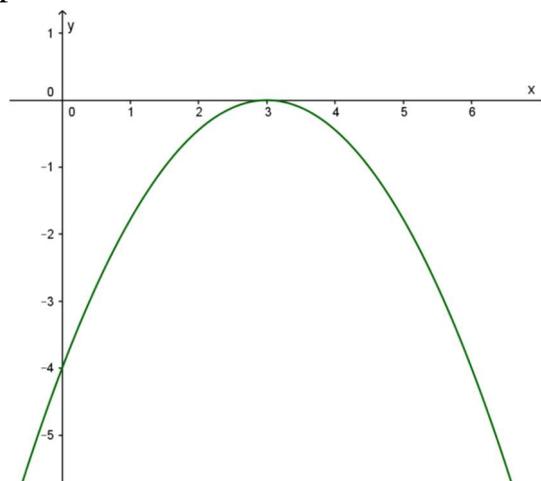
$G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; 4]$ , rechtsgekr. in  $[4; \infty[$ ; WeP(4|38,4)



d) (T) bzw. e) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N(3|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; 3]$ , smf in  $[3; \infty[$ ; abs. HoP = N  $\implies W_f = ] -\infty; 0]$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $\mathbb{R}$ ; keine WeP



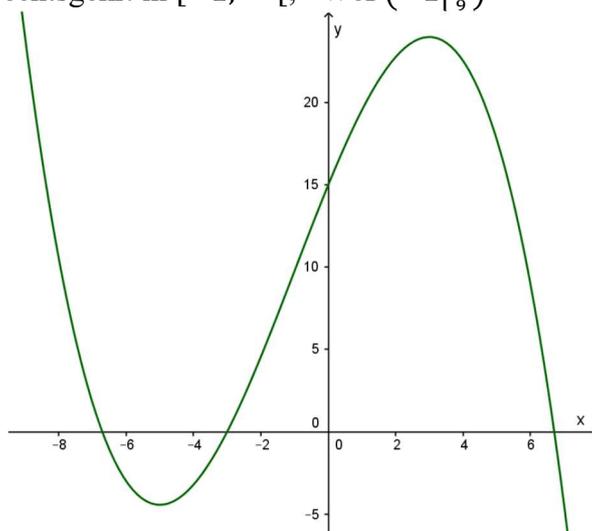
e) (T) bzw. f) (NT)  $G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(-3|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm 3\sqrt{5}|0)$

$G_f$  ist smf in  $] -\infty; -5]$  und  $[3; \infty[$ , sms in  $[-5; 3]$ ; TiP  $(-5 | -\frac{40}{9})$ , HoP  $(3|24)$

keine abs. ExP  $\implies W_f = \mathbb{R}$

$G_f$  ist linksgekr. in  $] -\infty; -1]$ , rechtsgekr. in  $[-1; \infty[$ ; WeP  $(-1 | \frac{88}{9})$



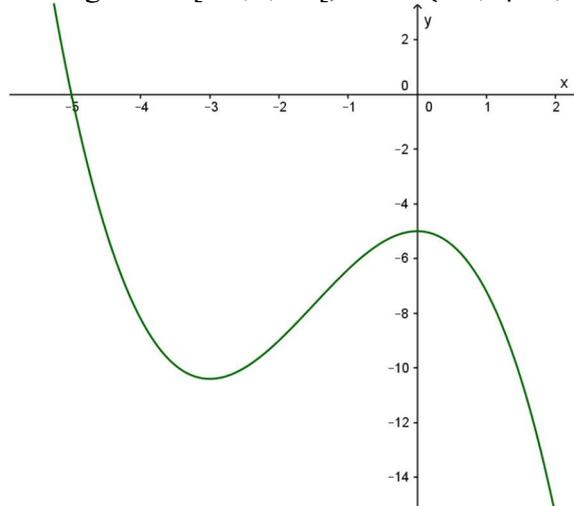
f) (T) bzw. g) (NT)

