

II.1 Grundlagen

78/1

a) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

b) $f(x) = x^4 - 2,5x^3 + 3x^2 - 4,5x + 1$

c) $f(x) = x^3 + 8x - 8$

d) $f(x) = 2x^4 + 12$

e) $f(x) = 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x$

78/2

	Grad	G ist symm.
a	4	zur y-Achse
b	5	zum Ursprung
c	5	nicht zum KS
d	0	zur y-Achse
e	3	zum Ursprung
f	3	nicht zum KS
g	2	nicht zum KS
h	3	zum Ursprung

78/3

a)

	Grad	LK
a	gerade	< 0
b	gerade	> 0
c	gerade	> 0

b) $f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+2)$; $g(x) = 2$; $h(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$

78/4 a) gerade b) gerade c) ungerade

In allen Fällen ist immer der Grad von p immer gleich der Grad von f plus der Grad von g.

78/5

keine allgemeine Lösung angebbbar - machen Sie selbst mal!

85/1

	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
a	$+\infty$	$+\infty$
b	$+\infty$	$-\infty$
c	$+\infty$	$-\infty$
d	1,25	1,25
e	$-\infty$	$+\infty$
f	$-\infty$	$+\infty$
g	$+\infty$	$+\infty$
h	$+\infty$	$-\infty$

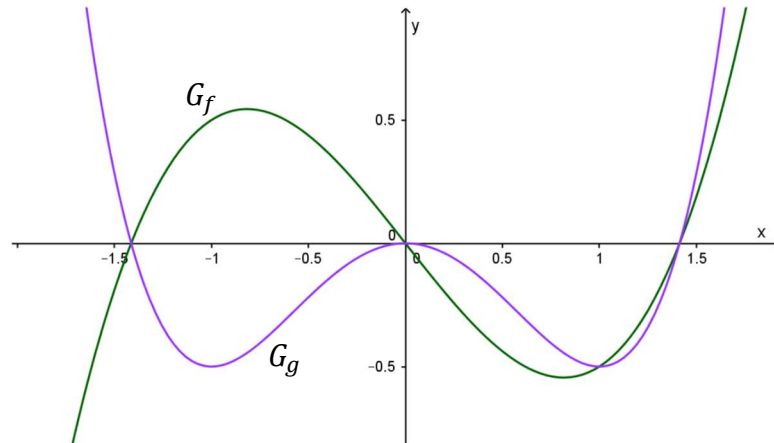
85/2

a) G_f ist symmetrisch zum Ursprung, G_g zur y-Achse

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = +\infty$

b)



c) G_f : $S_y(0|0) = N_1$; $N_{2,3}(\approx \pm 1,4|0)$; $HoP(\approx -0,8|\approx 0,6)$, $TiP(\approx 0,8|\approx -0,6)$; $WeP = S_y$
 G_g : $S_y(0|0) = N_1$; $N_{2,3}(\approx \pm 1,4|0)$; $HoP = S_y$, $TiP_{1,2}(\pm 1| - 0,5)$; $WeP_{1,2}(\approx \pm 0,6| \approx -0,3)$

d) G_f ist sms in $] - \infty; \approx -0,8]$ und $[\approx 0,8; \infty[$, smf in $[\approx -0,8; \approx 0,8]$

G_g ist smf in $] - \infty; -1]$ und $[0; 1]$, sms in $[-1; 0]$ und $[1; \infty[$

85/3

a3, b2, c1 (Begründung jeweils über Globalverhalten und Symmetrie)

d4: Graph zu $-x^3$, um 1 nach oben verschoben

85/4

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; G_f ist symm. zur y-Achse; $S_y(0|0) = N_1$; $N_{2,3}(\approx \pm 1,3|0)$; $HoP = S_y$; $TiP_{1,2}(\pm 1| - 1)$; $WeP_{1,2}(\approx \pm 0,6| - 0,6)$; G_f ist smf in $] - \infty; -1]$ und $[0; 1]$, sms in $[-1; 0]$ und $[1; \infty[$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; G_g ist symm. zum Ursprung; $S_y(0|0) = N$; kein HoP, kein Tip; $WeP = S_y$; G_f ist smf in $\mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$; G_h ist nicht symm. zum KS; $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(\approx -3,5|0)$, $N_3(\approx 1,7|0)$; $HoP(-2| \approx 3,3)$, $TiP(\approx 0,5| \approx -1,2)$; $WeP(\approx -0,3|1,3)$; G_h ist sms in $] - \infty; -2]$ und $[\approx 0,5; \infty[$, smf in $[-2; \approx 0,5]$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} i(x) = +\infty$; G_i ist nicht symm. zum KS; $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(-2|0)$, $N_3(1|0)$; $HoP(\approx 0,3| \approx 0,1)$, $TiP_1(\approx -1,3| \approx -1,2)$, $TiP_2 = N_3$; $WeP_1(\approx -0,7| \approx -0,7)$, $WeP_2(\approx 0,7| \approx 0,05)$; G_i ist smf in $] - \infty; \approx -1,3]$ und $[\approx 0,3; 1]$, sms in $[\approx -1,3; \approx 0,3]$ und $[1; \infty[$

85/5

a) Abszissen, Globalverhalten bleiben gleich; Ordinaten verdoppelt

b) Abszissen bleiben gleich, Globalverhalten kehrt sich genau um; Ordinaten halbiert und geändertes Vorzeichen; aus TiP wird HoP und umgekehrt

c) Ordinaten und Globalverhalten bleiben gleich (außer beim Schnittpunkt mit der y-Achse, der wird ganz anders); Abszissen erhöhen sich um 1

96/1

a) $x_{1,2} = \pm 4$, $x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach

b) $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ beide einfach

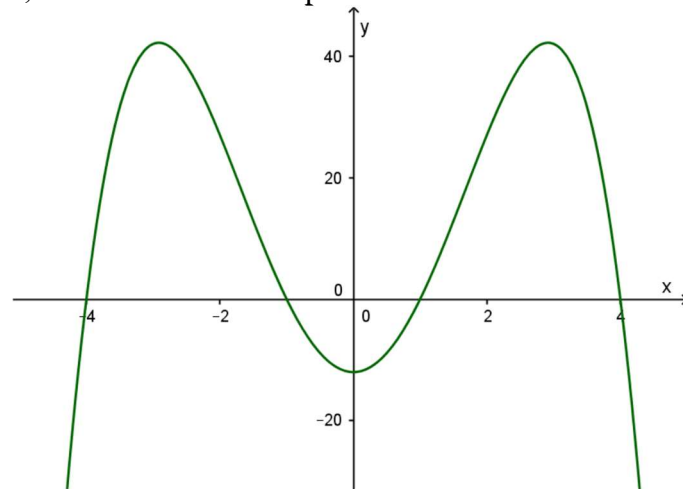
c) $x_1 = 0$, $x_2 = -6$, $x_3 = -2$ alle einfach

d) $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3,4} = -5$ dreifach

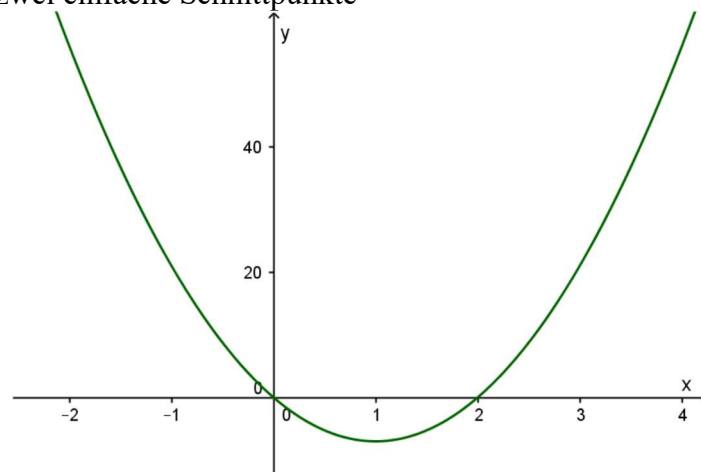
e) $x_{1,2} = -4$ doppelt

96/2

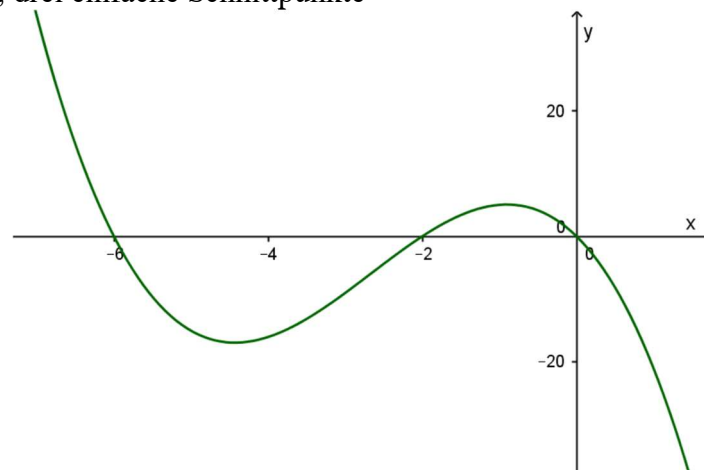
a) LK: $-0,75$; Grad: 4; vier einfache Schnittpunkte



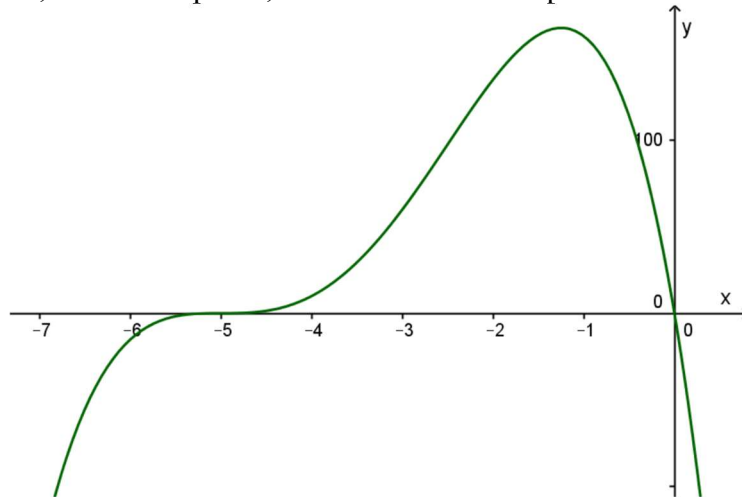
b) LK: 7; Grad: 2; zwei einfache Schnittpunkte



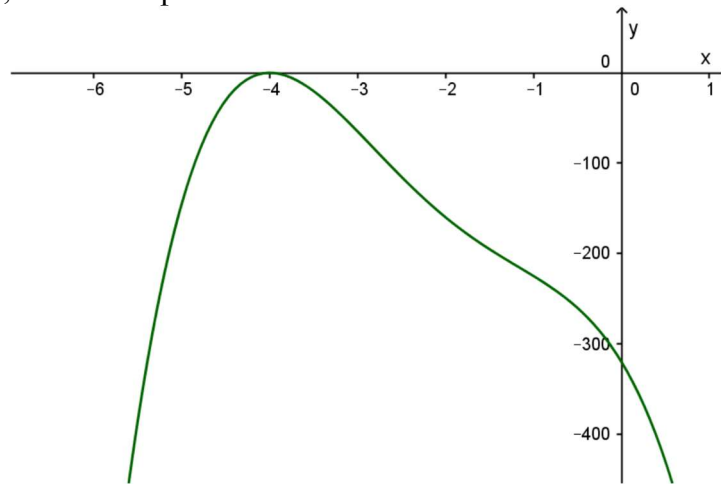
c) LK: -1 ; Grad: 3; drei einfache Schnittpunkte



d) LK: $-2,5$; Grad: 4; ein Wendepunkt, ein einfacher Schnittpunkt



e) LK: -5 ; Grad: 4; ein Extrempunkt



108/23 (T) bzw. 104/21 (NT) a) grün

Übungsblatt:

