

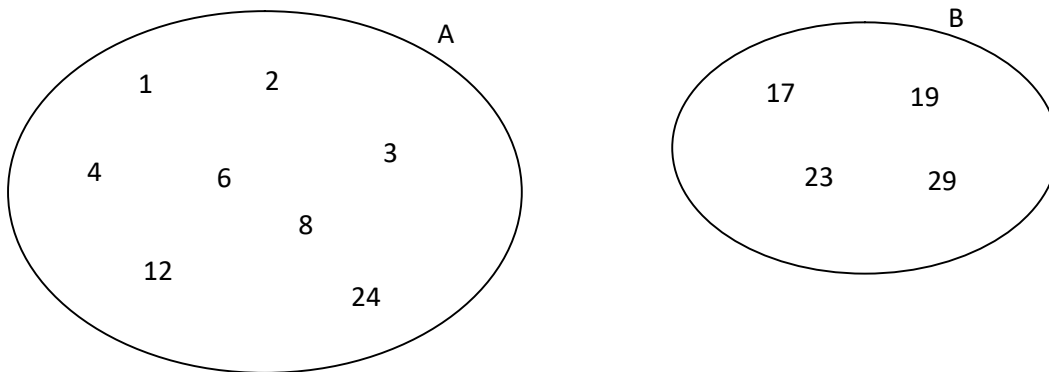
I.1 Zahlenmengen

245/1 (T) bzw. 219/1 (NT)

a) $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$

$B = \{17; 19; 23; 29\}$

C: *Offensichtlich nicht allgemein angebbbar, bitte selbst ausfüllen!*



245/2 (T) bzw. 219/2 (NT)

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; $|A| = 6$ (wenn $\mathbb{N}$ auch die 0 enthält (DIN!), dann $|A| = 7$)

$B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$; $|B| = 5$

$C = \{a; e; e; g; i; K; n; r; t\}$; $|C| = 9$

245/3 (T) bzw. 219/3 (NT)

$A = \{x \mid x \text{ ist Wochentag}\}$; endlich

$B = \{x \mid x \text{ ist ungerade}\}$; unendlich

$C = \{x \mid x \text{ ist das Quadrat einer Zahl zwischen 1 und 6}\}$; endlich

$D = \{x \mid x \text{ ist prim}\}$; unendlich (Zusatzaufgabe: Beweisen Sie, dass D unendlich ist! ;-)

245/4 (T) bzw. 219/4 (NT)

A: $\{\}; \{2\}; \{3\}; \{4\}; \{5\}; \{2;3\}; \{2;4\}; \{2;5\}; \{3;4\}; \{3;5\}; \{4;5\}; \{2;3;4\}; \{2;3;5\}; \{2;4;5\}; \{3;4;5\}; \{2;3;4;5\}$

B: $\{\}; \{\text{Lena}\}; \{\text{Pia}\}; \{\text{Judith}\}; \{\text{Lena; Pia}\}; \{\text{Lena; Judith}\}; \{\text{Pia; Judith}\}; \{\text{Lena; Pia; Judith}\}$

C: $\{\}$

D: $\{\}; \{x\}; \{y\}; \{z\}; \{x;y\}; \{x;z\}; \{y;z\}; \{x;y;z\}$

E: $\{\}; \{1\}$

F: $\{\}; \{4\}; \{8\}; \{4;8\}$

247/1 (T) bzw. 221/1 (NT)

a) $\{f; g; e; h; d; j; i; k\}$

b) $\{e; d\}$

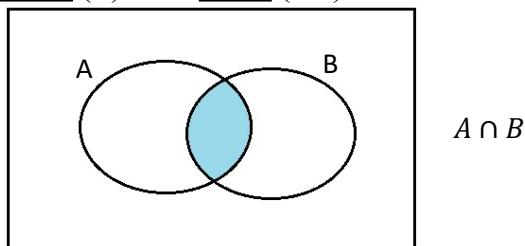
c) $\{\}$

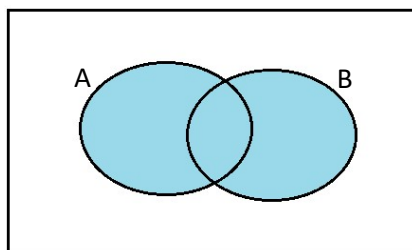
d) $\{a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; k\}$

e) $\{d; e; h\}$

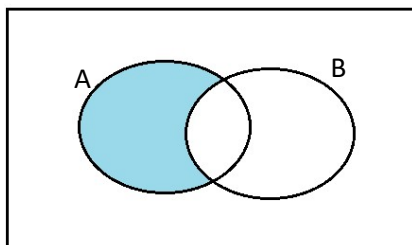
f) $\{a; b; c; f; g\}$

247/2 (T) bzw. 221/2 (NT)





$$A \cup B$$



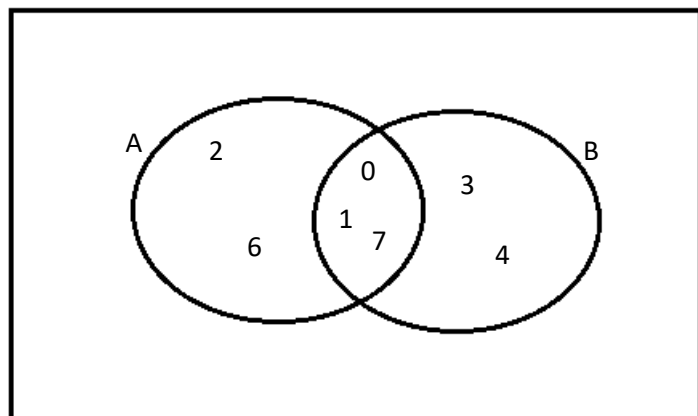
$$A \setminus B$$

(Allgemeine Darstellung; die konkreten Zahlen bzw. Buchstaben aus (a) bzw. (b) kann sich jeder selbst reinschreiben!)

a) $A \cap B = \{3; 4; 6\}$; $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10\}$; $A \setminus B = \{2; 5\}$

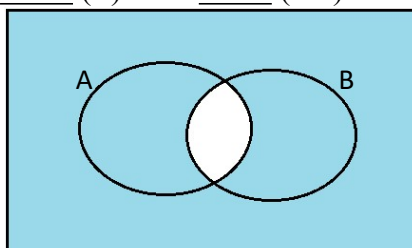
b) $A \cap B = \{l; m\}$; $A \cup B = \{a; b; j; k; l; m; n\}$; $A \setminus B = \{j; k\}$

247/3 (T) bzw. 221/3 (NT)

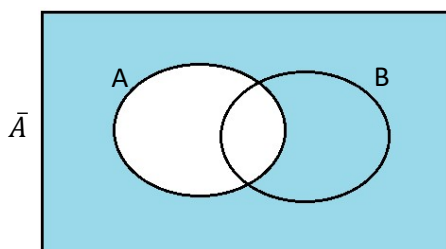


$A = \{0; 1; 2; 6; 7\}$; $B = \{0; 1; 3; 4; 7\}$; $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$; $A \cap B = \{0; 1; 7\}$

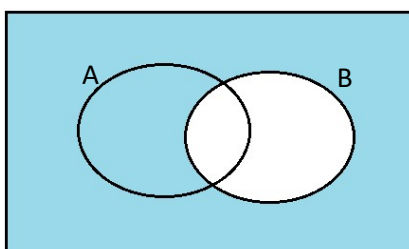
247/4 (T) bzw. 221/4 (NT)



$$\overline{A \cap B}$$



$$\bar{A}$$



$$\bar{B}$$

Man sieht: Wenn man die Vereinigungsmenge $\bar{A} \cup \bar{B}$ bildet, erhält man dasselbe wie $\overline{A \cap B}$.

Im Beispiel mit den Jugendlichen: $\overline{A \cap B}$ enthält alle Jugendlichen, die nicht gleichzeitig die beiden Symptome haben. Sie haben also keine Rückenschmerzen oder kein Übergewicht. Das letztere ist aber genau die Vereinigungsmenge von $\bar{A}$ und $\bar{B}$.

251/1 (T) bzw. 225/1 (NT)

- a) wahr (Beispiel: 3)
- b) wahr
- c) keins von beiden („guter Fußballverein“ ist subjektiv, nicht eindeutig entscheidbar)
- d) keins von beiden (subjektiv, nicht eindeutig entscheidbar)
- e) keins von beiden (nicht eindeutig entscheidbar, auch wenn vieles dagegen spricht)
- f) falsch (Primzahlen haben genau zwei Teiler, 1 hat aber nur einen Teiler)
- g) keins von beiden (subjektiv)
- h) keins von beiden (Wenn da stehen würde: „es gibt zwei Primzahlen, deren Summe wieder eine Primzahl ist“, wäre es wahr (z. B. $2 + 3 = 5$); wenn da stehen würde: „die Summe zweier Primzahlen ergibt immer eine Primzahl“, wäre es falsch; aber mit der Formulierung im Buch ist es schlicht nicht entscheidbar.)
- i) falsch
- j) falsch
- k) wahr
- l) wahr (zumindest im euklidischen Raum, den wir streng genommen nicht haben...; Beweis: siehe ca. 7. Klasse)
- m) wahr (Beweis: siehe 5. Klasse)
- n) wahr (Beweis: siehe ca. 7. Klasse)

251/2 (T) bzw. 225/2 (NT)

- | | | | |
|------------|-----------------------------|------------------|----------------------------|
| a) $x = 7$ | b) z. B. $x = 0$; $y = 25$ | c) z. B. $a = 6$ | d) z. B. Aspirin |
| e) $x = 4$ | f) wahr für alle x | g) $x = 6$ | i) z. B. $x = 0$, $y = 5$ |

251/3 (T) bzw. 225/3 (NT)

- a) Stephan ist nicht 18 Jahre alt.
- b) $2 + 4 \neq 6$
- c) Eine Jeans ist nicht immer blau. / Es gibt Jeans, die nicht blau sind.
- d) Nicht alle Schüler kennen die Prüfungstermine. / Es gibt Schüler, die die Prüfungstermine nicht kennen.
- e) Nicht alle Primzahlen sind ungerade. / Es gibt Primzahlen, die gerade sind.
- f) Es können mehr als 6 / mindestens 7 Personen den Aufzug benutzen.
- g) Es können weniger als 3 / höchstens 2 Personen den Aufzug benutzen.
- h) Nicht alle Niederländer sind Fußballfans. / Es gibt Niederländer, die keine Fußballfans sind.