$G_f$  ist nicht symmetrisch zum KS;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $N(-5|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -3]$  und  $[0; \infty[$ , sms in  $[-3; 0]$ ;  $TiP(-3|-10,4)$ ,  $HoP(0|-5)$

keine abs. Exp  $\implies W_f = \mathbb{R}$

$G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; -1,5]$ , rechtsgekr. in  $[-1,5; \infty[$ ;  $WeP(-1,5|-7,7)$

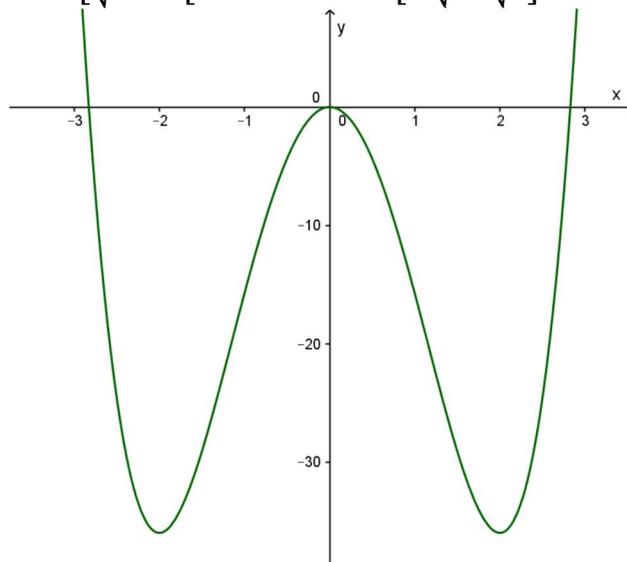


g) (T)  $G_f$  ist symmetrisch zur y-Achse;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = +\infty$ ;  $N_1(0|0)$ ,  $N_{2,3}(\pm\sqrt{2a}|0)$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -\sqrt{a}]$  und  $[0; \sqrt{a}]$ , sms in  $[-\sqrt{a}; 0]$  und  $[\sqrt{a}; \infty[$

abs.  $TiP_{1,2}(\pm\sqrt{a}|-2,25a^2)$ ,  $HoP = N_1 \implies W_f = [-2,25a^2; \infty[$

$G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; -\sqrt{\frac{a}{3}}]$  und  $[\sqrt{\frac{a}{3}}; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[-\sqrt{\frac{a}{3}}; \sqrt{\frac{a}{3}}]$ ;  $WeP_{1,2}(\pm\sqrt{\frac{a}{3}}|-1,25a^2)$



24/2

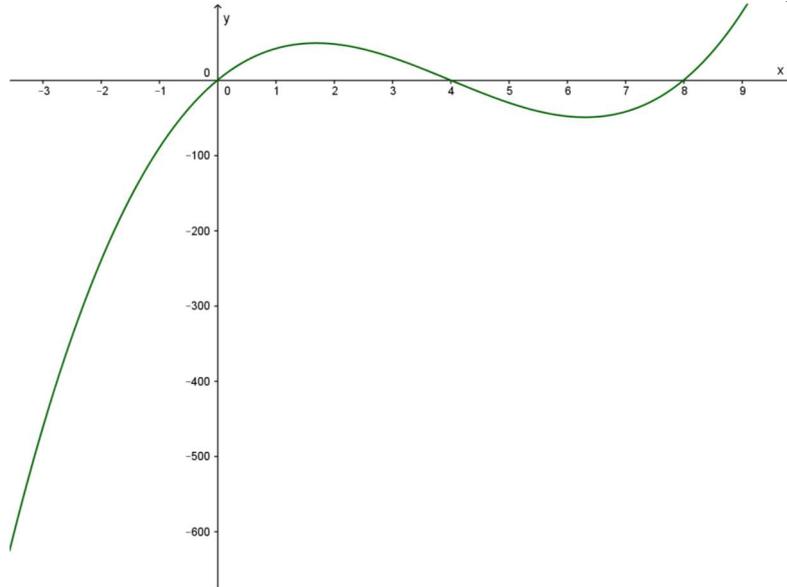
a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; 4 - \frac{4}{3}\sqrt{3}]$  und  $[4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}; \infty[$ , smf in  $[4 - \frac{4}{3}\sqrt{3}; 4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}]$