1) a) gerade b) ungerade c) weder noch d) gerade e) ungerade f) weder noch
g) gerade h) weder noch i) gerade

- 2) a) $N_1(1|0)$ einfach; $N_2(-2|0)$ einfach; $N_3(3|0)$ einfach; $S_y(0|12)$
 b) $N_1(8|0)$ einfach; $N_2(-6|0)$ einfach; $N_3(4|0)$ einfach; $S_y(0|-96)$
 c) $N_1(0|0)$ einfach; $N_2(-2|0)$ einfach; $N_3(2|0)$ einfach; $S_y(0|0) = N_1$
 d) $N_1(-1,5|0)$ einfach; $N_2(-0,5|0)$ einfach; $N_3(16|0)$ einfach; $S_y(0|1,5)$
 e) $N_1(0|0)$ einfach; $N_2(-5|0)$ einfach; $N_3(5|0)$ einfach; $N_4(-1|0)$ einfach; $S_y(0|0) = N_1$
 f) $N_1(-5|0)$ doppelt; $N_2(-0,1|0)$ einfach; $N_3(1|0)$ einfach; $S_y(0|-25)$
 g) $N_1(-2|0)$ vierfach; $N_2(2|0)$ einfach; $S_y(0|-24)$
 h) $N_1(2|0)$ doppelt; $N_2(-4|0)$ einfach; $N_3(-0,25|0)$ vierfach; $S_y(0|440)$

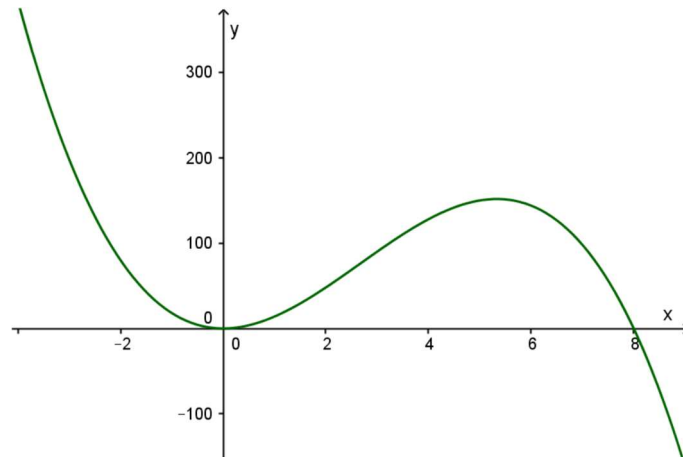
- 3) a) $f(x) = x^3 + 8x^2 - x - 8$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$
 b) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 4x - 24$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$
 c) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 5$
 d) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$
 e) $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + 6x$; mögl. ganzz. Nullstellen: 0 (und $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$)
 f) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 16x + 11$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 11$

II.2 Nullstellen berechnen / Gleichungen lösen

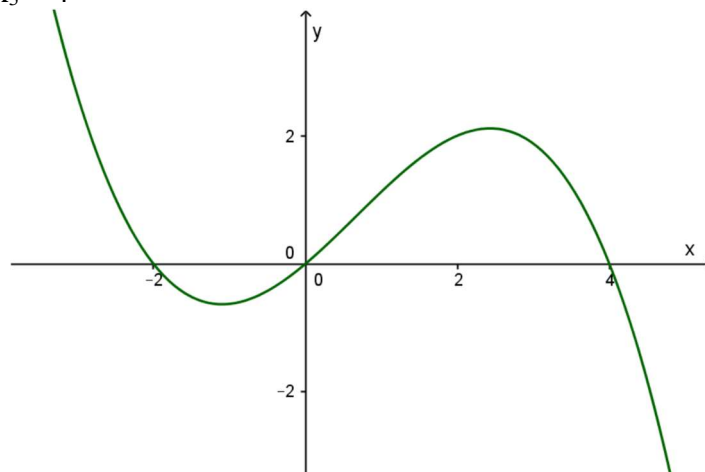
a) direkte Faktorisierung

96/3

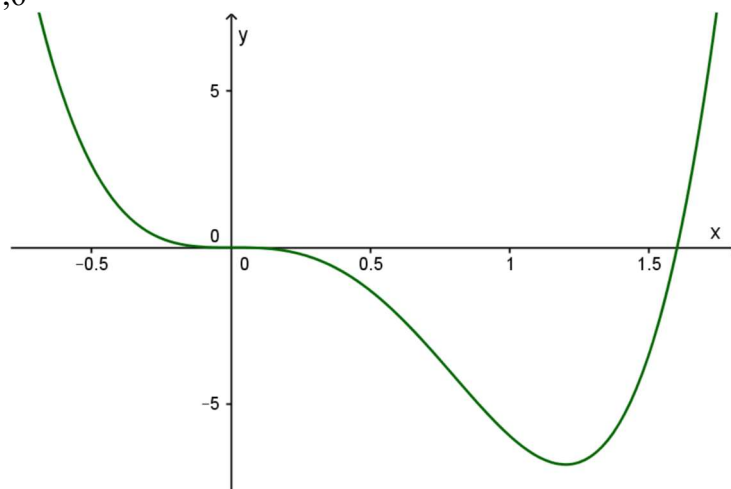
a) $x_{1,2} = 0$; $x_3 = 8$



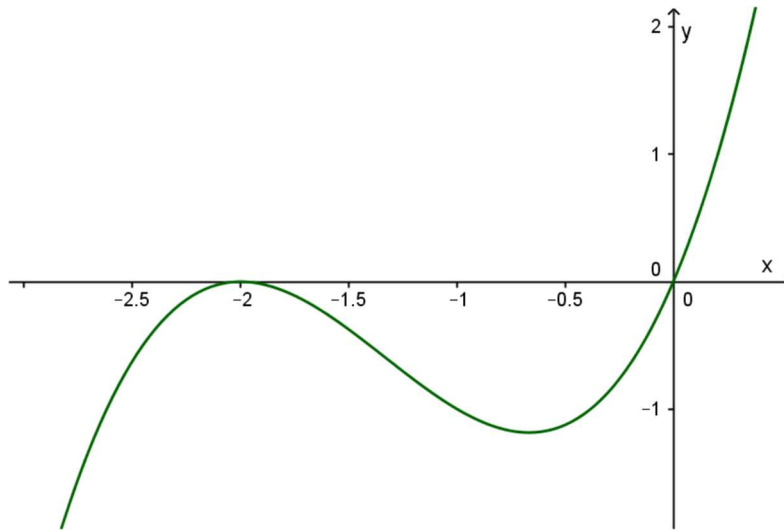
b) $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = 4$



c) $x_{1,2,3} = 0$, $x_4 = 1,6$



d) $x_1 = 0, x_{2,3} = -2$



96/6 e) $S_y(0|0) = N_1, N_{2,3}(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}|0)$ f) $S_y(0|0) = N$

altes Buch (Bildungsverlag EINS) 129/1

- a) $x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -2$ alle einfach c) $x_{1,2} = 2; x_{3,4} = -2$ beide doppelt
d) $x_{1,2} = 0$ doppelt; $x_2 = 1; x_3 = -1$ beide einfach e) $x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = 8$ alle einfach
f) $x_{1,2,3} = 0$ dreifach; $x_4 = \frac{3}{32}$ einfach g) $x_1 = 0$ einfach; $x_{2,3} = \sqrt{2}; x_{4,5} = -\sqrt{2}$ beide doppelt
h) $x_1 = 0$ einfach; keine weiteren Lösungen
k) $x_{1,2,3} = 0$ dreifach; $x_{4,5} = -4 \pm 2\sqrt{7}$ beide einfach

b) Potenzen

97/13 (nur ausmultiplizieren; alle einfach) a) $x_1 = -3$ b) $x_{1,2} = \pm 2$ c) $x_1 = 2$

altes Buch 129/1i) $x_1 = 2; x_2 = -2$ beide einfach

c) Substitution

96/4

- a) $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm 6$ alle einfach
b) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$ beide einfach
c) $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach
d) $x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 1, x_{4,5} = \pm \sqrt{5}$ alle einfach
e) keine Nullstellen

96/6d) $S_y(0|3), N_{1,2}(\pm 1|0), N_{3,4}(\pm \sqrt{3}|0)$

Übungsblatt:

- 5) a) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}; x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach b) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}; x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
c) $x_{1,2} = \pm \sqrt{2}$ beide einfach d) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$ beide einfach
e) $x_{1,2} = \pm 3; x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach f) $x_{1,2} = \pm 3; x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
g) $x_{1,2} = \pm \sqrt{12}; x_{3,4} = \pm 6$ alle einfach h) $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach
i) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}; x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach k) $x_1 = 0; x_{2,3} = \pm \sqrt{5}; x_{4,5} = \pm 1$ alle einfach

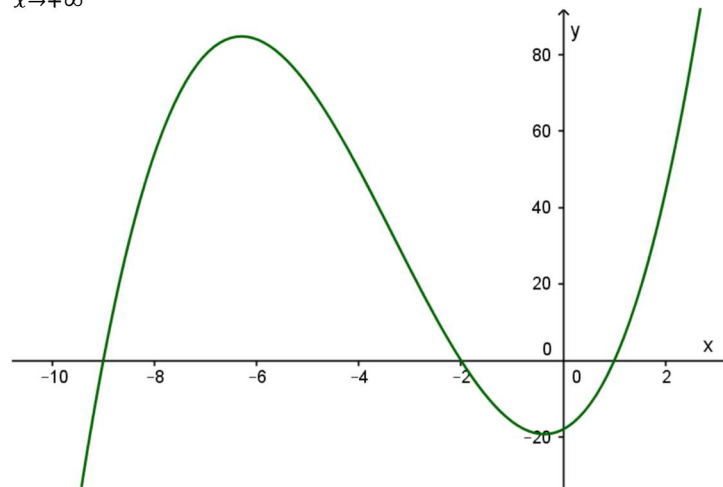
6k) symmetrisch zur y-Achse; $x_{1,2} = \pm 1; x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach

d) Polynomdivision

96/5

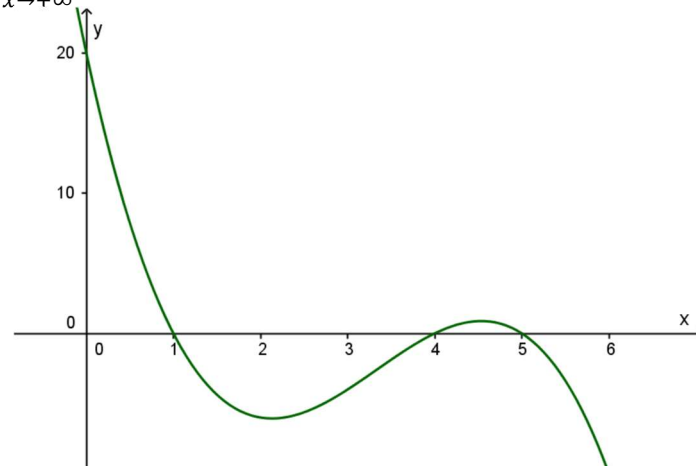
a) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = -9$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



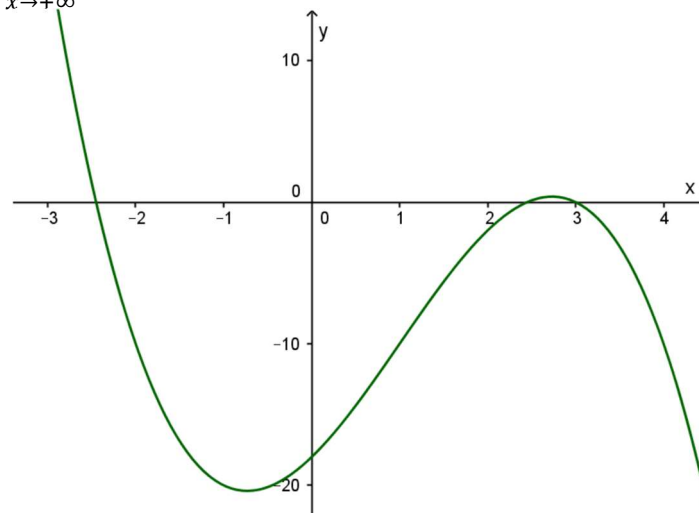
b) $x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = 5$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$



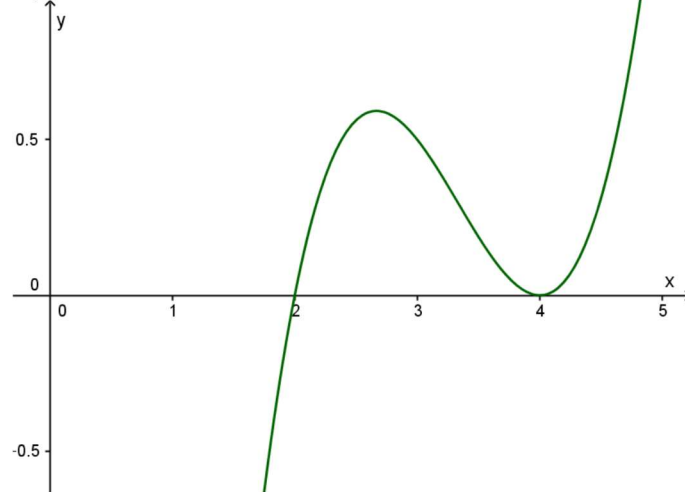
c) $x_1 = 3, x_{2,3} = \pm\sqrt{6}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$



d) $x_1 = 2, x_{2,3} = 4$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$



97/12

„... die Polynomdivision aufgehen muss, wenn man einen Linearfaktor mit einer Nullstelle verwendet.“ (Es darf kein Rest bleiben und deshalb kein Bruch mit x im Nenner entstehen.)