251/4 (T) bzw. 225/4 (NT)

- „Die Kindergruppe „Wühlmäuse“ aus dem Kindergarten Kunterbunt in Aachen besucht den Freizeitpark „Fun-Park“.“
- „Der Freizeitpark ist 500 m von der holländischen Grenze entfernt und liegt an einem See.“
- „Wenn die Kinder ankommen, werden sie mit einem Eis begrüßt.“
- „Sie können dort mit dem Boot fahren oder auf den Kinderspielfeld gehen.“

251/5 (T) bzw. 225/5 (NT)

- a) Paris ist die Hauptstadt von Frankreich und Köln liegt an der Havel: falsch
Paris ist die Hauptstadt von Frankreich oder Köln liegt an der Havel: wahr
Paris ist die Hauptstadt von Frankreich; daraus folgt, dass Köln an der Havel liegt: falsch
- b) Jede Zahl ist durch 2 teilbar und 101 ist eine gerade Zahl: falsch
Jede Zahl ist durch 2 teilbar oder 101 ist eine gerade Zahl: wahr
Jede Zahl ist durch 2 teilbar; daraus folgt, dass 101 eine gerade Zahl ist: wahr
- c) Insulin ist ein rein pharmazeutisches Produkt und Insulin senkt den Blutzuckerspiegel: falsch
Insulin ist ein rein pharmazeutisches Produkt und Insulin senkt den Blutzuckerspiegel: wahr
Insulin ist ein rein pharmazeutisches Produkt; daraus folgt, dass Insulin den Blutzuckerspiegel senkt: falsch

251/6 (T) bzw. 225/6 (NT)

- a) Ob A und B äquivalent sind, hängt von der Grundmenge ab. Falls diese z. B. $\mathbb{N}$ ist, sind sie äquivalent; falls diese z. B. $\mathbb{Z}$ ist, sind sie es nicht.
- b) äquivalent

251/7 (T) bzw. 225/7 (NT)

a)

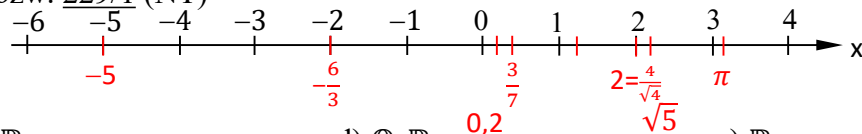
S_1	S_2	$S_1 \wedge S_2$
f	F	f
f	W	f
w	F	f
w	W	w

b)

S_1	S_2	$S_1 \vee S_2$
f	F	f
f	W	w
w	F	w
w	W	w

251/8 (T) bzw. 225/8 (NT) rot oder gelb

255/1 (T) bzw. 229/1 (NT)



a) $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

b) $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

c) $\mathbb{R}$

d) $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$

e) $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$

f) $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

g) $\mathbb{R}$

h) $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$

i) $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

255/2 (T) bzw. 229/2 (NT)

a) f

c) w

e) f

b) f

d) w

f) w

255/3 (T) bzw. 229/3 (NT)

a) $\frac{8}{9}$

c) $\frac{106}{33}$

e) $-\frac{2311}{900}$

b) $\frac{2153}{9000}$

d) $-\frac{381407}{90000}$

f) $\frac{875670}{999000}$

255/4 (T) bzw. 229/4 (NT)

a) w

b) f

c) f

255/5 (T) bzw. 229/5 (NT)

a) w

b) w

c) f

d) f

255/6 (T) bzw. 229/6 (NT)

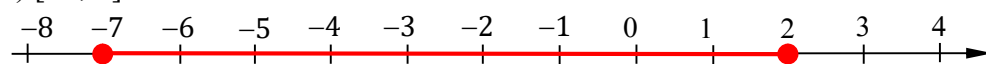
a) w

b) w

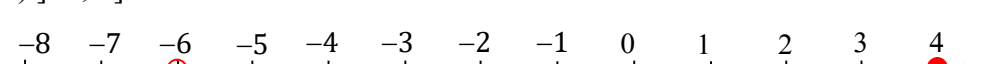
c) f

255/7 (T) bzw. 229/7 (NT)

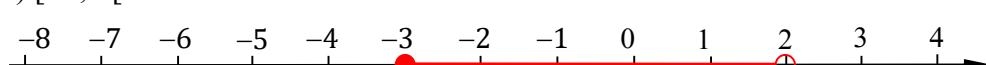
a) $[-7; 2]$



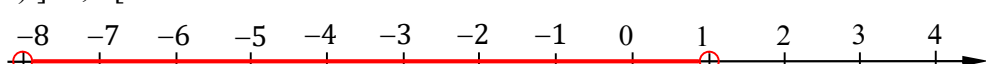
b) $]-6; 4]$



c) $[-3; 2[$



d) $]-8; 1[$



255/8 (T) bzw. 229/8 (NT)

- a) $\{x \mid -1 \leq x\}$ b) $\{x \mid -2 < x < 5\}$ c) $\{x \mid -4 \leq x \leq 1\}$
d) $\{x \mid 2 \leq x \leq 6\}$; $\{x \mid 2 < x < 4\}$; $\{x \mid 3 \leq x < 8\}$; $\{x \mid -4 < x \leq 1\}$

255/9 (T) bzw. 229/9 (NT)

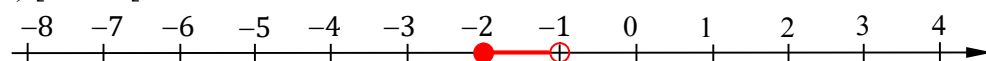
5 ist eine ganze Zahl. Die ganzen Zahlen sind eine Teilmenge der rationalen Zahlen. Also ist 5 eine rationale Zahl. Alternativ: Man kann 5 schreiben als $\frac{5}{1}$, also als einen Bruch, bei dem Zähler und Nenner ganze Zahlen sind. Nach Definition ist das eine rationale Zahl.

255/10 (T) bzw. 229/10 (NT)

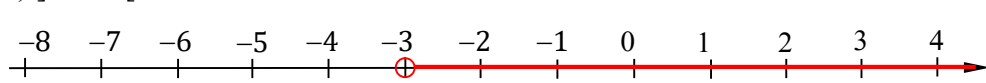
- a) 1,4142135623; Satzzeichen werden nicht berücksichtigt. b) ...7329
c) Keine allgemeine Lösung angebar; machen Sie mal!

Übungsblatt/1

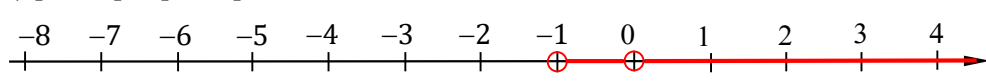
a) $[-2; -1[$



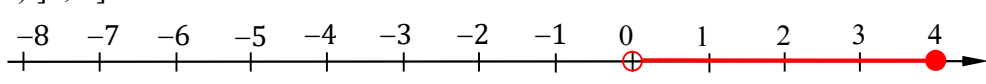
b) $] -3; \infty[$



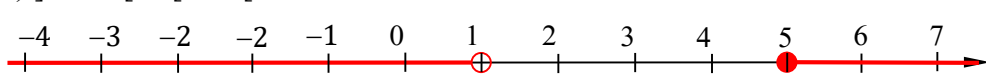
c) $] -1; 0[\cup] 0; \infty[$



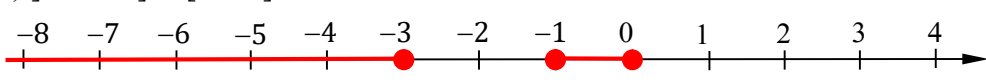
d) $] 0; 4]$



e) $] -\infty; 1[\cup] 5; \infty[$



f) $] -\infty; -3] \cup] -1; 0]$



Übungsblatt/2

- a) $[-4; 2[$ b) $] 0; \infty[$ c) $] -\infty; -1]$
d) $] -\infty; -1[\cup] 1; 2]$ e) $] -\infty; -2] \cup] 1; \infty[$ f) $] 0; 2] \cup] 4; \infty[$

I.2 Grundlegende Rechengesetze

258/1 (T) bzw. 232/1 (NT)

- a) $-1 - 4x$ e) $-12x + 90$
b) $-44a$ f) 0
c) $10 - 15x$ g) $16x^2 + 72x + 81$
d) $-6x + 19$ h) $9 - 25y^2$

258/2 (T) bzw. 232/2 (NT)

- a) $2(a + 2b)$
b) $3a(c + 2b)$
c) $7ab(ab + 7)$
d) $3x^2y^2(1 + 3c)$
e) $4ab(b + 4 + 8a)$

258/3 (T) bzw. 232/3 (NT)

a) $= (x + y) \cdot 3 \cdot (x - y) = 3 \cdot (x^2 - y^2) = 3x^2 - 3y^2$

b) $= 2(x + 4)(x - 4) = 2(x^2 - 16) = 2x^2 - 32$

c) $= 4 \cdot (3a - 2b) \cdot 5 \cdot (3a + 2b) = 20(9a^2 - 4b^2) = 180a^2 - 80b^2$

258/4 (T) bzw. 232/4 (NT)

a) $2(4x - y)$

b) $5(2a + 3b - 2)$

c) $0,5(2x + z)$

d) $(a + b)^2$

e) $(z - 1)^2$

f) $(6a - 5b)^2$

g) $(1 + 2a)(1 - 2a)$

h) $4(3x + 5)(3x - 5)$

i) $12(x + y)(x - y)$

j) $(a - b)(a + b)$

258/5 (T) bzw. 232/5 (NT)

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = aa - ab - ba + bb = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = aa - ab + ba - bb = a^2 - b^2$$

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

17/1

a) $a(b + c)$

e) $x^2(x - 1)$

i) $2a(b + 3c)$

n) $6u(2u - 3v)$

r) $8a^3(2ab - 1)$

b) $a(a - b)$

f) $mn(mn + 3)$

k) $5c(3c - 5d)$

o) $12m^2n^2(2m - 3n)$

s) $t^3(5t - 1)$

c) $a^2(a + b)$

g) $p^2(3p - 4q)$

l) $15a(1 - 3b)$

p) $5x^3y^3(2x^2 - y^2)$

d) $x(x^3 - y)$

h) $xy(5xy - 2)$

m) $2x(9x - 1)$

q) $10x^2y^3(x - 2y)$

18/4

a) $(x + y)^2$

e) $(a + 2)(a - 2)$

i) $(3p - 5)^2$

b) $(a - b)^2$

f) $9(x + 1)^2$

c) $(y + x)(y - x)$

g) $3(x - 5)^2$

d) $4(b - c)^2$

h) $\frac{1}{4}(x - 2)^2$

18/5

a) $(2u + 3v)(2u - 3v)$

d) $2(3x + y)(3x - y)$

g) $x(x + y)(x - y)$

k) $2x(x + 1)(x - 1)$

n) $(0,5y - 1)(0,25y^2 + 0,5y + 1)$

p) $3b(a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$

r) $2(m + 2)(m^2 - 2m + 4)$

b) $(3c - 2d)^2$

e) $3(3u + v)^2$

h) $3(2p + 1)^2$

l) $2c(2c + 3d)(2c - 3d)$

o) $(x + y)^2(x - y)^2$

q) $(p - 2)(p^2 + 2p + 4)$

s) $(4x^2 + a^2)(2x + a)(2x - a)$

c) $5(a + b)(a - b)$

f) $b(5a + 2)(5a - 2)$

i) $2b(5a - 1)^2$

m) $(4x + 3)(16x^2 - 12x + 9)$

259/1 (T) bzw. 233/1 (NT)

a) $\frac{19}{6}$

b) $\frac{13}{8}$

c) $\frac{11}{6}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{9}$

f) $\frac{1411}{588}$

g) $\frac{2803}{1800}$

h) $\frac{-x^4 + x^3 + x + 1}{x(x-1)(x+1)}$

259/2 (T) bzw. 233/2 (NT)

a) $\frac{28}{15}$

b) 5

c) 6

d) $\frac{625}{18}$

259/3 (T) bzw. 233/3 (NT)

a) $\frac{6+2b}{b-2}$

b) $b + c$

c) 1

d) a

262/1 (T) bzw. 236/1 (NT)

a) -8

b) 4

c) $8a^3$

d) $25c^2$

e) $625c^2$

f) $625c$

262/2 (T) bzw. 236/2 (NT)