HoP( $4 - \frac{4}{3}\sqrt{3} | \frac{256}{9}\sqrt{3}$ ), TiP( $4 + \frac{4}{3}\sqrt{3} | -\frac{256}{9}\sqrt{3}$ )

$D_1 = \mathbb{R}$ : keine abs. Exp;  $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$ : HoP ist abs., dazu: abs. Rand-TiP(-3|-462), Rand-HoP(3|30);  $W_f = [-462; \frac{256}{9}\sqrt{3}]$



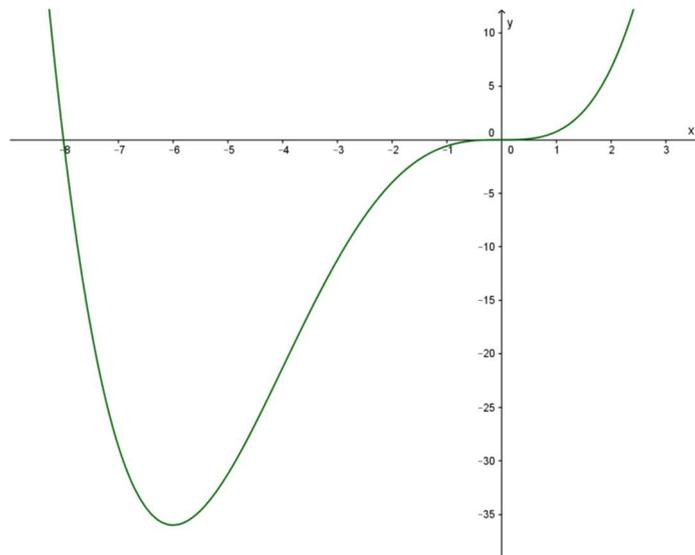
b)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; -6]$ , sms in  $[-6; 0]$  und  $[0; \infty[$ ; TiP(-6|-36)

$D_1 = \mathbb{R}$ : TiP ist abs.;  $W_f = [-36; \infty[$

$D_2 = [-3; 3]$ : TiP existiert nicht; abs. Rand-TiP(-3|-11,25), abs. Rand-HoP(3|24,75);

$W_f = [-11,25; 24,75]$

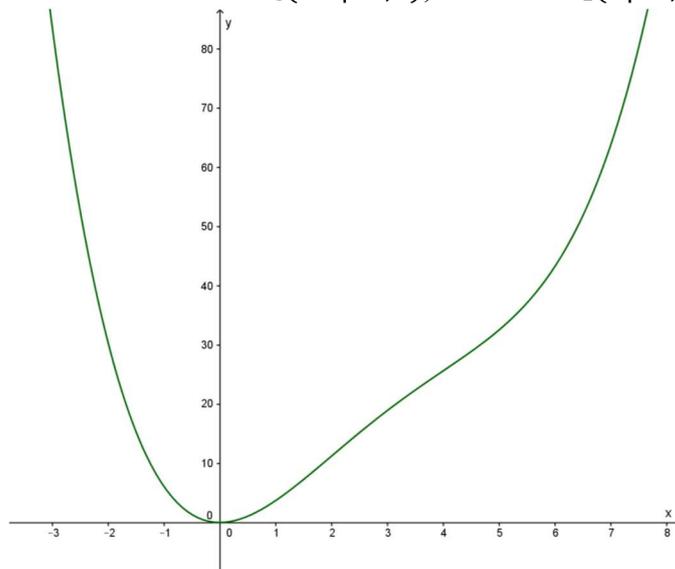


c)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; 0]$ , sms in  $[0; \infty[$ ; TiP(0|0)

$D_1 = \mathbb{R}$ : TiP ist abs.;  $W_f = [0; \infty[$

$D_2 = [-3; 3]$ : TiP ist abs., dazu: abs. Rand-HoP<sub>1</sub>(-3|83,7), Rand-HoP<sub>2</sub>(3|18,9);  $W_f = [0; 83,7]$