97/13

Die Polynomdivision darf hier jeder selbst machen. Die Nullstellen sind alle einfach.

a) $x_1 = -3$ b) $x_{1,2} = \pm 2$ c) $x_1 = 2$

107/13 (T) bzw. 103/13 (NT)

Die Polynomdivisionen führt bitte jeder selbst durch.

Es ergibt sich dasselbe Ergebnis, weil

$$\begin{aligned} & (x^4 - 4,5x^3 - 17x^2 - 4,5x + 7) : (x + 1) : (x + 2) \\ &= \frac{x^4 - 4,5x^3 - 17x^2 - 4,5x + 7}{(x + 1)(x + 2)} \\ &= \frac{x^4 - 4,5x^3 - 17x^2 - 4,5x + 7}{x^2 + 3x + 2} \\ &= (x^4 - 4,5x^3 - 17x^2 - 4,5x + 7) : (x^2 + 3x + 2) \end{aligned}$$

Übungsblatt:

4) a) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = -8$ alle einfach

b) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = 2$ einfach; $x_{2,3} = 5$ doppelt

c) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = -1$; $x_2 = 3$; $x_3 = -5$ alle einfach

d) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_{1,2} = -1$ doppelt; $x_3 = 5$ einfach

e) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = -5$ alle einfach

f) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = 6$ alle einfach

g) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_1 = 1$; $x_2 = -2$; $x_3 = -3$ alle einfach

h) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = -1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 4$ alle einfach

i) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts oben; $x_1 = 0$; $x_2 = -3$ beide einfach; $x_{3,4} = 2$ doppelt

j) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts oben; $x_{1,2} = -1$ doppelt; keine weiteren Lösungen

5) j) symmetrisch zur y-Achse; von links oben nach rechts oben; $x_{1,2} = \pm 1$ beide doppelt; keine weiteren Lösungen

l) symmetrisch zur y-Achse; von links oben nach rechts oben; $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{2}$ alle einfach; keine weiteren Lösungen

6) b) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $x_3 = -2$ alle einfach

c) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_1 = 1$ einfach; $x_{2,3} = 2$ doppelt

d) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = 1$ einfach; $x_{2,3} = -2$ doppelt

e) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_{1,2} = 1$ doppelt; $x_3 = 2$ einfach

f) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_{1,2} = 1$ doppelt; $x_3 = 3$ einfach

g) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = -1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 4$ alle einfach

h) keine Symmetrie zum KS; von links unten nach rechts oben; $x_1 = -3$; $x_2 = -0,5$; $x_3 = 0,5$ alle einfach

i) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts unten; $x_1 = -1$; $x_2 = 0,5$; $x_3 = 3$ alle einfach

l) keine Symmetrie zum KS; von links oben nach rechts oben; $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$; $x_4 = 2$ alle einfach

e) gemischt

96/6

a) $S_y(0|2,25)$, $N_1(-3|0)$, $N_2(1|0)$

b) $S_y(0|-56)$, $N_1(-7|0)$, $N_2(-2|0)$, $N_3(4|0)$

c) $S_y(0|0) = N_1$, $N_2(-2|0)$, $N_3(-1|0)$

96/7

a) G

b) C

c) D, B, E, C

d) D, B bzw. A.

e) D, B, G

f) D, B, F

g) D, B, C

h) F

i) E, C

j) E, C

k) E, E, C

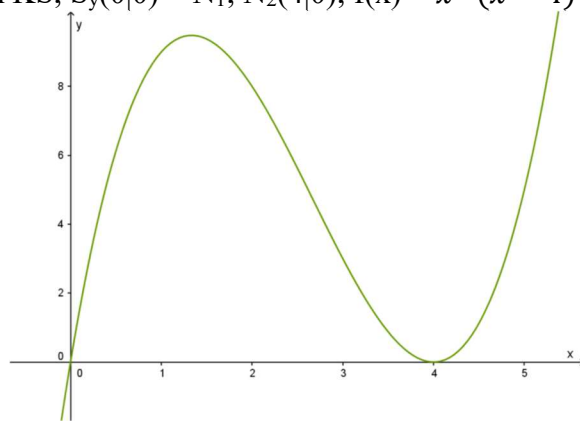
l) B, E, E, C

m) E, C (oder: binomische Formel!)

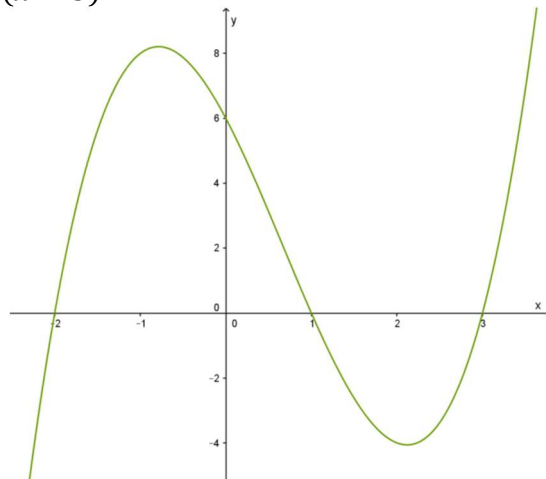
n) G

105/1 (T) bzw. 101/1 (NT)

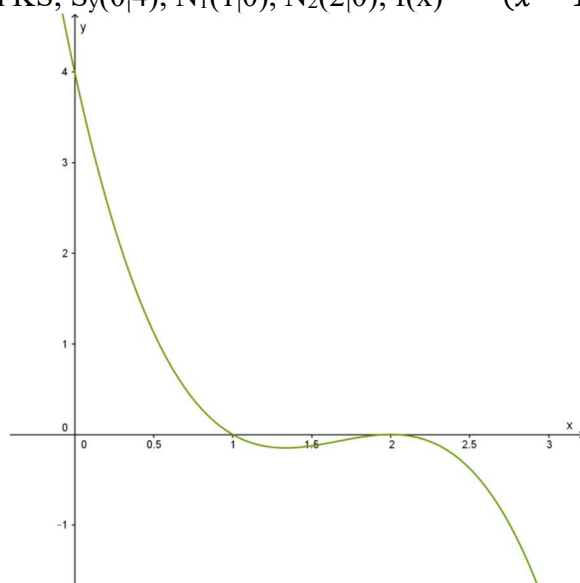
a) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(4|0)$; $f(x) = x \cdot (x - 4)^2$



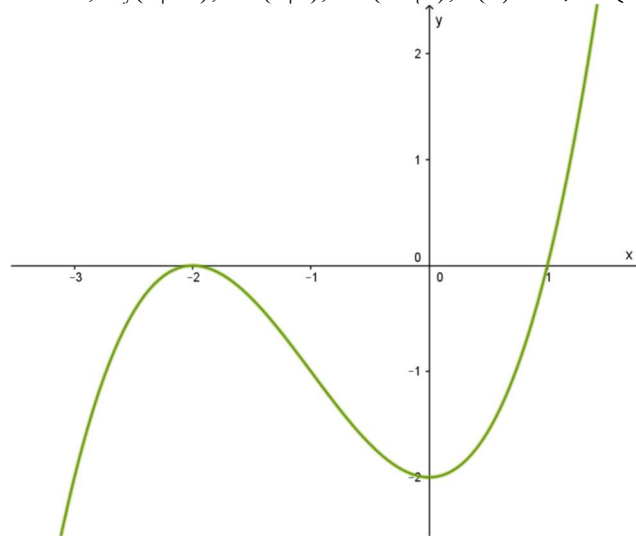
b) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|6)$; $N_1(1|0)$, $N_2(-2|0)$, $N_3(3|0)$;
 $f(x) = (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$



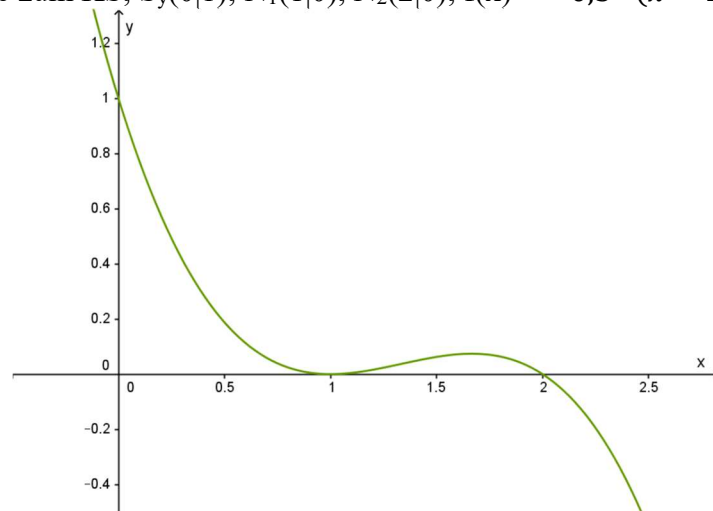
c) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|4)$; $N_1(1|0)$, $N_2(2|0)$; $f(x) = -(x - 1) \cdot (x - 2)^2$



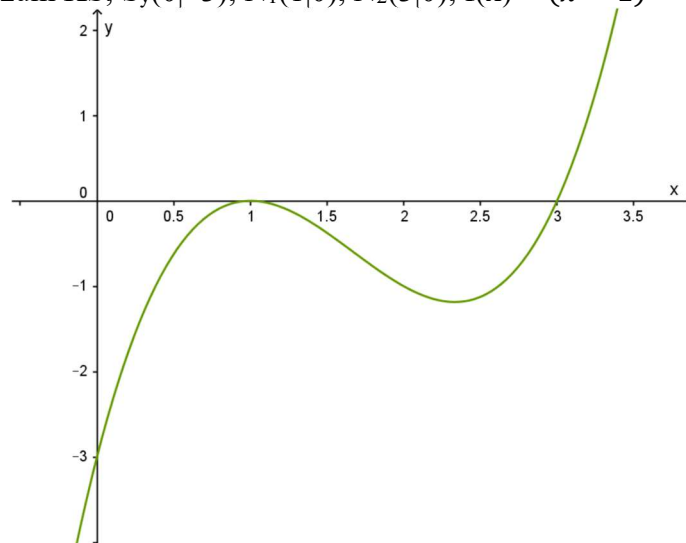
d) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|-2)$; $N_1(1|0)$, $N_2(-2|0)$; $f(x) = 0,5 \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)^2$