- a) $4a^3 - b^2(5b - 2)$
- b) $-18a^2$
- c) $81a^4$
- d) $y^2(9 - 8y)$
- e) $3abc(4a + 4b + c)$
- f) $40ax(x - a)$

262/3 (T) bzw. 236/3 (NT)

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a) 5^9 | g) 100^5 |
| b) $(\frac{1}{3})^{17}$ | h) $(3x)^4$ |
| c) $270n^6$ | i) $2^{47} \cdot 3^{10}$ |
| d) $3a^3b^4$ | j) $-10x^5y^4z^5$ |
| e) 36^x | k) $288a^{10}b^7$ |
| f) a^{2x} | l) $128a^3x^6y^8$ |

262/4 (T) bzw. 236/4 (NT) gelb

262/5 (T) bzw. 236/5 (NT)

- | | |
|------------|--------------------|
| a) $6a^3$ | e) 16 |
| b) $8x$ | f) $\frac{64}{27}$ |
| c) $3a$ | g) $(a + b)^5$ |
| d) $3ab^2$ | h) 1 |

262/6 (T) bzw. 236/6 (NT)

- | | |
|------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{1}{3}$ | c) $\frac{x^9}{y^6z^2}$ |
| b) 1 | d) $\frac{(u-v)(a-b)}{(u+v)(a+b)}$ |

262/7 (T) bzw. 236/7 (NT)

- | | | |
|-------------|----------------------|------------------|
| a) 2^{15} | c) $a^{18}b^{12}$ | e) a^{bc} |
| b) a^{15} | d) $3^5x^{10}y^{15}$ | f) $a^{x^2-b^2}$ |

262/8 (T) bzw. 236/8 (NT)

- | | | |
|------------|-------------------|-------------------------|
| a) 500 000 | c) 0,000006 | e) $1,5 \cdot 10^{-6}$ |
| b) 50 000 | d) $7 \cdot 10^6$ | f) $6,25001 \cdot 10^8$ |

262/9 (T) bzw. 236/9 (NT) a) f b) w c) w

264/1 (T) bzw. 238/1 (NT) a) 3 b) 2 c) 5

264/2 (T) bzw. 238/2 (NT)

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------|
| a) kann man nicht zusammenfassen | c) $-2\sqrt{a} - 9\sqrt{b}$ |
| b) $-3\sqrt[4]{u}$ | d) 0 |

264/3 (T) bzw. 238/3 (NT)

- | | |
|---------------|--------------------------|
| a) 6 | e) $16 - a$ |
| b) $2x^2$ | f) 5 |
| c) $u^{10/3}$ | g) 4 |
| d) 6 | h) $\sqrt{\frac{y}{3x}}$ |

264/4 (T) bzw. 238/4 (NT)

- a) a c) $\frac{3}{a^2}$
b) $2\sqrt[3]{y}$ d) $\frac{3}{7}$

264/5 (T) bzw. 238/5 (NT)

- a) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2} + 1$ e) $\frac{a-2\sqrt{ac}+c}{a-c}$
b) $\sqrt{2}$ d) $3 - \sqrt{5}$ f) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}$

264/6 (T) bzw. 238/6 (NT)

- a) $27 + 10\sqrt{2}$ c) $12 + 2\sqrt{35}$
b) $18 - 8\sqrt{2}$ d) 32

265/1 (T) bzw. 239/1 (NT) (oben)

- a) 5 c) 3 e) -2
b) 3 d) 0 f) -2

265/2 (T) bzw. 239/2 (NT)

- a) $\log a + 2 \log b$ c) $3 \log x + 2 \log y - 3 \log z$ e) $\log \frac{a^3}{b}$
b) $4 \log x - \log y$ d) $\log a + 3,5 \log b - 0,25 \log z$ f) $\log x^{10}$

265/1 (T) bzw. 239/1 (NT) (unten)

- a) $-7 < -5,5 < -5\frac{1}{3} < -5$ b) $-2^2 < -0,5^2 < (0,5)^2 < (-2)^2$

265/2 (T) bzw. 239/2 (NT) a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{7}{50}$

265/3 (T) bzw. 239/3 (NT)

- a) $4 + a^2$ e) $25a^2$ i) $\frac{5}{a^2}$
b) hier geht nichts f) $-\frac{12}{a^3}$ j) 125
c) siehe (b) g) $\frac{12}{a^7}$ k) a^4
d) $12a^7$ h) $4ab$ l) $a b^3$

265/4 (T) bzw. 239/4 (NT)

- a) $35 + 18x - 72x^2$ b) $\frac{25}{9}x^2 - \frac{40}{3}xz + 16z^2$

265/5 (T) bzw. 239/5 (NT)

- a) $(2a + 1)^2$ c) $2(b - 1)^2$
b) $\frac{1}{16}(a + 2b)^2$ d) $(b - 0,5)^2$

265/6 (T) bzw. 239/6 (NT)

- a) 6 e) $\frac{8a^{15}}{3b^2}$
b) 2 f) $\log\left(\frac{\sqrt{a}c}{b^4}\right)$
c) $\frac{50}{9}$ g) $\log 4$
d) $\frac{50}{9}$ h) 6

265/7 (T) bzw. 239/7 (NT)

- a) $8\sqrt{3}$ c) 3
b) 4 d) $\sqrt[3]{9}$

265/8 (T) bzw. 239/8 (NT)

$$30 \cdot 8,50 \text{ €} + 8 \text{ €} + 6,50 \text{ €} + 9 \text{ €} + 16,20 \text{ €} + 19,50 \text{ €} = 314,20 \text{ €}$$

I.3 Der Funktionsbegriff

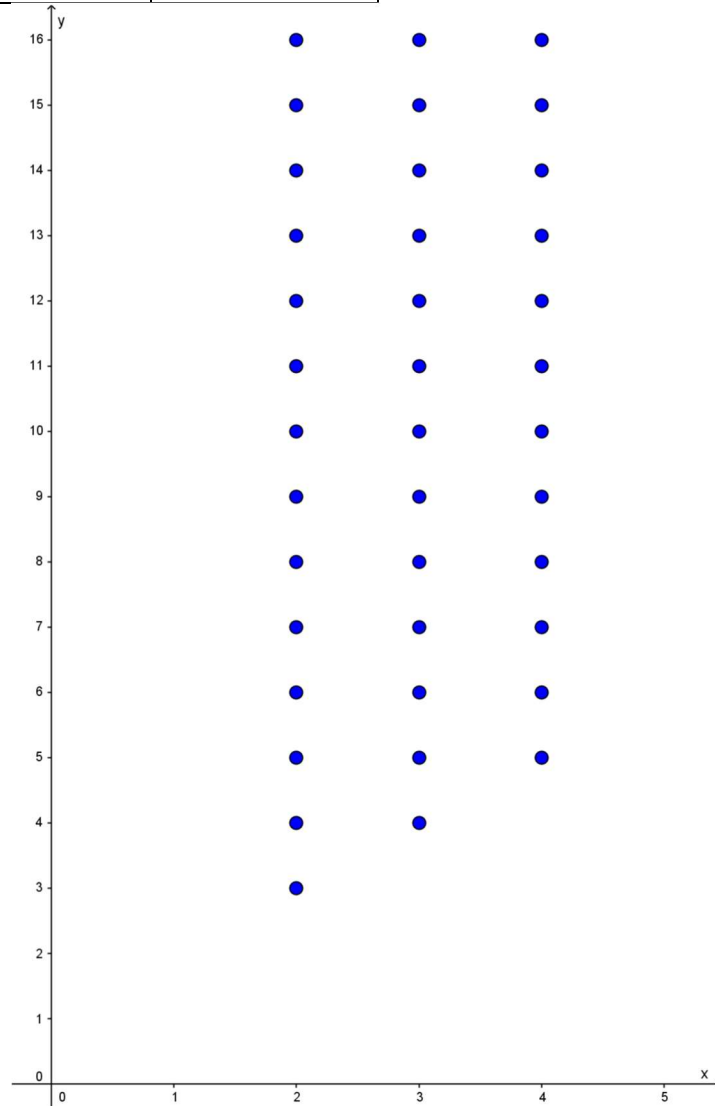
13/1 a, c, f: ja; b, d, e: nein

13/2

bezeichne die Elemente aus A mit x, die aus Z mit y

a)

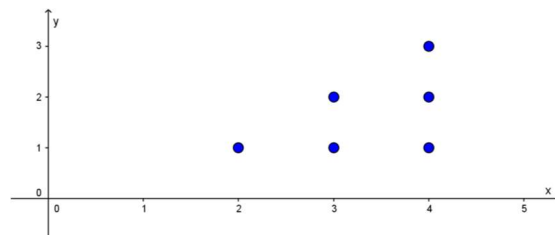
x	2	3	4
y	3; 4; 5; ...; 16	4; 5; 6; ...; 16	5; 6; 7; ...; 16



$y > x$; nein

b)

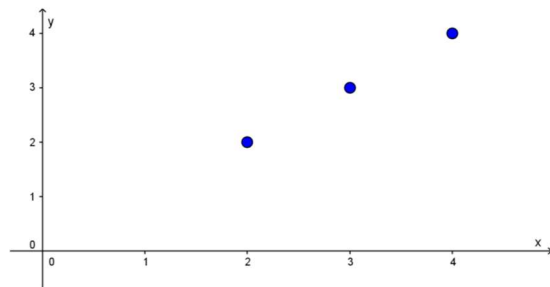
x	2	3	4
y	1	1; 2	1; 2; 3



$y < x$; nein

c)

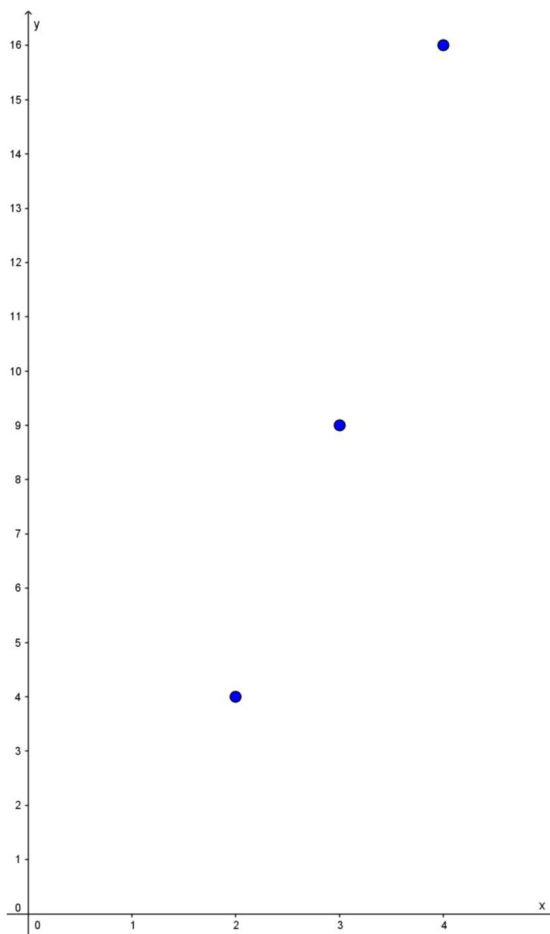
x	2	3	4
y	2	3	4



$y = x$; ja

d)