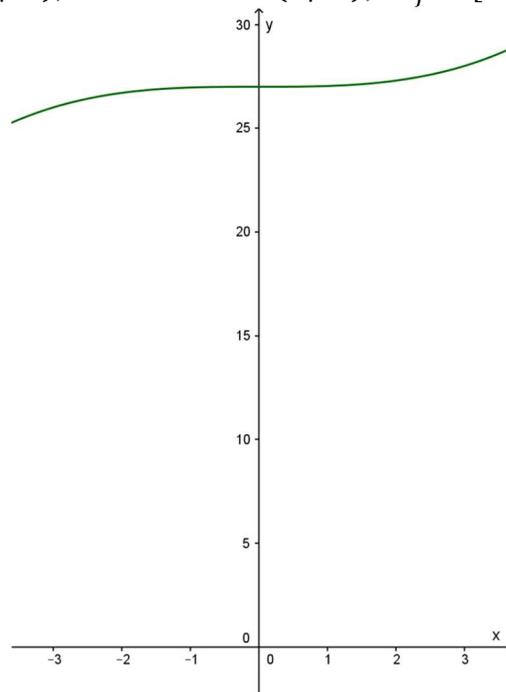


d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; 0]$  und  $[0; \infty[$ ; keine lok. Exp

$D_1 = \mathbb{R}$ : keine abs. Exp;  $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$ : abs. Rand-TiP(-3|26), abs. Rand-HoP(3|28);  $W_f = [26; 28]$

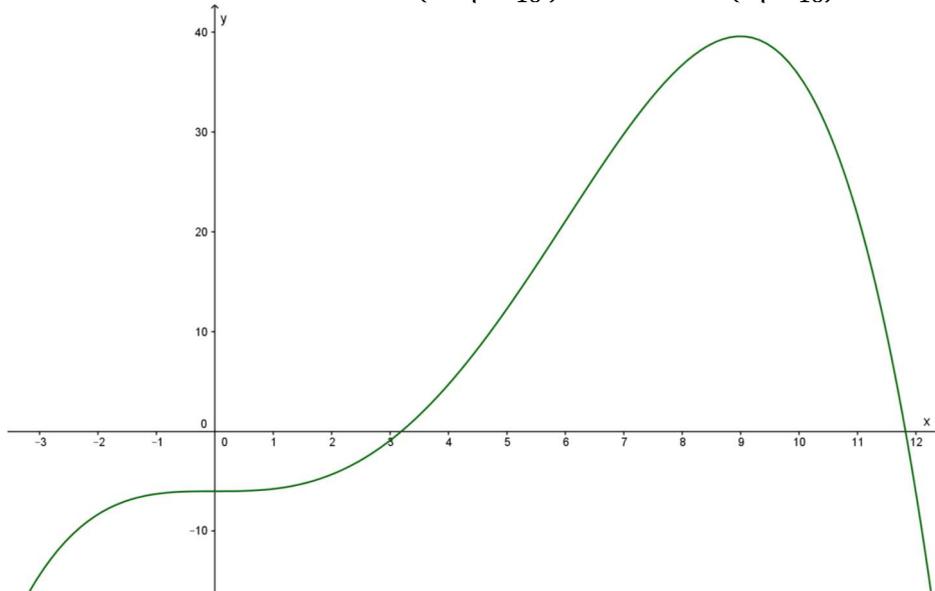


e)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; 0]$  und  $[0; 9]$ , smf in  $[9; \infty[$ ; HoP( $9 | \frac{633}{16}$ )

$D_1 = \mathbb{R}$ : HoP ist abs.;  $W_f = ]-\infty; \frac{633}{16}]$

$D_2 = [-3; 3]$ : HoP existiert nicht; abs. Rand-TiP( $-3 | -\frac{231}{16}$ ), Rand-HoP( $3 | -\frac{15}{16}$ );  $W_f = [-\frac{231}{16}; -\frac{15}{16}]$