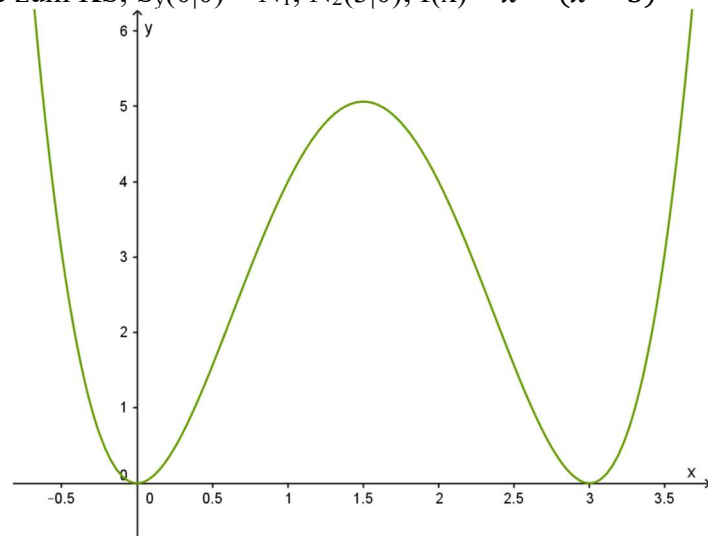
e) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|1)$; $N_1(1|0)$, $N_2(2|0)$; $f(x) = -0,5 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 2)$



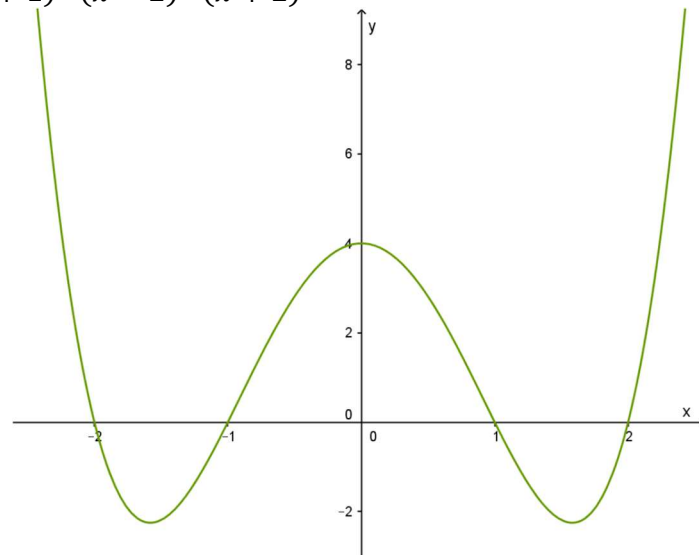
f) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|-3)$; $N_1(1|0)$, $N_2(3|0)$; $f(x) = (x - 1)^2 \cdot (x - 3)$



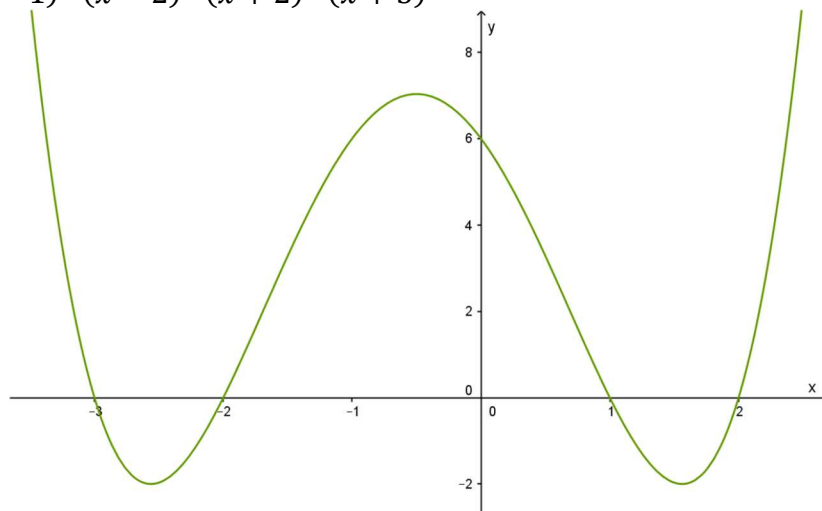
g) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(3|0)$; $f(x) = x^2 \cdot (x - 3)^2$



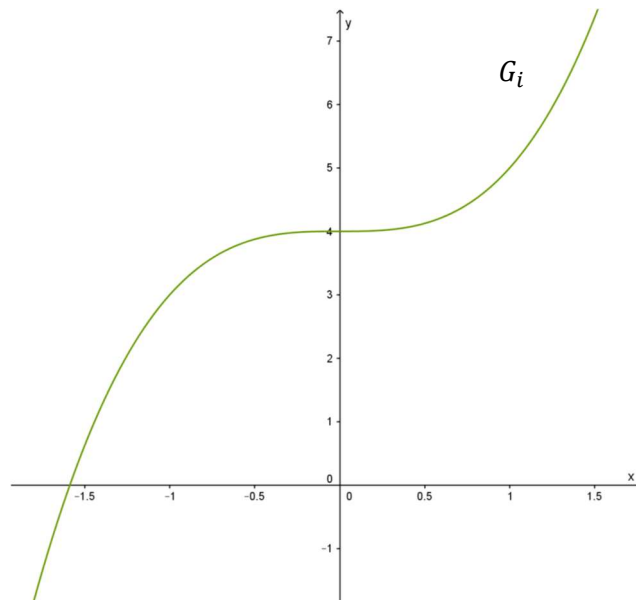
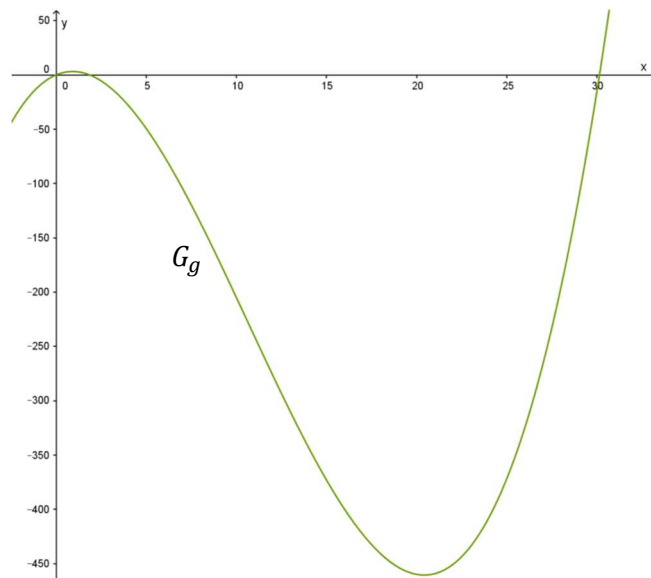
h) symmetrisch zur y-Achse; $S_y(0|4)$; $N_1(\pm 1|0)$, $N_2(\pm 2|0)$;
 $f(x) = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$



i) keine Symmetrie zum KS; $S_y(0|6)$; $N_1(1|0)$, $N_2(2|0)$; $N_3(-2|0)$, $N_4(-3|0)$
 $f(x) = 0,5 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$



105/5 (T) bzw. 101/5 (NT)
1f, 2j, 3h



105/6 (T) bzw. 101/6 (NT)

(1) $k = 1$;

(2): g

(3): m

(4) h

106/8 (T) bzw. 102/8 (NT)

Zusammenhang zwischen Anzahl der Nullstellen und Extrempunkte: ? In diesen vier Beispielen ist die Anzahl der Extrempunkte zwar immer um genau eins weniger als die Anzahl der Nullstellen – das ist aber nicht immer so!

a) f: $S_y(0|0) = N_1$; $N_{2,3}(\pm 2|0)$; $TiP(\approx -1,2 | \approx -6,2)$, $HoP(\approx 1,2 | \approx 6,2)$; $WeP = S_y$; smf in $]-\infty; \approx -1,2]$ und $[\approx 1,2; \infty[$, sms in $[\approx -1,2; \approx 1,2]$; linksgekr. in $]-\infty; 0]$, rechtsgekr. in $[0; \infty[$; mind. Grad 3

g: $S_y(0|-4)$; $N_1(-3|0)$, $N_2(-1|0)$, $N_3(3|0)$; $TiP(\approx 1,4 | \approx -8,4)$, $HoP(\approx -2,2 | \approx 2,4)$; $WeP(\approx -0,5 | \approx -2)$; sms in $]-\infty; \approx -2,2]$ und $[\approx 1,4; \infty[$, smf in $[\approx -2,2; \approx 1,4]$; linksgekr. in $]-\infty; \approx -0,5]$, rechtsgekr. in $[\approx -0,5; \infty[$; mind. Grad 3

b) f: $S_y(0|-3)$; $N_1(-2|0)$, $N_2(-1|0)$, $N_3(1|0)$, $N_3(3|0)$; $TiP = S_y$, $HoP_1(\approx -1,6 | \approx 1,5)$, $HoP_2(\approx 2,3 | \approx 6,4)$; $WeP_1(\approx -0,8 | \approx -0,5)$, $WeP_2(\approx 1,2 | \approx 1,5)$; sms in $]-\infty; \approx -1,6]$ und $[0; \approx 2,3]$, smf in $[\approx -1,6; \approx 0]$ und $[\approx 2,3; \infty[$; linksgekr. in $[\approx -0,8; \approx 1,2]$, rechtsgekr. in $]-\infty; \approx -0,8]$ und $[\approx 1,2; \infty[$; mind. Grad 4

g: $S_y(0|0) = N_1$; $N_{2,3}(\pm 1|0)$, $N_{4,5}(\pm 3|0)$; $TiP_1(\approx -0,6 | \approx -0,8)$, $TiP_2(\approx 2,4 | \approx -9,2)$, $HoP_1(\approx 0,6 | \approx 0,8)$, $HoP_2(\approx -2,4 | \approx 9,2)$; $WeP_1 = S_y$, $WeP_{2,3}(\approx \mp 1,8 | \approx \pm 6)$; sms in $]-\infty; \approx -2,4]$, $[\approx -0,6; \approx 0,6]$ und $[\approx 2,4; \infty[$, smf in $[\approx -2,4; \approx -0,6]$ und $[\approx 0,6; \approx 2,4]$; rechtsgekr. in $]-\infty; \approx -1,8]$ und $[0; \approx 1,8]$, linksgekr. in $[\approx -1,8; 0]$ und $[\approx 1,8; \infty[$; mind. Grad 5