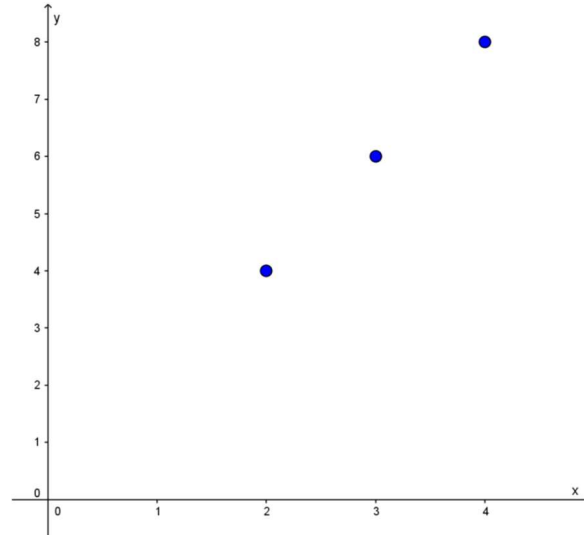
x	2	3	4
y	4	9	16



$y = x^2$; ja

e)

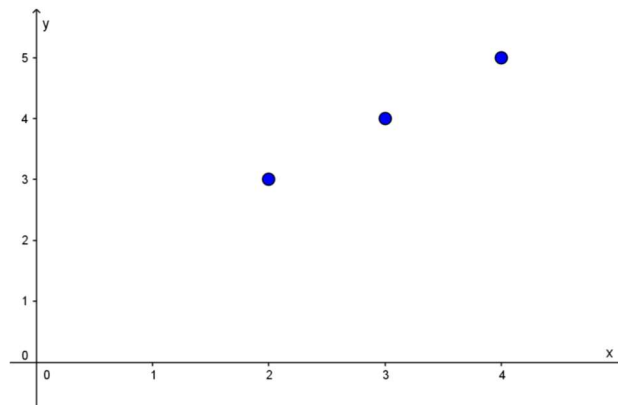
x	2	3	4
y	4	6	8



$y = 2x$; ja

f)

x	2	3	4
y	3	4	5



$y = x + 1$; ja

13/3 a) 6; 3; 13 b) 2; -1; -61 c) -2; 10; 40 d) 2; 2; 2

13/4 **eigentlich nicht so richtig im Lehrplan...**

a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ d) $D_f = \mathbb{R}$

13/5 Annahme: $D_f = \mathbb{R}$

a) $W_f = \mathbb{R}$ b) $W_f = [-3; \infty[$ c) $W_f = \{2, 5\}$ d) $W_f = \mathbb{R}_0^-$

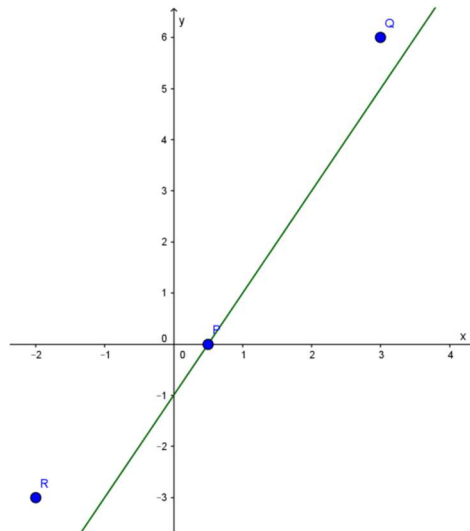
13/6

Die Zuordnungsvorschrift gibt an, welcher Wert der Zielmenge (Funktionswert) jeweils zu einem Wert der Ausgangsmenge gehört. Nennt man einen Wert der Ausgangsmenge x und die Funktion f , so hat die Zuordnungsvorschrift die Form $f: x \mapsto f(x)$, z. B.: $f: x \mapsto 2x + 1$.

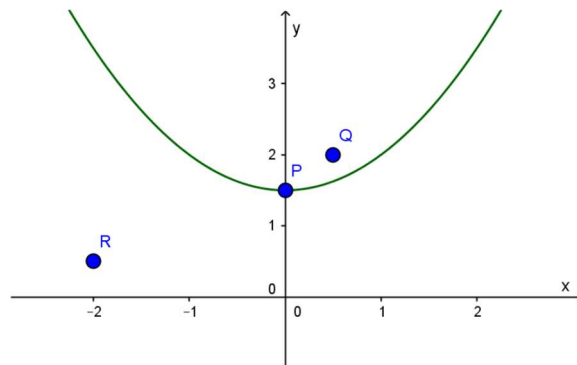
Die Definitionsmenge enthält alle (x -)Werte, die man in die Funktion einsetzen darf, die Wertemenge enthält die (y -)Werte, die sich dabei ergeben. Im Beispiel könnte man als Definitionsmenge $D_f = [1; 3]$ wählen; dann ergibt sich die Wertemenge $W_f = [3; 7]$. Argumente sind alles, was man in die Funktion einsetzt; z. B. ist bei $f(x) = 2x + 1$ das Argument x , bei $f(3x+5) = 2(3x+5) + 1$ ist das Argument $3x + 5$, und bei $f(1) = 3$ ist das Argument 1. Der Funktionsterm ist ein Term, der angibt, wie man zu einem gegebenen x den Funktionswert $f(x)$ ausrechnen kann; im Beispiel ist das der Term $2x + 1$.

13/7

a) P: ja; Q, R: nein



b) P: ja; Q, R: nein



13/8

Taucher: z. B. Druck in Abhängigkeit von Wassertiefe

Kamera: z. B. nötige Belichtungszeit in Abhängigkeit von Helligkeit

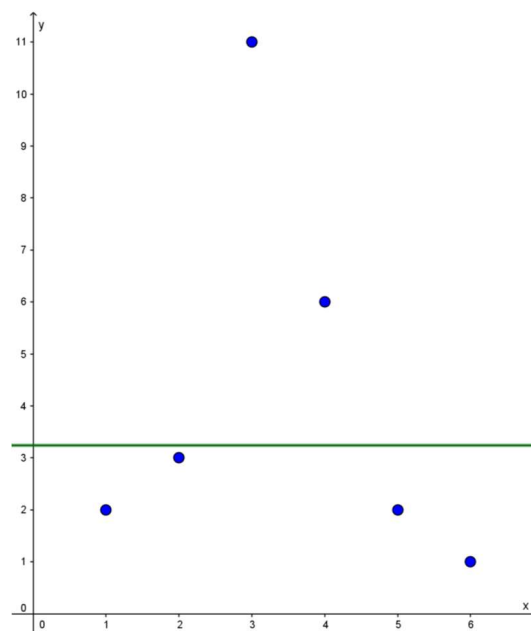
Fenster: ?

Läufer: z. B. zurückgelegte Strecke in Abhängigkeit von Zeit

14/9

a) ??? Fragestellung unklar; vlt. ist das gemeint: Note $\mapsto$ Anzahl (?)

b)

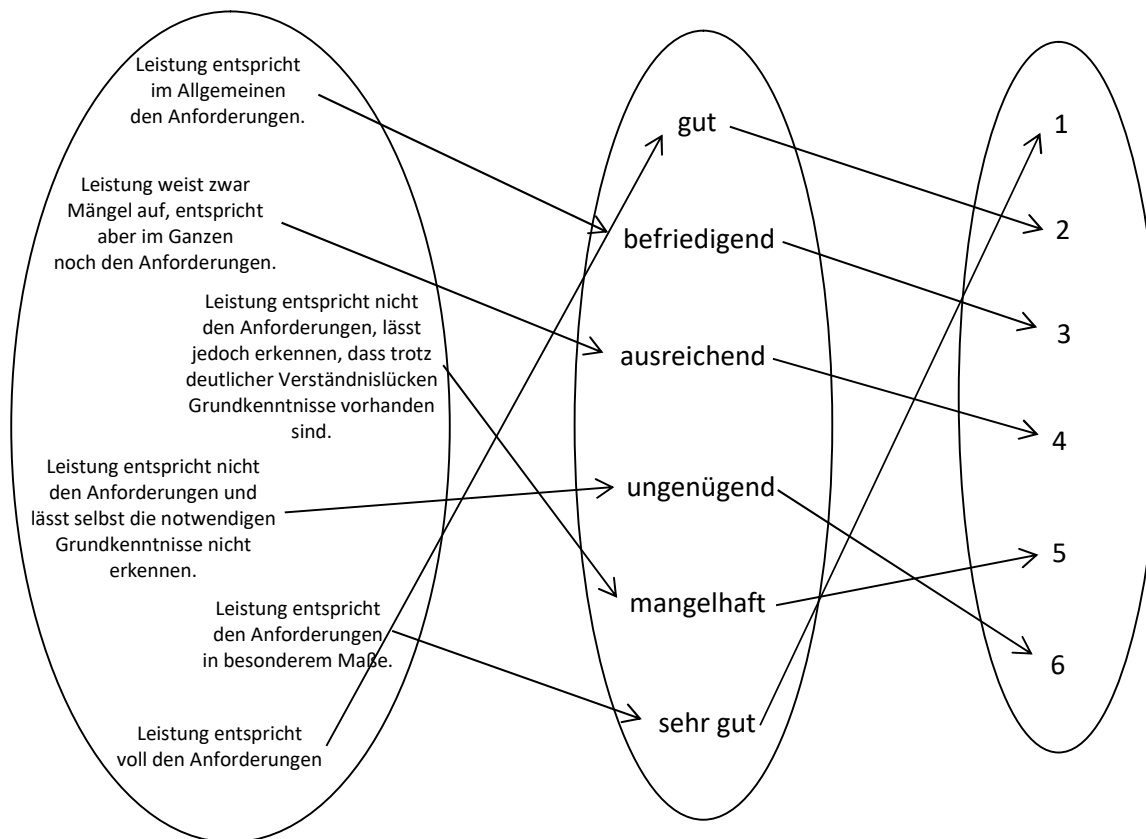


c) ja

d) 3,24

14/10

a,b)



c) Machen Sie mal.