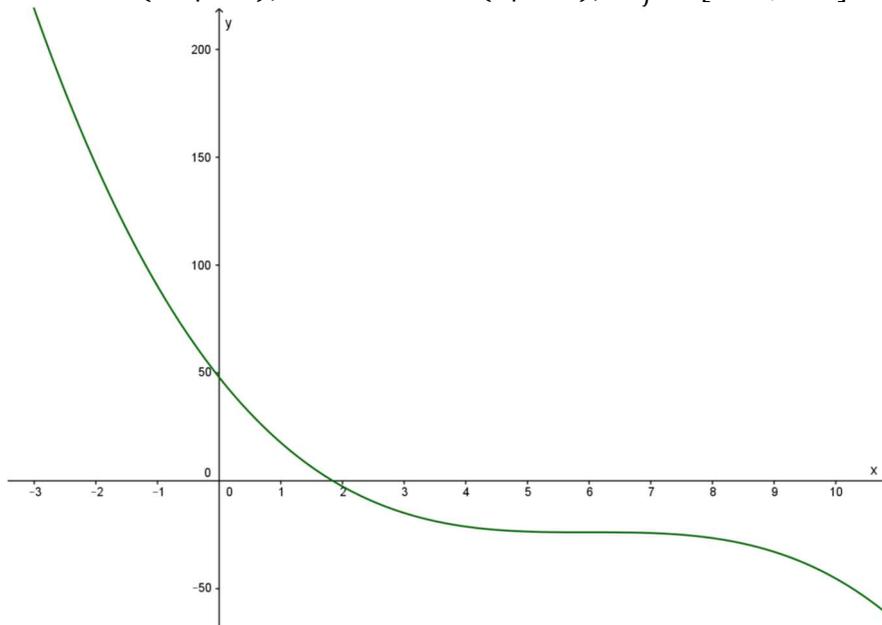


f) (T) bzw. g) (NT)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$G_f$  ist smf in  $]-\infty; 6]$  und  $[6; \infty[$ ; keine lok. ExP

$D_1 = \mathbb{R}$ : keine abs. ExP;  $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$ : abs. Rand-HoP( $-3 | 219$ ), abs. Rand-TiP( $3 | -15$ );  $W_f = [-15; 219]$



f) (NT)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$G_f$  ist sms in  $]-\infty; -\sqrt{3}]$  und  $[0; \sqrt{3}]$ , smf in  $[-\sqrt{3}; 0]$  und  $[\sqrt{3}; \infty[$

HoP<sub>1,2</sub>( $\pm\sqrt{3} | 45$ ), TiP(0|0)

$D_1 = \mathbb{R}$ : HoP<sub>1,2</sub> sind abs.;  $W_f = ]-\infty; 45]$

$D_2 = [-3; 3]$ :

$0 < a < 1,5$ : HoP<sub>1,2</sub> sind abs.; dazu: abs. Rand-TiP<sub>1,2</sub>( $\pm 3 | -135$ );  $W_f = [-135; 45]$

Graph siehe g) (T)

g) (T)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$G_f$  ist sms in  $] -\infty; -\sqrt{3a}]$  und  $[0; \sqrt{3a}]$ , smf in  $[-\sqrt{3a}; 0]$  und  $[\sqrt{3a}; \infty[$

HoP<sub>1,2</sub>( $\pm\sqrt{3a}|45a^2$ ), TiP(0|0)

$D_1 = \mathbb{R}$ : HoP<sub>1,2</sub> sind abs.;  $W_f = ]-\infty; 45a^2]$

$D_2 = [-3; 3]$ :