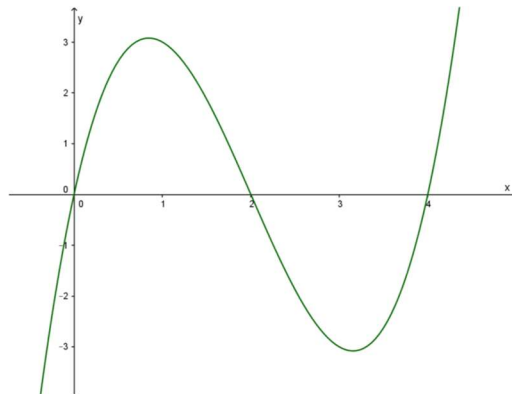
f) Gemeinsame Punkte von Graphen

106/9 (T) bzw. 102/9 (NT) $S_1(1|2)$, $S_2(4|-1)$, $S_3(-2|5)$

II.3 Ungleichungen

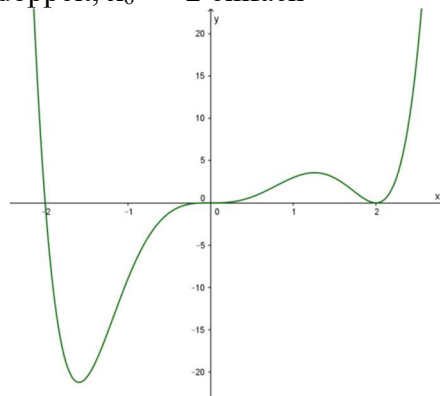
100/1

a) $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$ alle einfach



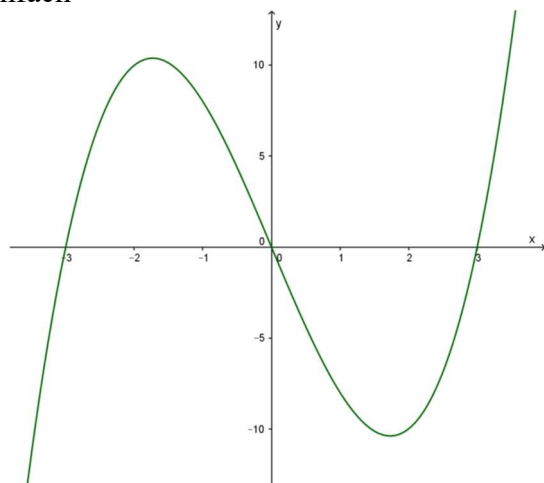
$\Rightarrow L =]0; 2[\cup]4; \infty[$

b) $x_{1,2,3} = 0$ dreifach, $x_{4,5} = 2$ doppelt, $x_6 = -2$ einfach



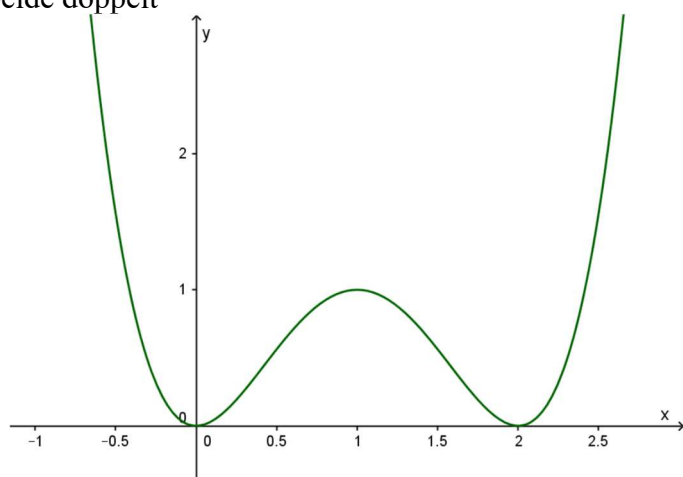
$\Rightarrow L =]-\infty; -2] \cup [0; 2] \cup [2; \infty[=]-\infty; -2] \cup [0; \infty[$

c) $x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 3$ alle einfach



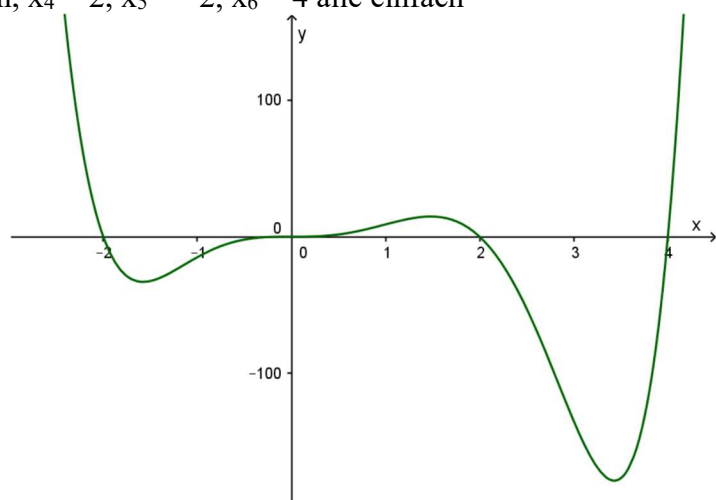
$\Rightarrow L =]-\infty; -3[\cup]0; 3[$

d) $x_{1,2} = 0, x_{3,4} = 2$ beide doppelt



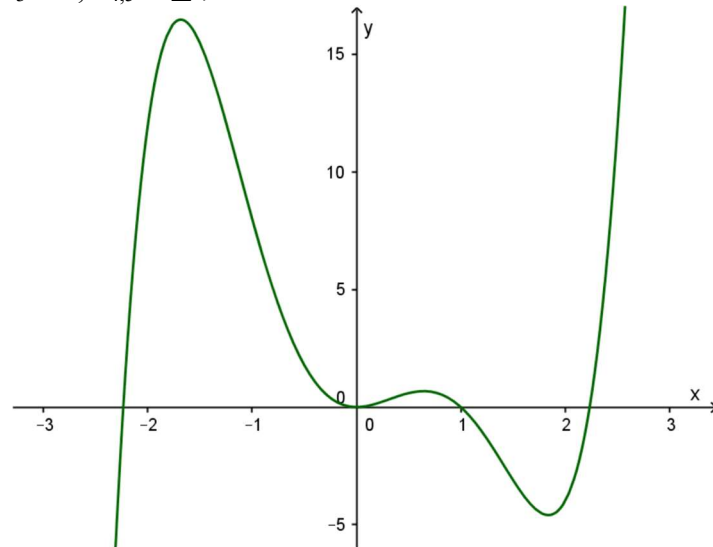
$\Rightarrow L = \{0; 2\}$

e) $x_{1,2,3} = 0$ dreifach, $x_4 = 2, x_5 = -2, x_6 = 4$ alle einfach



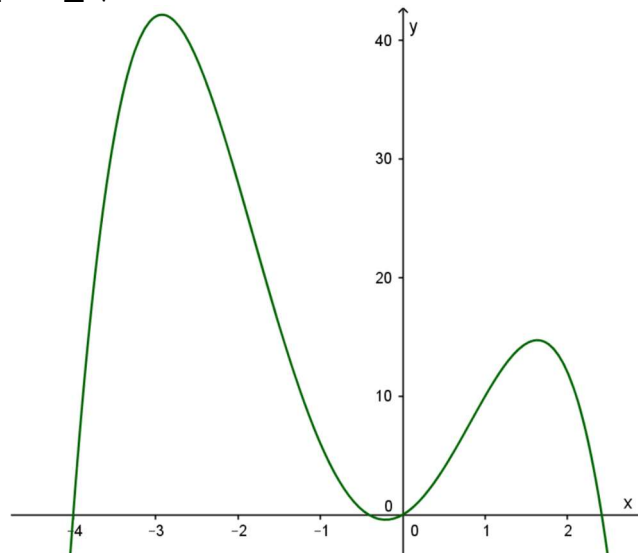
$\Rightarrow L =]-\infty; -2] \cup [0; 2] \cup [4; \infty[$

f) $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_3 = 1$, $x_{4,5} = \pm\sqrt{5}$ alle einfach



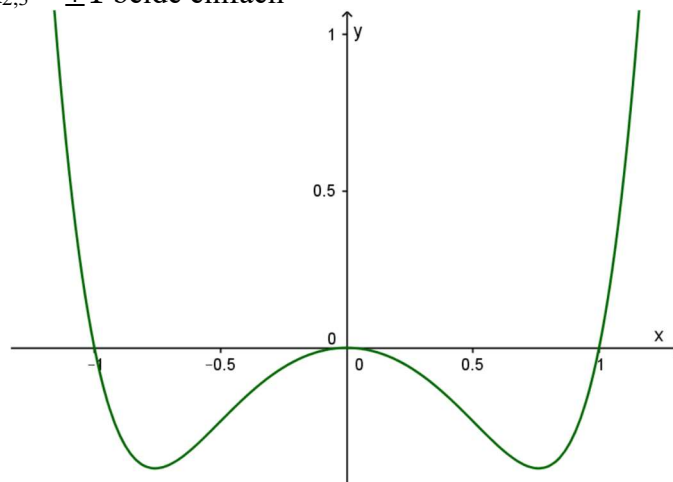
$\Rightarrow L =]-\infty; -\sqrt{5}] \cup \{0\} \cup [1; \sqrt{5}]$

g) $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{2}$ alle einfach



$\Rightarrow L =]-4; 1 - \sqrt{2}[\cup]0; 1 + \sqrt{2}[$

h) $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_{2,3} = \pm 1$ beide einfach



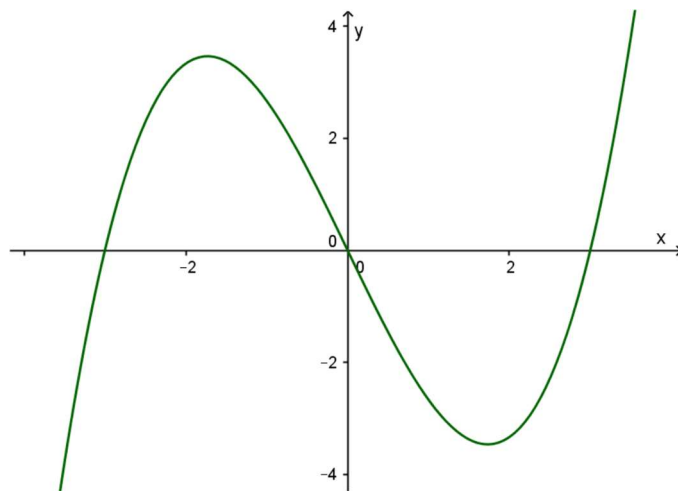
$\Rightarrow L =]-1; 0[\cup]0; 1[$

100/4 (vgl. 100/1c !)

a) G_f ist symmetrisch zum Ursprung (alle Exponenten ungerade)

b) $x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 3$ alle einfach

c)



d) $L = [-3; 0] \cup [3; \infty[$

105/4 (T) bzw. 101/4 (NT)

$$L =]-\infty; -3[\cup]-\sqrt{3}; 0[\cup]0; \sqrt{3}[\cup]3; \infty[$$

II.4 Funktionsterme aufstellen

a) mit Nullstellen und Vielfachheiten

96/8

a) bei beiden: Substitution; $f: x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm \sqrt{2}; g: x_{1,2} = \pm 1$

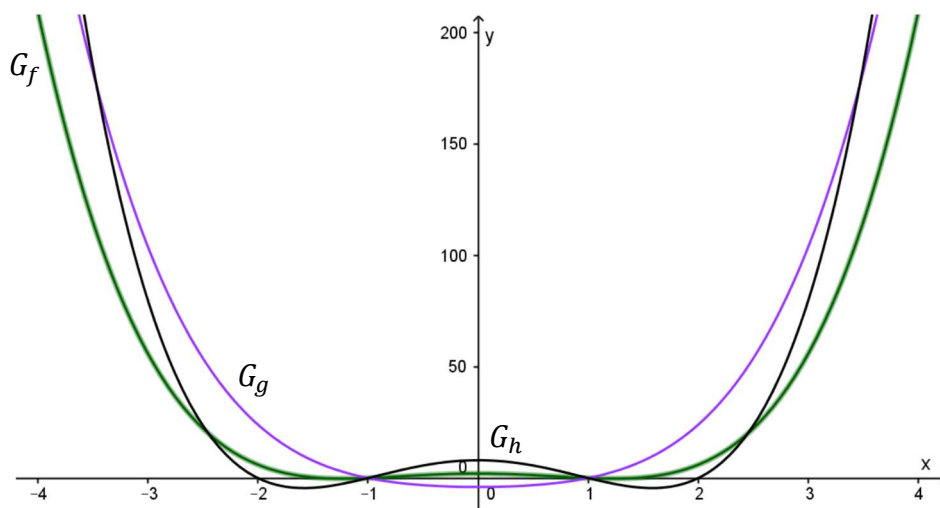
b) $h(x) = 2x^4 - 10x^2 + 8$

c) $G_f \cap G_g = \{S_{1,2}(\pm 1|0)\}$

$G_f \cap G_h = \{S_{1,2}(\pm 1|0); S_{3,4}(\pm \sqrt{6}|20)\}$

$G_g \cap G_h = \{S_{1,2}(\pm 1|0); S_{3,4}(\pm 2\sqrt{3}|176)\}$

d)