14/11

Dem elektrischen Energieverbrauch (in kWh) wird der Rechnungsbetrag (in €) zugeordnet; dies ist eine Funktion.

$$f(x) = 92 + 0,26x \quad (x \text{ in kWh, } f(x) \text{ in €})$$

$D_f = \mathbb{R}^+$; $W_f = [92; \infty[$ (bzw. eigentlich nur Teilmengen davon, da der Zähler im Allgemeinen nur auf 0,1 kWh genau zählt und der Rechnungsbetrag deshalb auch nur bestimmte Werte annehmen kann... Außerdem gibt es sicher eine Obergrenze für den elektrischen Energieverbrauch eines Haushalts.)

14/12

$$V(x) = 4x; \quad D_f = \mathbb{R}^+$$

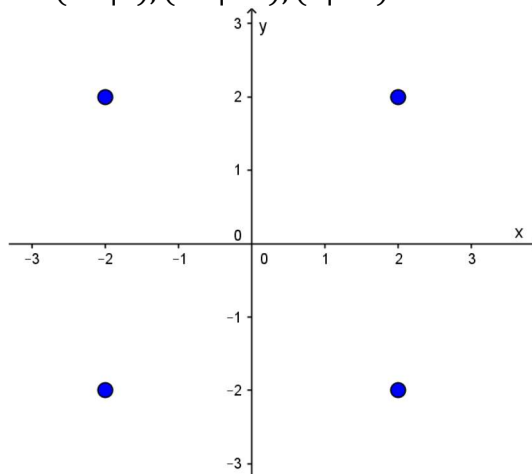
X	1	2	3	4	5
V	4	8	12	16	20

14/13

a) ja

b) z. B. $(-2|2)$, $(-2|-2)$, $(2|-2)$

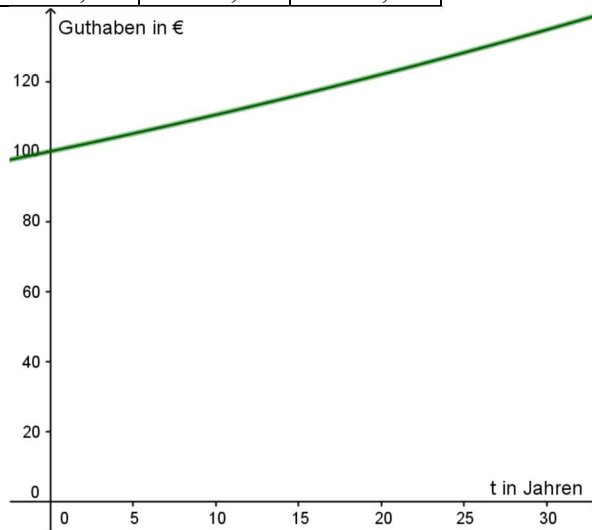
c) nein



14/14

a)

t in Jahren	1	2	3	30
Guthaben in €	100,5	≈101,00	≈101,51	≈116,14



b) z. B.: zurückgelegter Weg in Abhängigkeit von der Zeit; Ankunftszeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit; Baumdicke in Abhängigkeit des Alters; Preis in Abhängigkeit von der Anzahl der zu streichenden Flächen

c) Eimergröße in Abhängigkeit von Kosten pro Liter d) ja e) Machen Sie mal.

14/15 rot

Verkettungen: **Aufgaben aus Buch Klasse 12!**

82/1 (T) bzw. 78/1 (NT) $K(x) = E(x) - G(x) = K_f(x) + K_v(x) = x \cdot k(x)$

82/2 (T) bzw. 78/2 (NT) (erster Teil)

a) Differenz aus $3x$ und $5x^2$; $D_g = \mathbb{R}$

b) Summe aus x und e^{x^2} ; $D_g = \mathbb{R}$

c) Summe aus x und x^{-1} ; $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

d) Quotient aus x und $3x+1$; $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1/3\}$

e) Summe aus x^4 und $4e^x$; $D_g = \mathbb{R}$

f) nicht mit Grundrechenarten aus anderen Funktionen zusammengesetzt; $D_g = \mathbb{R}$

82/3 (T) bzw. 78/3 (NT)

c,d) kann man ableiten, wenn man vorher die Klammern ausmultipliziert, Rest nicht

93/1 (T) bzw. 89/1 (NT)

a) $v(u(x)) = 3(-x^2 + x) + 1 = -3x^2 + 3x + 1$

$u(v(x)) = -(3x + 1)^2 + (3x + 1) = -9x^2 - 3x$

b) $v(u(x)) = (3x + 2)^2 + (3x + 2) = 9x^2 + 15x + 6$

$u(v(x)) = 3(x^2 + x) + 2 = 3x^2 + 3x + 2$

c) $v(u(x)) = (e^x)^2 = e^{2x}$; $u(v(x)) = e^{x^2}$

d) $v(u(x)) = e^{x^2+2}$; $u(v(x)) = (e^x)^2 + 2 = e^{2x} + 2$

93/2 (T) bzw. 89/2 (NT) Es gibt unendlich viele Möglichkeiten; nur die naheliegendste ist angegeben.

a) $u(x) = x - 9$; $v(x) = 2x$

b) $u(x) = 2x$; $v(x) = x - 9$

c) $u(x) = x^3$; $v(x) = -4x$

d) $u(x) = -4x$; $v(x) = x^3$

e) $u(x) = 0,25x^4$; $v(x) = x - 1$

f) $u(x) = x - 1$; $v(x) = 0,25x^4$

g) $u(x) = x - 2$; $v(x) = \sqrt{x}$

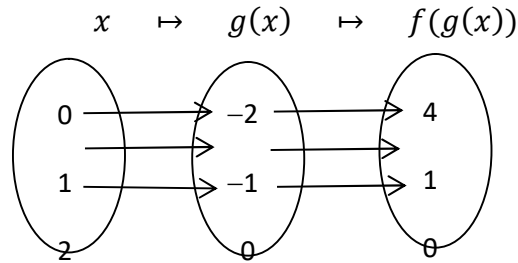
h) $u(x) = 2x$; $v(x) = e^x$

i) $u(x) = e^x$; $v(x) = 2x$

j) $u(x) = x^2$; $v(x) = e^x$

94/4 (T) bzw. 90/4 (NT)

$f(x) = x^2$; $g(x) = x - 2$



94/6 (T) bzw. 90/6 (NT) z. B.:

- u, v sind lineare Funktionen, bei denen $m_1c_2 + c_1 = m_2c_1 + c_2$ gilt (was insbesondere für alle linearen Funktionen mit $c_1 = c_2 = 0$ bzw. alle mit $m_1 = m_2 = 1$ erfüllt ist)
- u, v sind Umkehrfunktionen zueinander

94/11 (T) bzw. 90/11 (NT)

a) gelb, grün

b) rot

c) gelb

I.4 Lineare Funktionen und (Un-)Gleichungen

a) Gleichungen

266 (T) bzw. 240 (NT)

a) $L = \{4\}$

b) $L = \{-\frac{1}{3}\}$

c) $L = \{\frac{4}{3}\}$

d) $L = \{5\}$

e) $L = \{0\}$

f) $L = \{12\}$

g) $L = \{-18\}$

h) $L = \{-40\}$

i) $L = \{0,5\}$

j) $L = \{\frac{4}{3}\}$

30/1

a) $x_1 = 2; S_y(0|2)$

b) $x_1 = \frac{8}{3}; S_y(0|-4)$

c) $-; S_y(0|2)$

d) $x_1 = 0; S_y(0|0)$

e) $x_1 = -10; S_y(0|1)$

f) $x_1 = -1; S_y(0|10)$

g) $x_1 = 1; S_y(0|2)$

h) $x_1 = -2,25; S_y(0|1,5)$

30/2

a) $S(2|1)$

b) $S(5|-3)$

c) $S(2|5)$

d) $-$

30/3

Machen Sie mal.

b) Graphen

26/2

a) $c = 0; m = 3$

b) $c = -1; m = 0$

c) $c = \frac{5}{2}; m = -\frac{4}{3}$

d) $c = 4; m = 0$

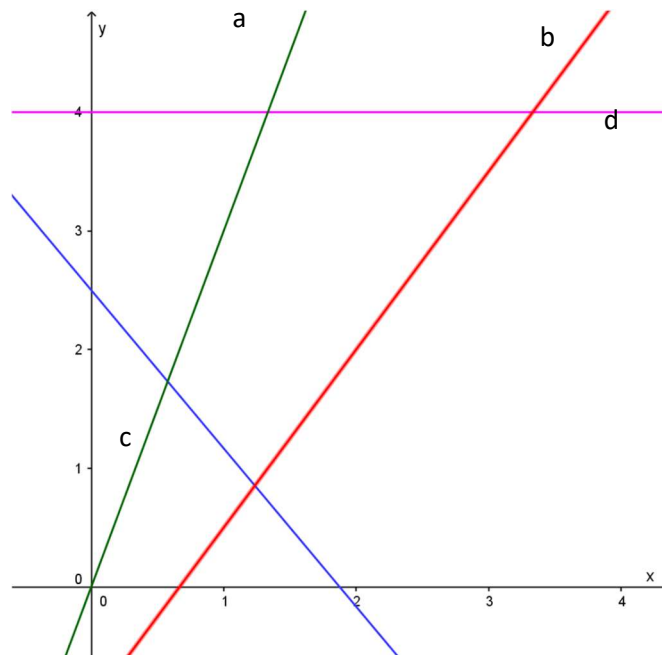
e) $c = 0; m = -\frac{1}{2}$

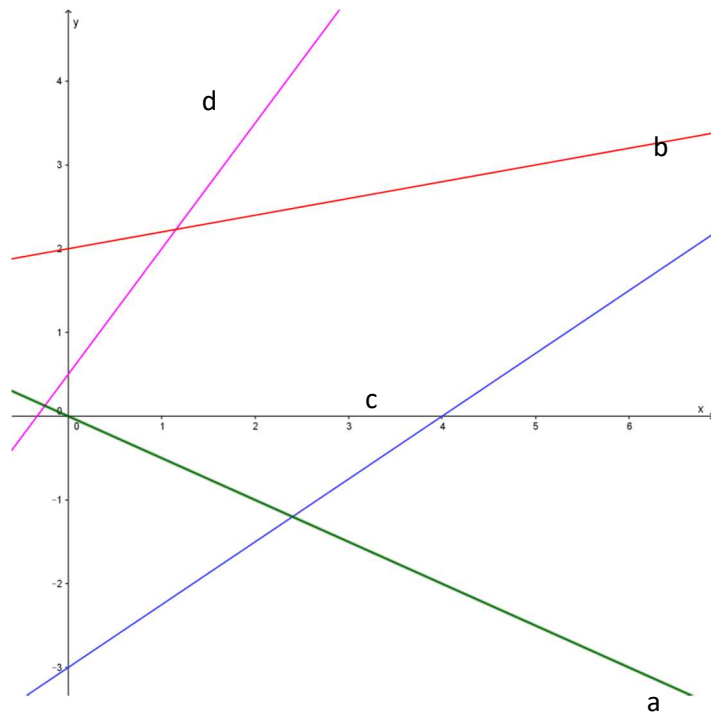
f) $c = 2; m = \frac{1}{5}$

g) $c = -3; m = \frac{3}{4}$

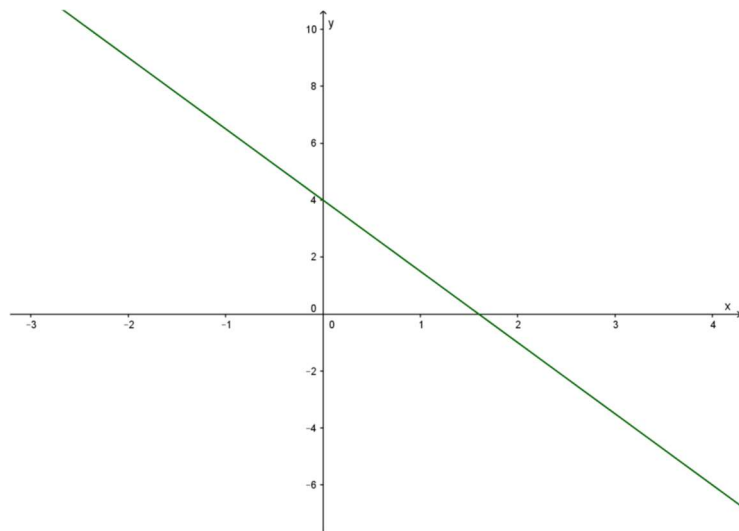
h) $c = 0,5; m = 1,5$

26/3





26/4



z. B. $P(0|4), Q(1|1,5)$: $m = \frac{1,5-0}{4-1,5} = -2,5$; oder $P(-2|9), Q(2|-1)$: $m = \frac{-1-9}{2-(-2)} = -2,5$