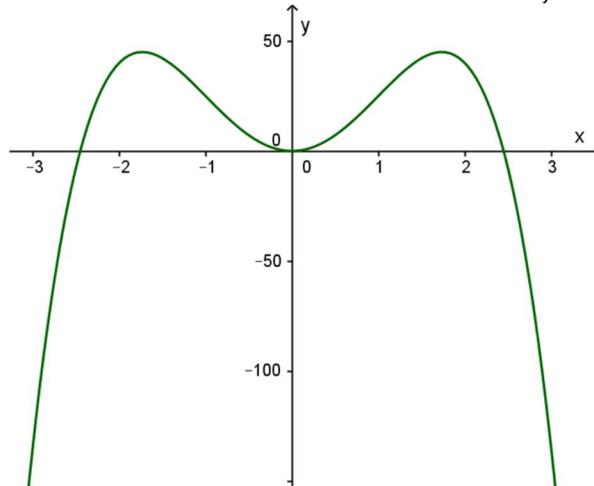
$0 < a < 1,5$ : HoP<sub>1,2</sub> sind abs.; dazu: abs. Rand-TiP<sub>1,2</sub>( $\pm 3|-405 + 270a$ );

$W_f = [-405 + 270a; 45a^2]$

$a = 1,5$ : HoP<sub>1,2</sub> und TiP sind abs.; dazu: abs. Rand-TiP<sub>1,2</sub>( $\pm 3|0$ );  $W_f = [0; 45a^2]$

$1,5 < a \leq 3$ : HoP<sub>1,2</sub> und TiP sind abs.;  $W_f = [0; 45a^2]$

$a > 3$ : HoP<sub>1,2</sub> existieren nicht; abs. Rand-HoP<sub>1,2</sub>( $\pm 3|-405 + 270a$ );  $W_f = [0; -405 + 270a]$

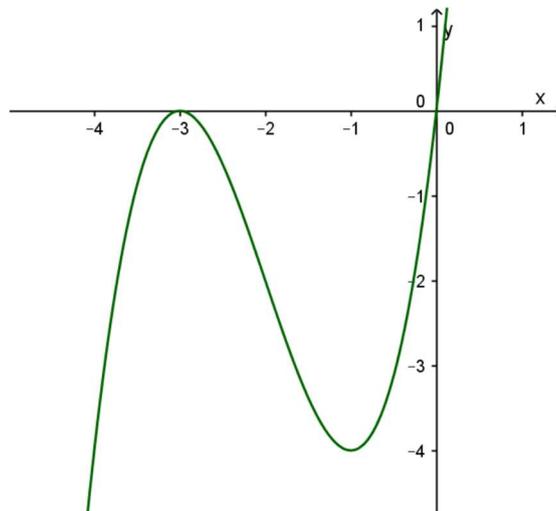


Zusammenhänge zwischen den Graphen:

23/1

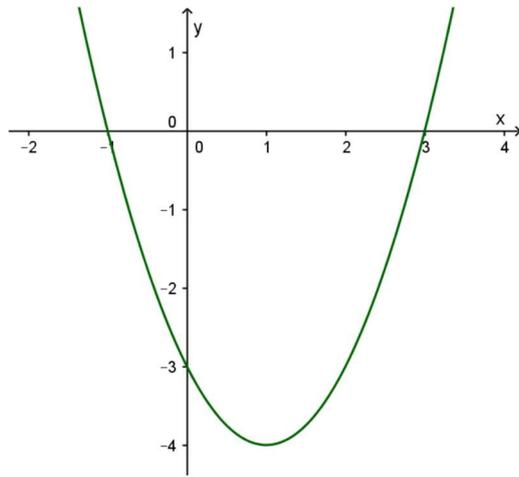
a)  $f'(x) = 0$ :  $x_{1,2} = -3, x_3 = 0$ ;  $f'(x) < 0$  für  $x < -3$  oder  $-3 < x < 0$ ;  $f'(x) > 0$  für  $x > 0$

$G_{f'}$  ist sms in  $] -\infty; -3]$  und  $[-1; \infty[$ , smf in  $[-3; -1]$ ; HoP(-3|0), TiP(-1|-4)



b)  $f'(x) = 0$ :  $x_1 = -1, x_2 = 3$ ;  $f'(x) < 0$  für  $-1 < x < 3$ ;  $f'(x) > 0$  für  $x < -1$  oder  $x > 3$