105/2 (T) bzw. 101/2 (NT)

a) $f(x) = 4 \cdot (x + 7) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$

b) $f(x) = -1,25 \cdot (x + 1)^2 \cdot (x - 9)^2$

c) $f(x) = 1,75 \cdot x \cdot (x + 2)^3$

(d) $f(x) = 0,5 \cdot x^3$

e) $f(x) = (x + 5) \cdot (x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$

105/3 (T) bzw. 101/3 (NT)

a) $a = 2$; $b = -12$; $c = 6$; $d = 20$

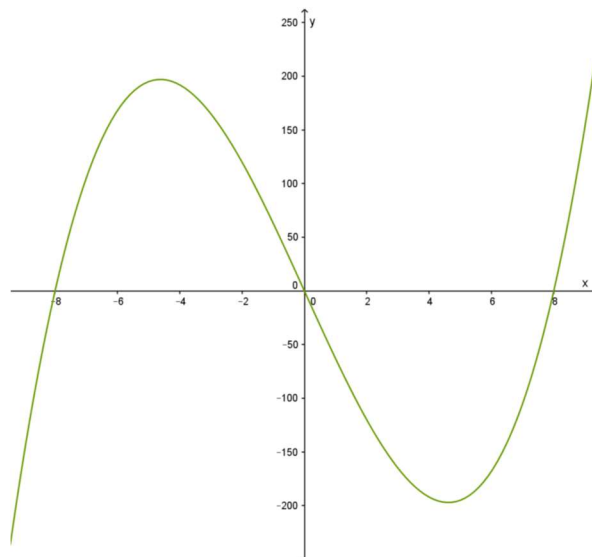
b) $a = 4$; $b = 16$; $c = 4$; $d = -24$

c) $a = \frac{1}{32}$; $b = \frac{9}{32}$; $c = \frac{27}{32}$; $d = \frac{27}{32}$

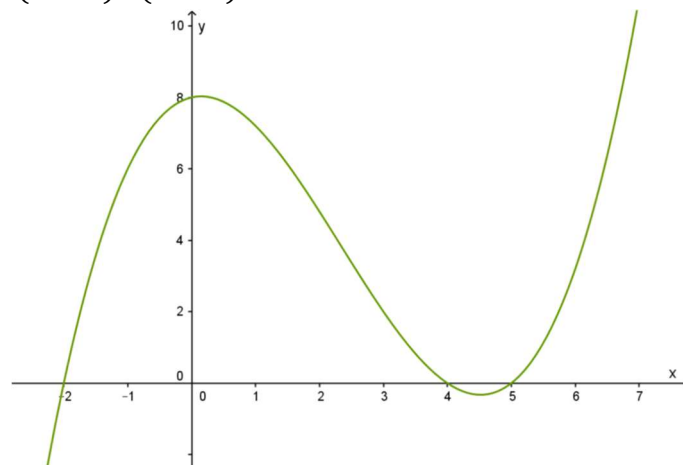
d) Widerspruch zwischen Nullstelle $x_2 = 1$ und $P(1|8)$!

106/7 (T) bzw. 102/7 (NT)

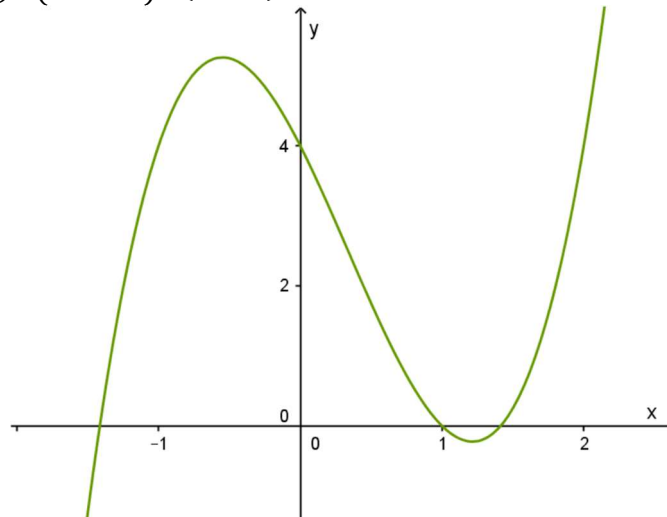
a) $f(x) = a \cdot x \cdot (x - 8) \cdot (x + 8)$ mit $a > 0$



b) $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x + 2) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5)$



c) $f(x) = 2 \cdot (x + \sqrt{2}) \cdot (x - \sqrt{2}) \cdot (x - 1)$



altes Buch (Bildungsverlag EINS):

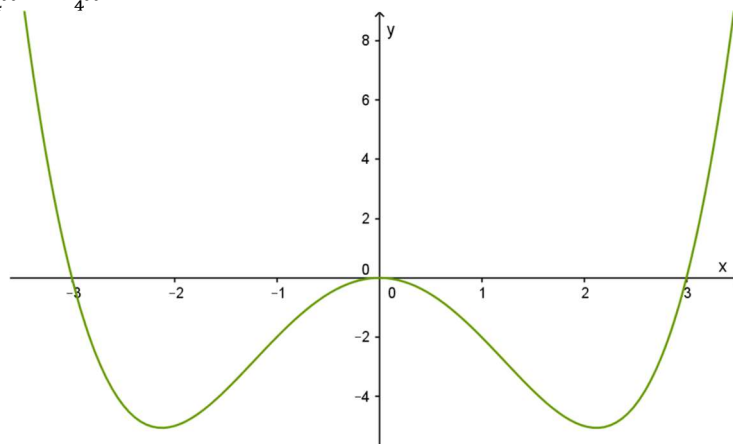
279/13 $f(x) = -\frac{1}{8}x(x-6)^2 = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x$

279/14 $f(x) = -(x+1)(x-2)^2 = -x^3 + 3x^2 - 4$

280/15 $f(x) = \frac{1}{2}x^2(x+3) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

b) mit Punkten

106/7 d) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{4}x^2$



altes Buch (Bildungsverlag EINS):

135/3 a) $f(x) = x^4 - x^2 + 2$ b) $f(x) = x^4 + x^2 - 4$

135/4 a) $f(x) = x^3 - 2x + 1$ b) $f(x) = -2x^3 + x^2 + x + 2$

278/1 $f(x) = 3x^3 - 4x$

II.5 Anwendungen

78/6 $h \approx 5,7 \text{ cm} (\implies b \approx 18,3 \text{ cm}; \ell \approx 30,7 \text{ cm})$

97/9 **Bild ist irreführend! Text genau lesen: Wasserlinie tiefer!**

a) 1 km b) 600 m bzw. 400 m (ist Süden im Bild links oder rechts?!)

97/10 $x = -\sqrt{0,4} \approx -0,63; \quad \text{WeP}_{1,2}(\approx \pm 1,2 | \approx 0,9)$

97/11

a) 4 m bzw. 2 m

b) etwa 1,21 m

100/2

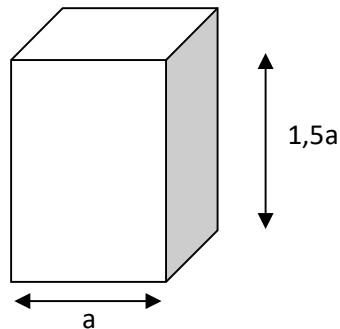
Gewinn: $2 < x < 8$; Verlust: $0 \leq x < 2$ oder $8 < x \leq 10$

100/3

Gewinn: $2 < x < 8$; Verlust: $0 \leq x < 2$ oder $8 < x \leq 10$ (vgl. 100/2 !)

106/10 (T) bzw. 102/10 (NT)

a)



b) $V = 1,5a^3$; $V = 1500 \text{ dm}^3$

c) $O = 7a^2$; $O = 700 \text{ dm}^2$

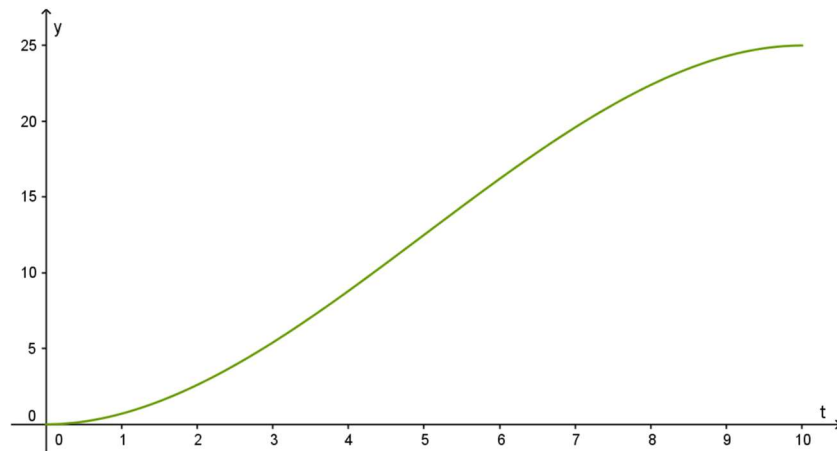
d₁) Material: 2100 €; Salz: 1500 €

d₂) Kosten für Inhalt (Salz) in €: $1 \cdot V = 1,5a^3$; Materialkosten in €: $3 \cdot O = 21a^2$

$\implies$ beide Kosten sind gleich für $1,5a^3 = 21a^2 \implies$ Kosten für Inhalt größer, wenn $a > 14$

106/11 (T) bzw. 102/11 (NT)

a)



b) insgesamt 25 km zurückgelegt; weitere Beschreibung: (e), (f)

c) 19,6 km

d) 5 min

e) zunächst links-, dann rechtsgekrümmt, d.h. das Auto wird erst schneller (bis 5 min), dann wieder langsamer

f) bleibt stehen

g) Funktionswerte werden wieder kleiner $\implies$ Auto würde zurück fahren

107/14 (T) bzw. 103/14 (NT)

a) $f(x) = \frac{1}{64} (x^2 - 16)^2$

b) Breite $\leq 4 \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \approx 2,93$

107/15 (T) bzw. 103/15 (NT)

vgl. Aufgabe 10!

$V = 4a^3$, $O = 18a^2 \implies$ Kosten für Inhalt: $360a^3$; Kosten für Verpackung: $18a^2$ (a in m)

$\implies$ gleich für $a = 0,05$, also 5 cm

107/16 (T) bzw. 103/16 (NT)

a) etwa 866

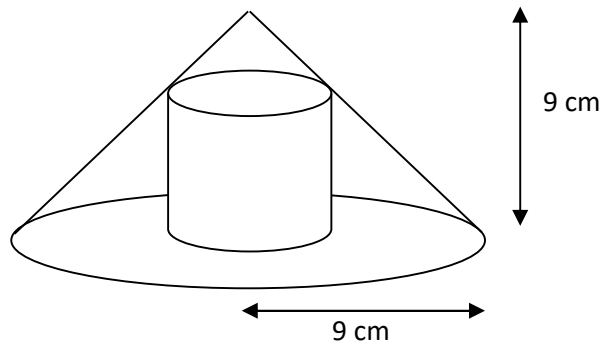
b) Keine neuen Infektionen mehr nach 21 Tagen; kann man dann schon davon sprechen, dass die Grippewelle abgeklungen ist...? Eigentlich keine Aussage möglich.

c) etwa nach 14 bzw. etwa nach 7 Tagen

d) Frühestens nach 21 Tagen (also 12 Tage nach dem Anruf) wäre wohl sinnvoll...