26/5

$f(x) = -2,5x + 4$; $g(x) = -4x - 5$; $h(x) = 0,25x + 2$; $i(x) = \frac{8}{11}x - \frac{15}{11}$; $j(x) = -\frac{1}{3}x$; $k(x) = -2,5$

26/6

a) $f(x) = 3x - 1$

c) $f(x) = -2$

b) $f(x) = -x - 2$

d) $f(x) = -4x + 6,5$

26/7

a) $f(x) = 0,5x - 0,5$

b) $f(x) = -x + 6$

c) $f(x) = -2x - 3$

d) $f(x) = 3$

e) $x = 2$

26/10

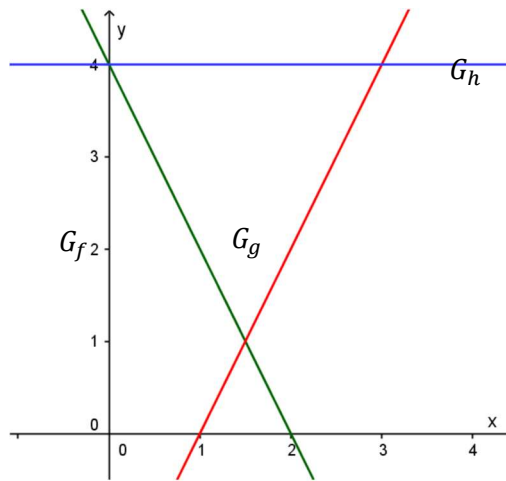
a) $f_c(x) = -2x + c$

b) $f_4(x) = -2x + 4$

30/4

a) $S_{fg}(1,5|1)$; $S_{fh}(0|4)$; $S_{gh}(3|4)$

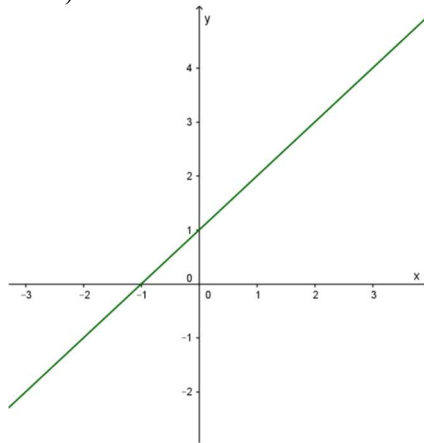
b) $A = 4,5$



34/1 (unten) a) $f(x) = x - 1$ b) $g(x) = 2x$ c) $h(x) = -0,5x + 4,5$ d) $i(x) = \sqrt{3}x + 6$

34/2 $m = -0,5$

34/3 a) $f(x) = x + 1$ b) $y = 5$ c) $x = 7$



35/4 a) $f(x) = -\frac{5}{3}x + 5$ b) $g(x) = 5$ c) $h(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ d) $i(x) = 5$

35/5 ja, bei allen

35/6 a) z. B. $f(x) = -x + 2$ b) z. B. $f(x) = 1$ c) z. B. $f(x) = x$

35/7 $x = -2$

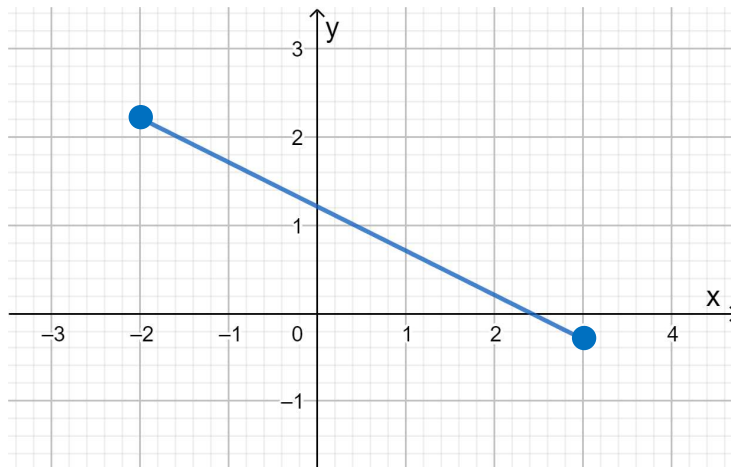
35/8 a) w b) f c) w

35/9 a) gelb b) grün

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

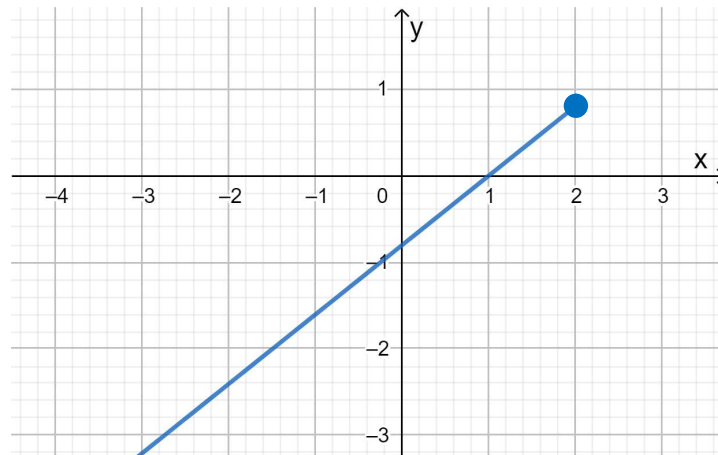
43/12 b) $W = [-0,3; 2,2]$

a)



43/13 b) $W =]-\infty; 0,8]$

a)



74/8 a) parallel b) Schnitt c) Schnitt d) identisch e) senkrechter Schnitt f) Schnitt
g) Schnitt h) Schnitt (*falls in g_1 allerdings $3y$ gemeint ist statt $3x$: sogar senkrechter Schnitt!*)

c) Ungleichungen

30/2 a) $S(2|1); x > 2$ b) $S(5|-3); x < 5$ c) $S(2|5); x > 2$ d) $-; -$

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

82/2 a) $L =]-\infty; 6[$ b) $L =]1; \infty[$ c) $L =]-\infty; 4,5]$ d) $L = \{\}$ e) $L =]\frac{1}{6}; \infty[$

f) $L =]-\infty; \frac{1}{3}]$ g) $L =]-\frac{20}{13}; \infty[$ h) $L =]-\infty; -\frac{8}{3}]$ i) $L =]2; \infty[$ k) $L =]-\infty; -5]$

l) $L =]1; \infty[$ m) $L =]2; \infty[$

d) Anwendungen

26/8

a) $f(x) = 10x$ (x in min, f(x) in ℓ)

c) 3 min

d) 120 ℓ

b) Das kann ja wohl echt jeder selbst!

e) Machen Sie mal.

26/9

a) knapp 14 s

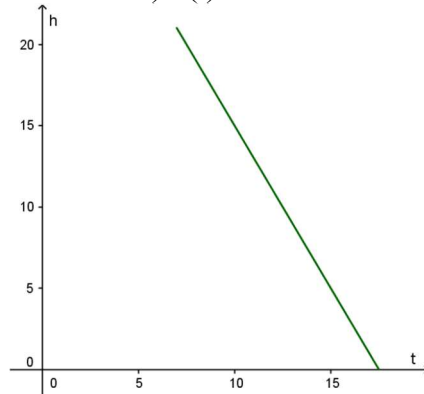
b) $f(x) = x/1,1 = \frac{10}{11}x$

c) 20 s

30/6

a) t: Uhrzeit in h; h: Kerzenhöhe in cm

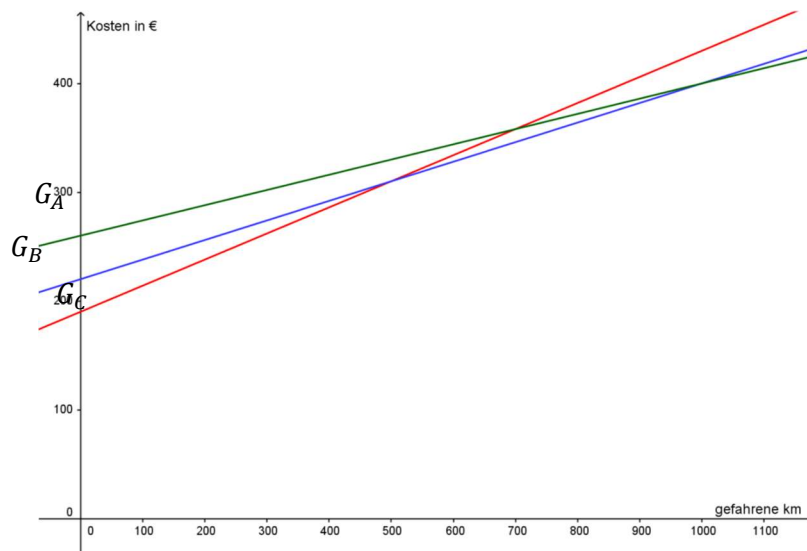
b) $h(t) = -2t + 35$ mit $7 \leq t \leq 17,5$



30/7

b)

a) $A(x) = 0,14x + 260$; $B(x) = 0,24x + 190$; $C(x) = 0,18x + 220$



c) A,B: 700 km; A,C: 1000 km; B,C: 500 km

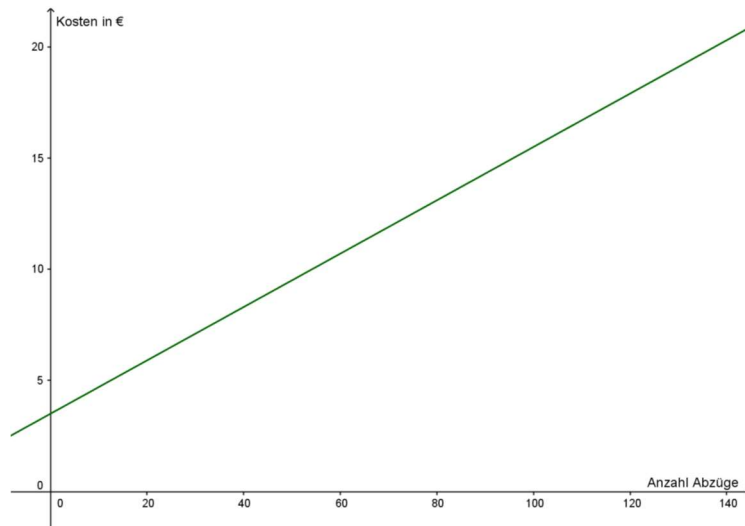
d) C

e) weniger als 500 km: B; zwischen 500 km und 1000 km: C; mehr als 1000 km: A

Als Forumsbeitrag dürfen Sie das gerne selbst formulieren...