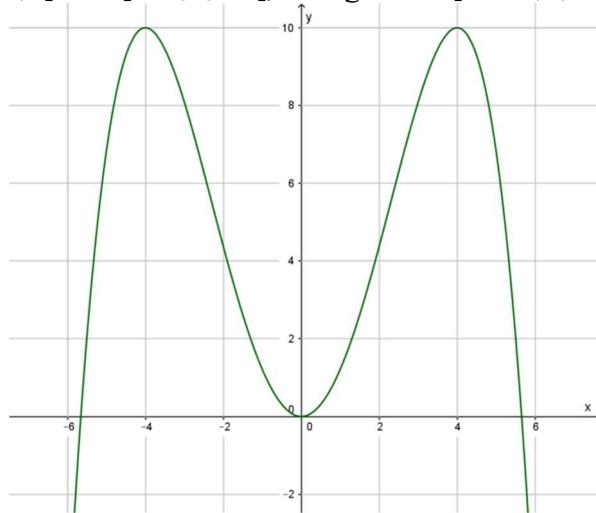
$G_{f'}$  ist smf in  $] -\infty; 1]$ , sms in  $[1; \infty[$ ; TiP(1|-4)



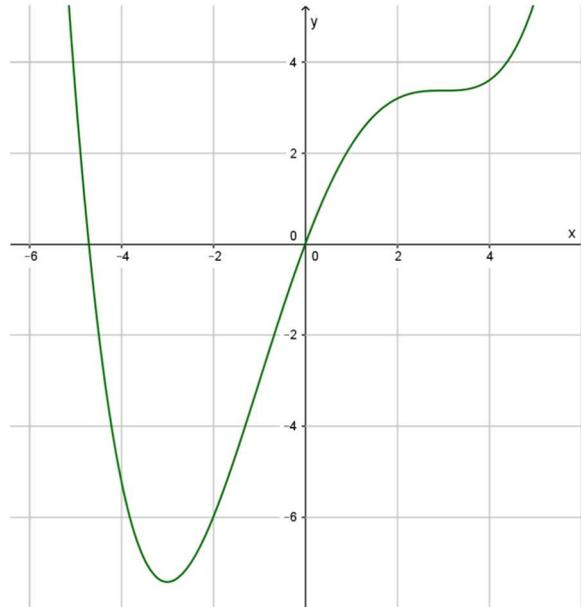
23/2

a)  $G_f$  ist sms in  $]-\infty; -4]$  und  $[0; 4]$ , smf in  $[-4; 0]$  und  $[0; \infty[$ ; Max.st.  $-4$  und  $4$ , Min.st.  $0$

$G_f$  ist rechtsgekr. in  $]-\infty; \approx -2,3]$  und  $[\approx 2,3; \infty[$ , linksgekr. in  $[\approx -2,3; \approx 2,3]$ ; Wendest.  $\approx \pm 2,3$

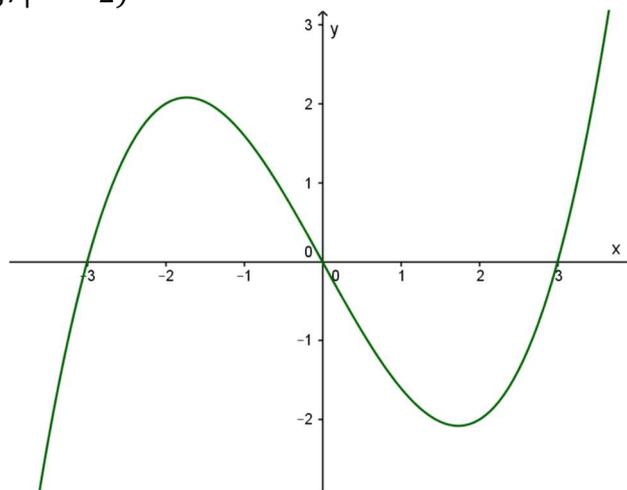


b)  $G_f$  ist smf in  $]-\infty; -3]$ , sms in  $[-3; 3]$  und  $[3; \infty[$ ; Min.st.  $-3$   
 $G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; -1]$  und  $[3; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[-1; 3]$ ; Wendest.  $-1$  und  $3$