107/17 (T) bzw. 103/17 (NT)

a)



b) Mit dem Strahlensatz / Vierstreckensatz ergibt sich der Zusammenhang zwischen Radius r und Höhe h des Zylinders:

$$\frac{9-h}{9} = \frac{r}{9} \implies h = 9-r$$

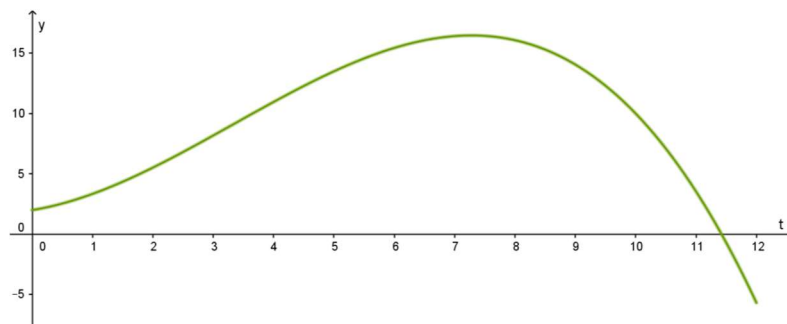
$$\implies V = \pi r^2 h = \pi r^2 (9-r) = 9\pi r^2 - \pi r^3$$

c) 4,5

d) $r_2 = 3(1 + \sqrt{3}) \approx 8,2$

108/19 (T) bzw. 104/19 (NT)

a)



b) $t_1 = 5 + \sqrt{\frac{115}{3}} \approx 11,19$

c) abgeschätzt aus dem Graph: etwa nach 11,4 Stunden

d) abgeschätzt aus dem Graph: etwa nach 7,3 Stunden; etwa 16 cm^2

e) abgeschätzt aus dem Graph: etwa nach 3,3 Stunden

104/20 (NT)

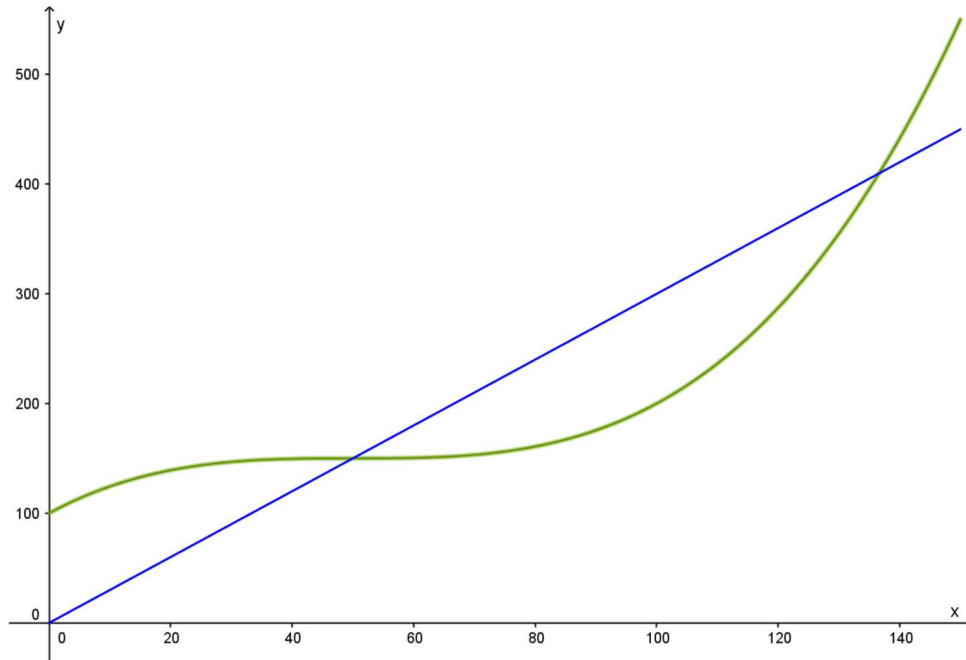
a) Streng genommen müsste $D_K = D_{E_p} = \mathbb{N}$ sein, weil die produzierte Stückzahl ja eine natürliche Zahl sein wird. Um sich die Rechnungen zu vereinfachen, wird man aber wohl $D_K = D_{E_p} = \mathbb{R}^+$ wählen.

b) $p = 3$

c) $(x_1 \approx -36,6;) x_2 = 50; x_3 \approx 136,6$

D.h., bei einer Produktionsmenge von mehr als 50, aber höchstens 136 Stück macht das Unternehmen Gewinn.

d)



e) maximaler Gewinn bei etwa 100 Stück, nämlich etwa 100 €

f) 2 €

II.6 Funktionenscharen

104/1 (nur T)

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$

$a = 1$: $x_{1,3} = 1$ doppelt, $x_2 = -2$ einfach

$a = -2$: $x_{2,3} = -2$ doppelt, $x_1 = 1$ einfach

sonst: $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = a$ alle einfach

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = -\infty$

$a = -3$: $x_{1,3} = -3$ doppelt, $x_2 = -1$ einfach

$a = -1$: $x_{2,3} = -1$ doppelt, $x_1 = -3$ einfach

sonst: $x_1 = -3$, $x_2 = -1$, $x_3 = a$ alle einfach

c) $a > 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$

$a = 0$: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = 0$

$a < 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = -\infty$

$a = 0$: unendlich viele Nullstellen ($x \in \mathbb{R}$)

$a = -3$: $x_{1,3} = -3$ doppelt, $x_2 = -1$ einfach

$a = -1$: $x_{2,3} = -1$ doppelt, $x_1 = -3$ einfach

sonst: $x_1 = -3$, $x_2 = -1$, $x_3 = a$ alle einfach

d) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = +\infty$

$a < 0$: $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach

$a = 0$: $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach, $x_{3,4} = 0$ doppelt

$a > 0$, aber $\neq 4$: $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm\sqrt{a}$ alle einfach

$a = 4$: $x_{1,3} = 2$, $x_{2,4} = -2$ beide doppelt

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$

$a > 0$: $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_3 = 3$ alle einfach

$a = 0$: $x_2 = -4$, $x_3 = 3$ alle einfach, $x_{1,4,5} = 0$ dreifach

$a < 0$, aber $\neq -16$ und $\neq -9$: $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_3 = 3$, $x_{4,5} = \pm\sqrt{-a}$ alle einfach

$a = -16$: $x_1 = 0$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$ alle einfach, $x_{2,5} = -4$ doppelt

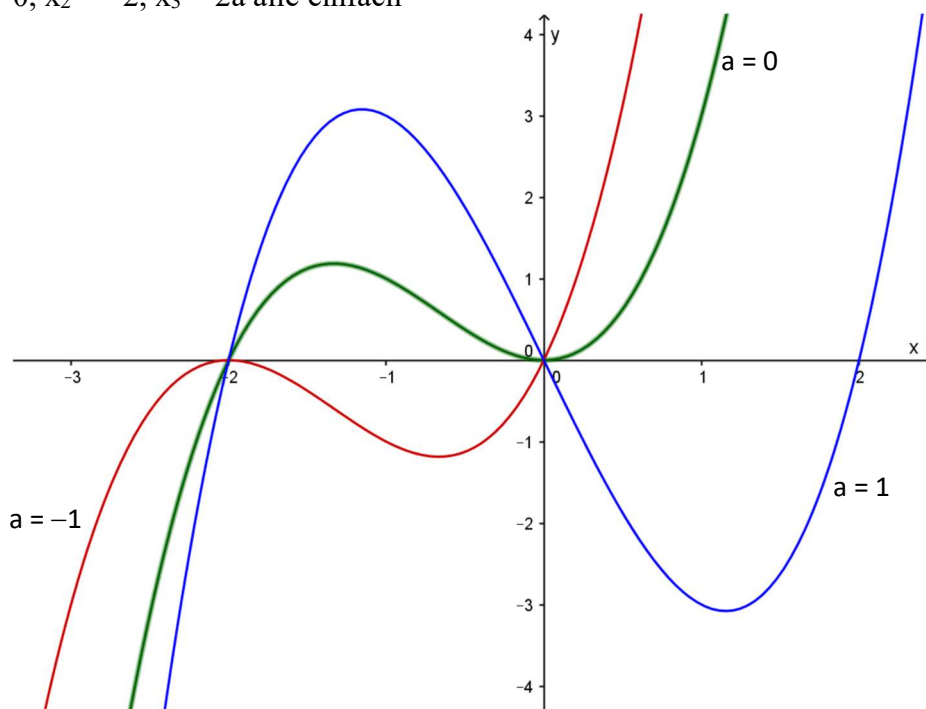
$a = -9$: $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_5 = -3$ alle einfach, $x_{3,4} = 3$ doppelt

104/2 (nur T)

a) $a = 0$: $x_{1,3} = 0$ doppelt, $x_2 = -2$ einfach

$a = -1$: $x_{2,3} = -2$ doppelt, $x_1 = 0$ einfach

sonst: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = 2a$ alle einfach



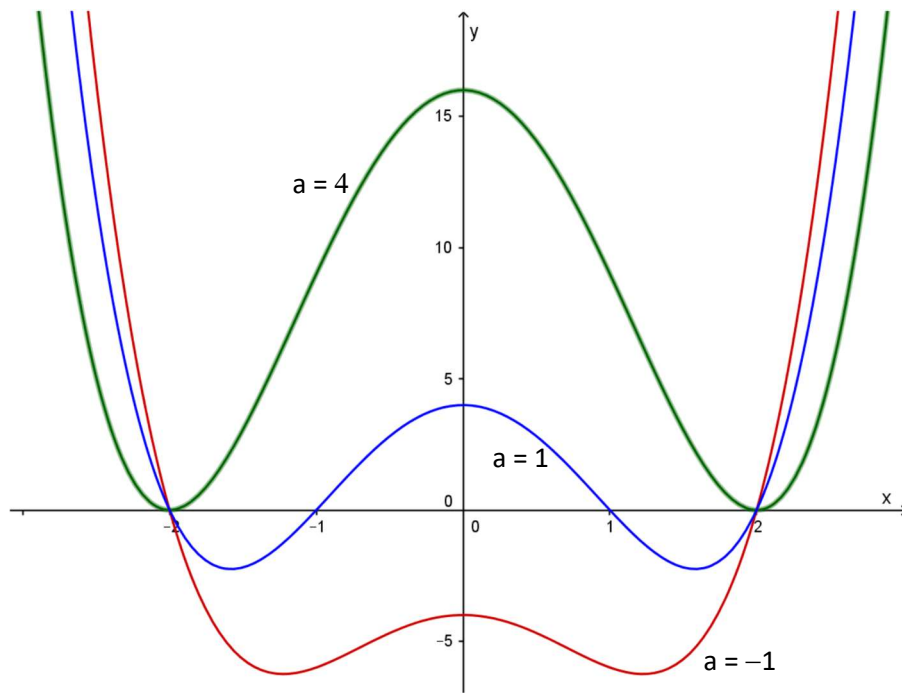
b) (= 1d !)