31/8

a) $f(x) = 0,12x + 3,5$



Da man sicher keine Bruchteile von Fotos hat, ist es eigentlich reichlich sinnlos, hier eine lineare Funktion zu verwenden; eigentlich bräuchte man eine Treppenfunktion! Oder man verwendet als Definitionsmenge nur die natürlichen Zahlen statt der reellen, zeichnet also nur Kreuze ins Koordinatensystem statt einer Geraden.

b) Stückpreis: 10 Cent; Versandkosten: 5 €; $g(x) = 0,1x + 5$; $D_g = \mathbb{R}^+$ (eigentlich: $\mathbb{N}!$)

c) Bei weniger als 100 Abzügen zahlt man 14 Cent pro Abzug und 3 € Versandkosten, ab 100 Abzügen ca. 13 Cent pro Abzug und ca. 0,67 € Versandkosten.

(abschnittsweise definierte Funktionen: eigentlich Lehrplan T12 Additum!)

d)

Stückzahl	10	50	90	110	140
Raschfoto	4,70	9,50	14,30	16,70	20,30
Fotoflott1	6,00	10,00	14,00	16,00	19,00
Fotorasant	4,40	10,00	15,60	15,33	n19,33

31/9 (abschnittsweise definierte Funktionen: eigentlich Lehrplan T12 Additum!)

a) im Folgenden jeweils t in h, P in €; für alle Funktionen ist $D = \mathbb{R}^+$

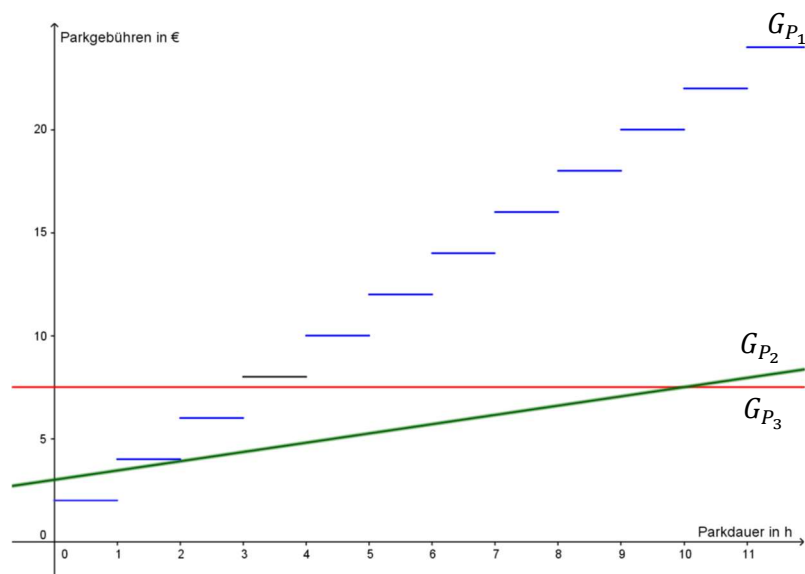
Bei P_1 kann man eigentlich nicht „eine“ Funktionsgleichung angeben, sondern nur mehrere auf einmal:

$$P_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{für } 0 < t \leq 1 \\ 4 & \text{für } 1 < t \leq 2 \text{ usw.} \\ 6 & \text{für } 2 < t \leq 3 \end{cases}$$

$$P_2(t) \approx 3 + 0,45t$$

$$P_3(t) = 7,5$$

b)



c) Lisa zahlt etwa 4,73 € mehr

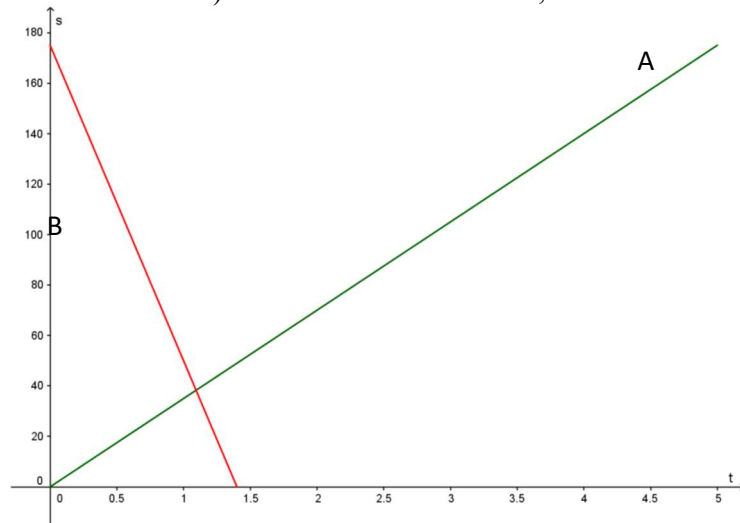
d) 7,7 h

e) mehr als 3 h bzw. mehr als etwa 10 h

31/10

t: Zeit in h seit 13:42 Uhr; s: Abstand von A Stadt in km

a) 70 km b) 1,4 h = 1 h 24 min c) nach etwas mehr als 1 h, bei etwa 40 km

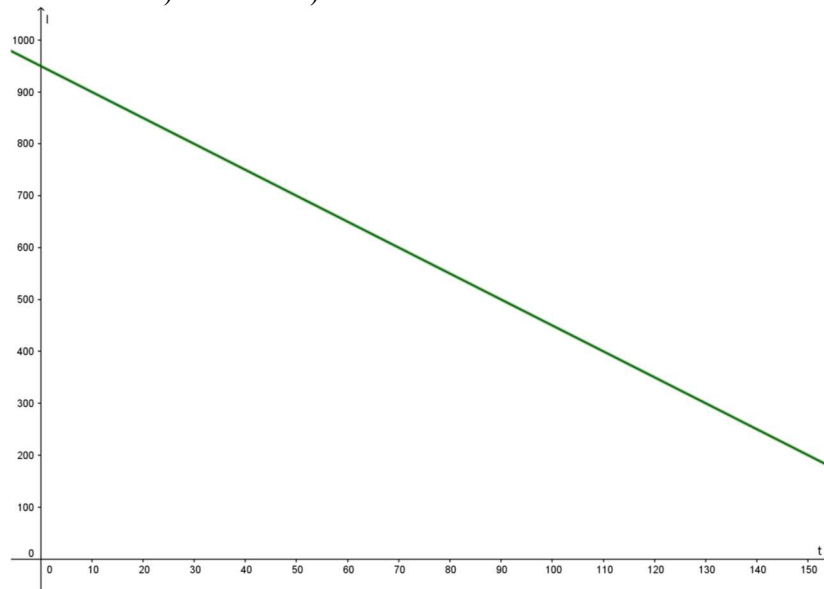


d) $t = 35/32$ (≈ 1 h 6 min), $s = 1225/32 \approx 38$ (km)

34/6 Viel Spaß.

35/10

b) $I(t) = -5t + 950$ c) 725 d) 146



35/11 *eigentlich nicht im Lehrplan...*

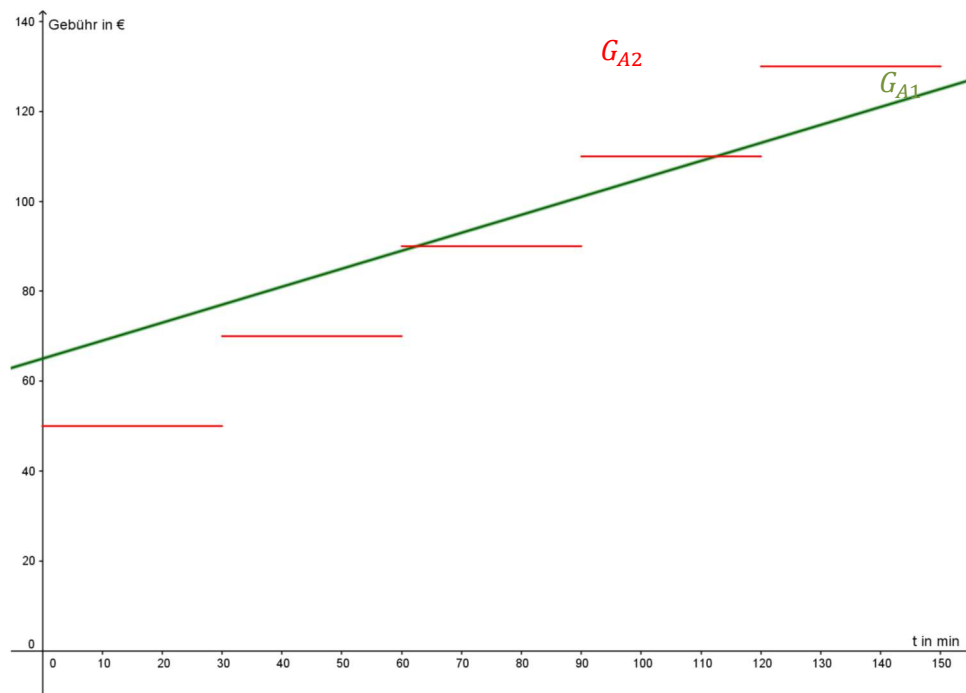
a)

t in min	0	30	60	90	120	150
Gebühr in €	65	77	89	101	113	125

b)

t in min $\in$	$]0;30]$	$]30;60]$	$]60;90]$	$]90;120]$	$]120;150]$	$]150;180]$
Gebühr in €	50	70	90	110	130	150

c) Die Gebühr wächst nach jeweils 30 min sprunghaft, dazwischen ist sie jeweils konstant. (Gilt aber eigentlich auch bei A1, nur hat man da eben Sprünge schon nach jeder Minute... Der Graph zu A1 ist streng genommen also falsch und stellt nur eine Näherung dar!)



d) 112,5 min (unrealistisch! es werden sicher keine halben Minuten abgerechnet, vgl. (c)!) bzw. für mehr als 90, aber höchstens 120 min

e) A1 ist günstiger für mindestens 60, aber höchstens 62,5 min (unrealistisch, s. o.), für mindestens 90, aber höchstens 112,5 min und für mehr als 120 min; ansonsten ist A2 günstiger