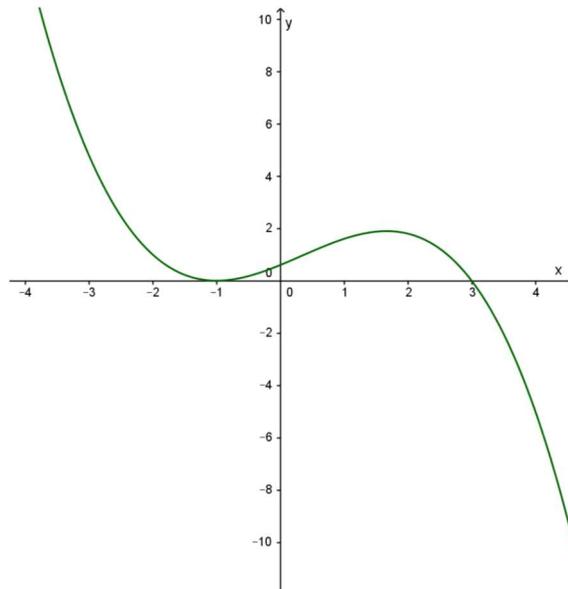


24/4

a)  $f'(x) = 0$ :  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} = \pm 3$ ;  $f'(x) < 0$  für  $x < -3$  oder  $0 < x < 3$ ;  $f'(x) > 0$  für  $-3 < x < 0$  oder  $x > 3$   
 $G_{f'}$  ist sms in  $]-\infty; \approx -1,7]$  und  $[\approx 1,7; \infty[$ , smf in  $[\approx -1,7; \approx 1,7]$   
 HoP( $\approx -1,7 | \approx 2$ ), TiP( $\approx 1,7 | \approx -2$ )

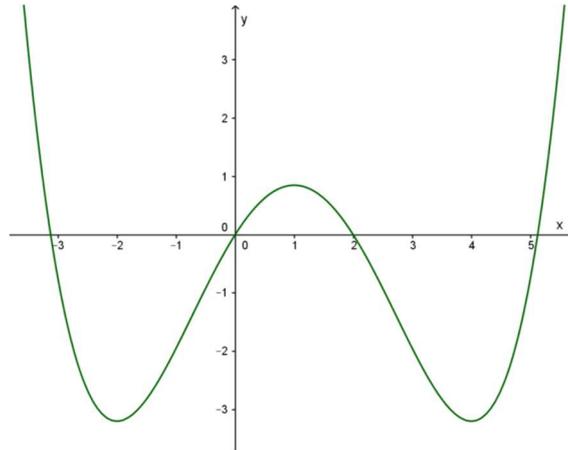


b)  $f'(x) = 0$ :  $x_{1,2} = -1$ ,  $x_3 = 3$ ;  $f'(x) < 0$  für  $x > 3$ ;  $f'(x) > 0$  für  $x < -1$  oder  $-1 < x < 3$   
 $G_{f'}$  ist smf in  $]-\infty; -1]$  und  $[\approx 1,7; \infty[$ , sms in  $[-1; \approx 1,7]$ ; TiP( $-1 | 0$ ), HoP( $\approx 1,7 | \approx 2$ )



24/5

a)  $G_f$  ist smf in  $]-\infty; -2]$  und  $[1; 4]$ , sms in  $[-2; 1]$  und  $[4; \infty[$ ; Min.st.  $-2$  und  $4$ , Max.st.  $1$   
 $G_f$  ist linksgekr. in  $]-\infty; \approx -0,7]$  und  $[\approx 2,7; \infty[$ , rechtsgekr. in  $[\approx -0,7; \approx 2,7]$   
 Wendest.  $\approx -0,7$  und  $\approx 2,7$



b)  $G_f$  ist sms in  $]-\infty; -2]$ ,  $[-2; 2]$  und  $[2; \infty[$ ; keine Extremst.  
 $G_f$  ist rechtsgekr. in  $]-\infty; -2]$  und  $[0; 2]$ , linksgekr. in  $[-2; 0]$  und  $[2; \infty[$ ; Wendest.  $0$  und  $\pm 2$