$a < 0$: $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach

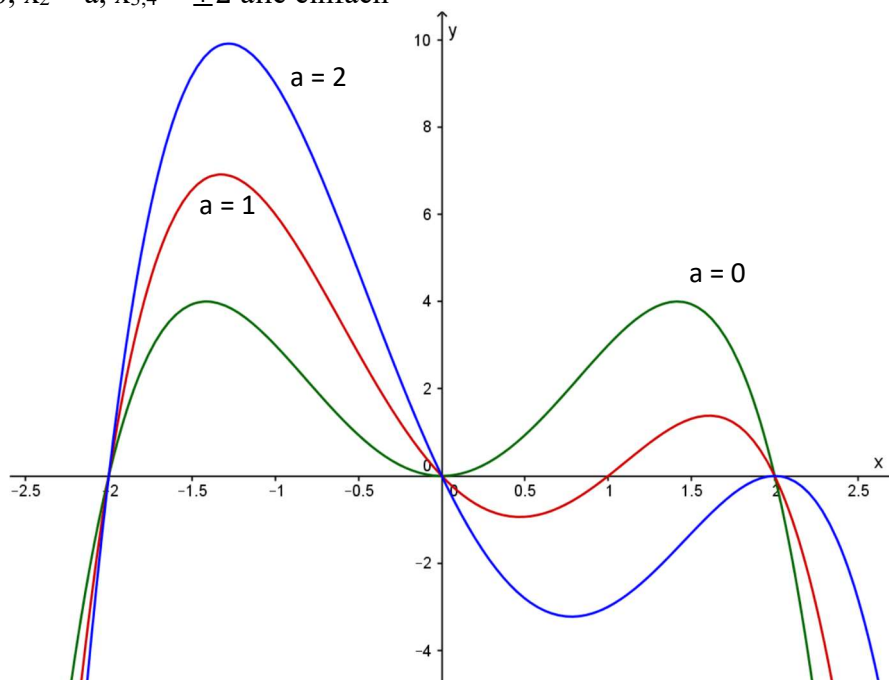
$a = 0$: $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach, $x_{3,4} = 0$ doppelt

$a > 0$, aber $\neq 4$: $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm\sqrt{a}$ alle einfach

$a = 4$: $x_{1,3} = 2$, $x_{2,4} = -2$ beide doppelt



c) $a = 0$: $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_{3,4} = \pm 2$ beide einfach
 $a = 2$: $x_{2,3} = 2$ doppelt, $x_1 = 0$, $x_4 = -2$ beide einfach
 $a = -2$: $x_{2,4} = -2$ doppelt, $x_1 = 0$, $x_3 = 2$ beide einfach
sonst: $x_1 = 0$, $x_2 = a$, $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach



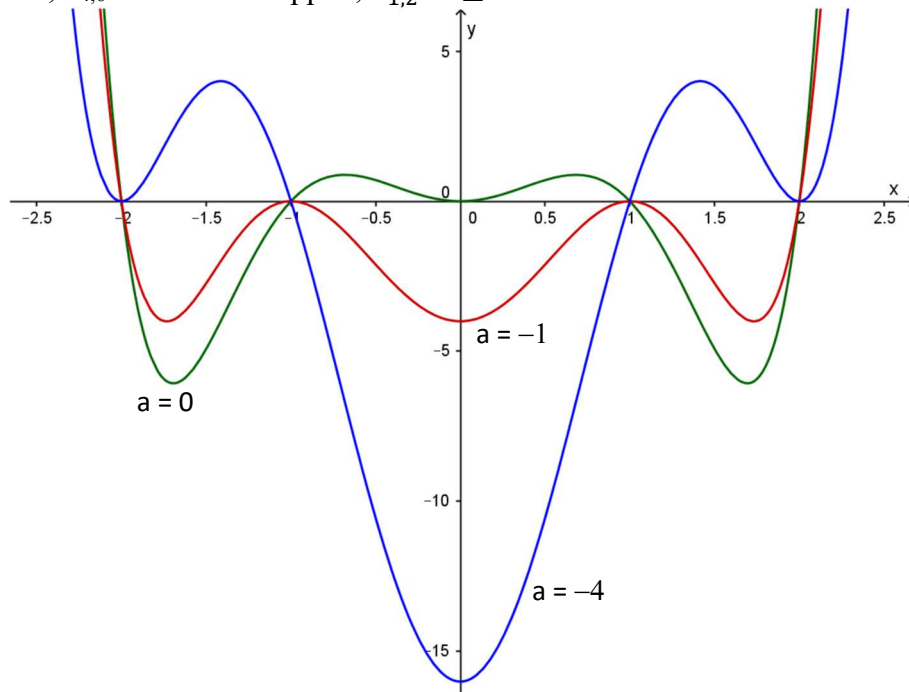
d) $a > 0$: $x_{1,2} = \pm 1$, $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach

$a = 0$: $x_{1,2} = \pm 1$, $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach, $x_{5,6} = 0$ doppelt

$a < 0$, aber $\neq -1$ und $\neq -4$: $x_{1,2} = \pm 1$, $x_{3,4} = \pm 2$, $x_{5,6} = \pm \sqrt{-a}$ alle einfach

$a = -1$: $x_{1,5} = 1$, $x_{2,6} = -1$ beide doppelt, $x_{3,4} = \pm 2$ beide einfach

$a = -4$: $x_{3,5} = 2$, $x_{4,6} = -2$ beide doppelt, $x_{1,2} = \pm 1$ beide einfach



108/20 (T)

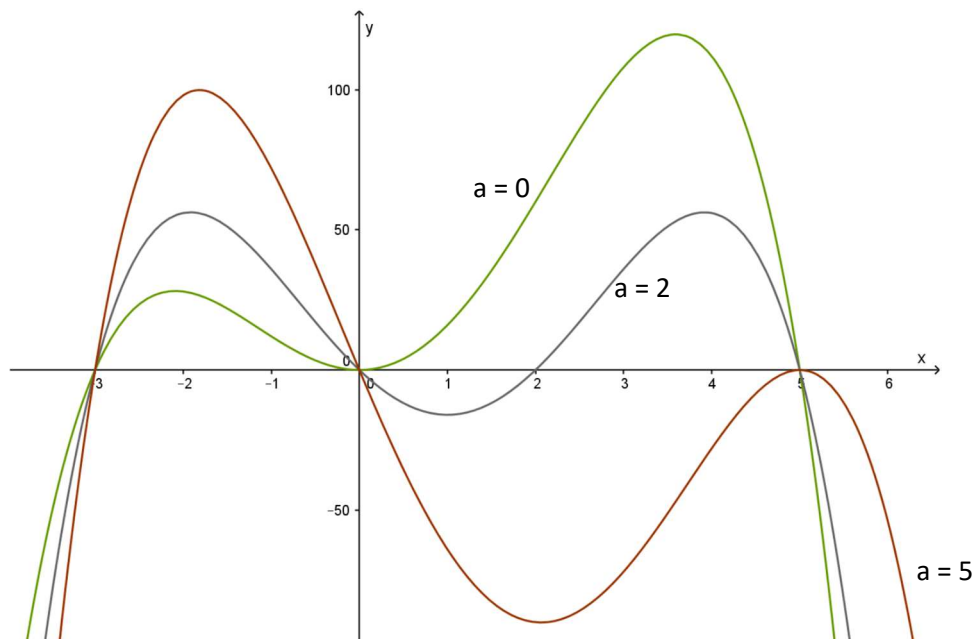
a) $a = 0$: $x_{1,4} = 0$ doppelt; $x_2 = 5$, $x_3 = -3$ beide einfach

$a = 5$: $x_{2,4} = 5$ doppelt; $x_1 = 0$, $x_3 = -3$ beide einfach

$a = -3$: $x_{3,4} = -3$ doppelt; $x_1 = 0$, $x_2 = 5$ beide einfach

sonst: $x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $x_3 = -3$, $x_4 = a$ alle einfach

b)



c) $a = 0,5$

108/21 (T)

a) $a = 0$: $x_{1,2} = 0$ doppelt; $x_4 = -2$ einfach (x_3 existiert nicht)

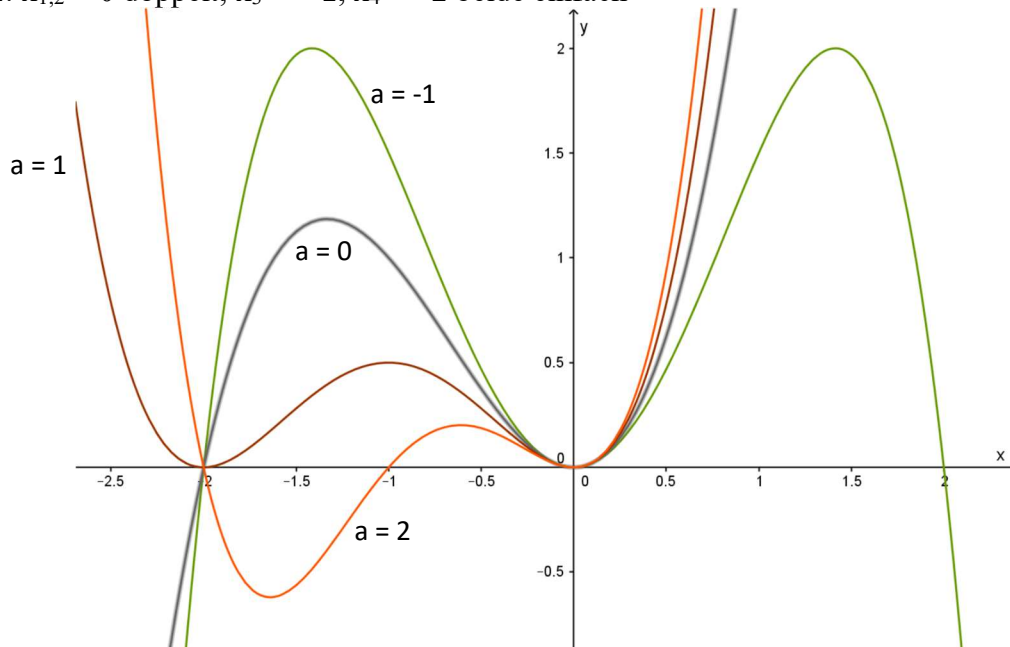
$a = 1$: $x_{1,2} = 0$, $x_{3,4} = -2$ beide doppelt

sonst: $x_{1,2} = 0$ doppelt; $x_3 = -\frac{2}{a}$, $x_4 = -2$ beide einfach

b) $a = 0$ und $a = 1$: siehe (a)

$a = -1$: $x_{1,2} = 0$ doppelt; $x_3 = 2$, $x_4 = -2$ beide einfach

$a = 2$: $x_{1,2} = 0$ doppelt; $x_3 = -1$, $x_4 = -2$ beide einfach



c) $a = 1$

108/22 (T)

a) $a > 0$: $x_{1,2} = \pm 3$ beide einfach ($x_{3,4}$ existieren nicht)

$a = 0$: $x_{1,2} = \pm 3$ beide einfach; $x_{3,4} = 0$ doppelt

$a < 0$, aber $\neq -9$: $x_{1,2} = \pm 3$, $x_{3,4} = \pm\sqrt{-a}$ alle einfach

$a = -9$: $x_{1,3} = 3$, $x_{2,4} = -3$ beide doppelt

b) (1) $a = -9$ (2) $a = -1$ (3) $a = 0$ (4) $a = 1$

166/1 (nur T)

a) $a = 0$: $x_{1,2,3,4} = 0$ vierfach; $a \neq 0$: $x_{1,2,3} = 0$ dreifach, $x_4 = -4a$ einfach

b) $-1 < a < 1$: $x_1 = 0$ einfach; $a = 1$: $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3} = -1$ doppelt; $a = -1$: $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3} = 1$ doppelt; $a < -1$ oder $a > 1$: $x_1 = 0$; $x_{2,3} = -a \pm \sqrt{a^2 - 1}$ alle einfach

c) $a = 0$: $x_{1,2,3,4} = 0$ vierfach; $a > 0$: $x_{1,2} = 0$ doppelt; $a < 0$: $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_{3,4} = \pm\sqrt{-2a}$ beide einfach

d) $x_1 = 0$; $x_{2,3} = -2a \pm \sqrt{4a^2 + 5}$ alle einfach

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

122/3 i) G_f ist symmetrisch zum Ursprung für alle k

k) G_f ist symmetrisch zur y-Achse für alle k

l) $k = -1$: symm. zur y-Achse; $k = 0$: symm. zum Ursprung; sonst: nicht symm. zum KS

136/8 a) $k = -1$ b) $k = -0,5$ c) $k = 2,5$

136/9 a) $p = 1$ b) $p = 1$ c) $p = 4$

II.7 Stetigkeit

107/12 (T) bzw. 103/12 (NT)

Aus dem Globalverhalten der Funktionen folgt, dass eine Funktion 3. Grades (mindestens) einen VZW hat, eine Funktion 4. Grades aber keinen VZW haben muss. Da die Funktionen stetig sind, folgt mit dem Nullstellensatz dann die Behauptung.

Skizzen kann sich hier jeder selbst machen, z. B. zu $f(x) = x^3 + 1$ und $g(x) = x^4 + 1$.

108/23 (T) bzw. 104/21 (NT) b) gelb

(folgt aus dem Nullstellensatz, dem VZW bei den Nullstellen und dem Globalverhalten)