36/12

a₁) $864\pi \ell \approx 2714 \ell$ a₂) $f(t) = 12,5 t$ (t in min, f in ℓ)

a₃) ≈ 217 min a₄) nein

b₁) $540\pi \ell \approx 2696 \ell$ b₂) $f(t) \approx 14,14 t$

b₃) $f(3) \approx 2545 \implies$ nicht zu voll

c₁) $f(t) \approx 2714 - 39 t$ c₂) ≈ 70 min

d₁) $192\pi \ell \approx 603 \ell$ d₂) $k(t) \approx 603 - 10 t$

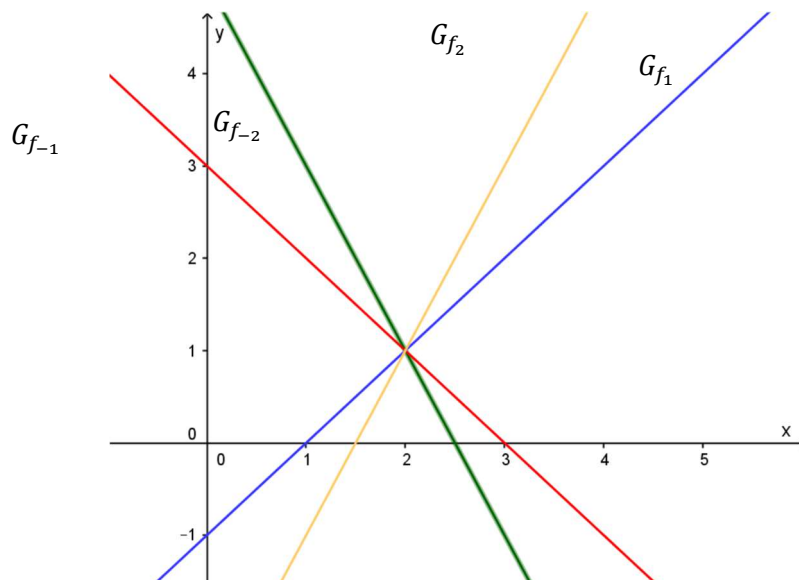
d₃) ≈ 60 min $\implies$ Sophia hat recht

36/13

a) B(2|1) b) $x_1 = \frac{2m-1}{m} = 2 - \frac{1}{m}$ für $m \neq 0$, keine Nullstelle für $m = 0$; $m = 0,5$

c) $m = -0,5$; S(0|2) d) $g_m(x) = mx + 1$

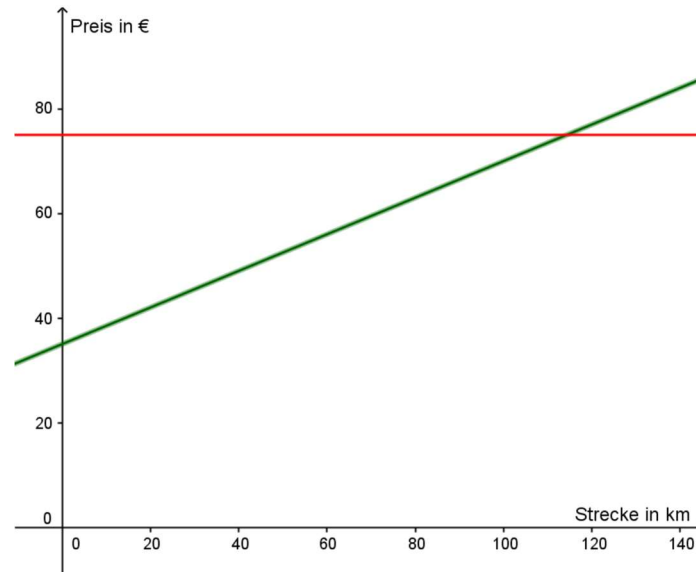
e)



36/14

Eigentlich auch mal wieder unrealistisch, weil sicher nur ganze km abgerechnet werden...

a)



b) Angebot 2 (73,50 € statt 75 €)

36/15 Gewinn ab ca. 101 verkauften Fahrrädern

270/4 (T) bzw. 244/4 (NT) Vivien: 35; Bruder: 23; Schwester: 39

e) Scharen

26/1

x ist hier die (Funktions-)Variable; m und t sind die Parameter (auch Formvariablen genannt)

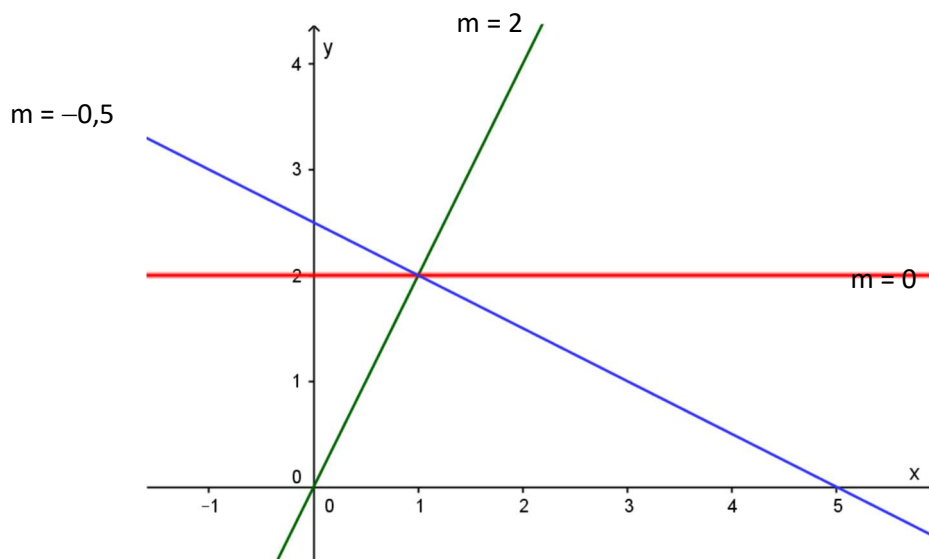
Zu fest gewählten Werten von m und t, z. B. $m = 1$ und $t = 2$, hat man jeweils eine Funktion f, hier: $f(x) = x + 2$. Setzt man dann noch einen festen Wert für x ein, so ergibt sich der y-Wert eines Punktes auf dem Graph; z. B. $x = 3$: $f(3) = 5 \implies P(3|5)$.

34/1 (oben) a) $g_k(x) = -k x$; Geradenbüschel durch den Ursprung b) $k = -1$

34/2

a) B(1|2) b) $m = 2$

c)



d) z. B. $f_1(x) = x + 1$; $f_{-1}(x) = -x + 3$ (wähle ein m_1 beliebig, das zweite ist dann $m_2 = -1/m_1$)

e) $N\left(1 - \frac{2}{m} \middle| 0\right)$ existiert nur für $m \neq 0$; $S_y(0|-m+2)$ existiert für alle m

34/3 $f_m(x) = mx + 4\sqrt{-m}$ oder $f_c(x) = -\frac{c^2}{16}x + c$

34/4 a) $t = 1$ b) $N(2t-2|0); S_y(0|-t+1)$ c) z. B. $g_t(x) = -2x - t + 1$ d) $S_t = S_y$

34/5

a) $g_m(x) = mx + m + 2; g_m(-1) = 2$ unabhängig von m

b) Nur alle Punkte mit $x = -1$ und $y \neq 2$ liegen auf keiner Geraden des Büschels - denn diese Punkte liegen auf der senkrechten Geraden durch den Büschelpunkt, und die senkrechte Gerade durch den Büschelpunkt gehört natürlich nicht zur Schar. Alle anderen Punkte links und rechts dieser senkrechten Geraden liegen sicher auf einer Geraden der Schar.

c) $a = -2$ oder $a = -1$ oder $a = 1$ **Betragsgleichungen sind eigentlich nicht im Lehrplan!**

30/5 **Hier muss man eigentlich Bruchgleichungen lösen; nicht im Lehrplan!?** $-2 < m < 0$

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

77/2

a) $b = 0$: unendlich viele Lösungen; $b \neq 0$: $x = -\frac{b}{2}$

b) $c = 0$: keine Lösung; $c \neq 0$: $x = -\frac{3+4c}{c} = -\frac{3}{c} - 4$

f) $m = 1$: unendlich viele Lösungen; $m \neq 1$: $x = m - 1$

g) $x = \frac{4}{3}p + \frac{2}{3}q$ für alle $p, q \in \mathbb{R}$

78/4 a) $S_x(3|0); S_y(0|-3t)$ b) $S_x(-0,5|0); S_y(0|t)$ c) $S_x(\frac{2}{3}|0); S_y(0|\frac{2}{t})$ d) $S_x(\frac{3}{2}|0); S_y(0|-\frac{3}{4}t)$

I.5 Quadratische Funktionen und (Un-)Gleichungen

a) Graphen und Scheitelform:

45/1

a) nein (es kommt kein Summand mit x^2 vor)

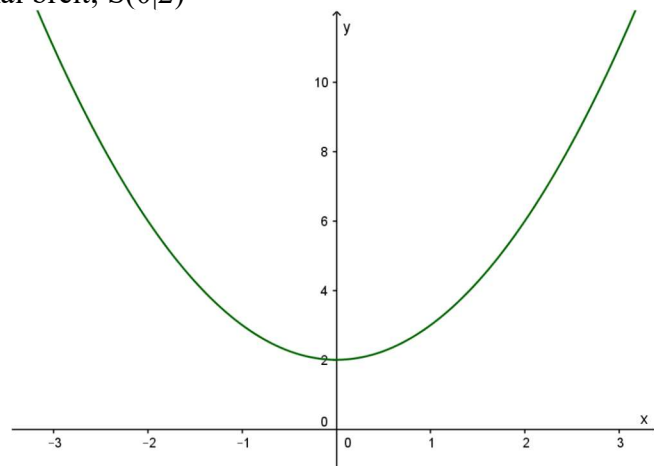
b) ja (ein Summand mit x^2 und ein konstanter Summand)

c) ja (nur ein Summand mit x^2)

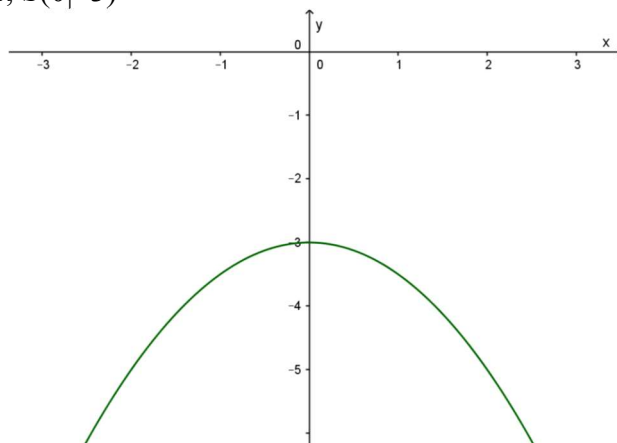
d) nein (es kommt ein Summand mit x^3 vor)

45/2

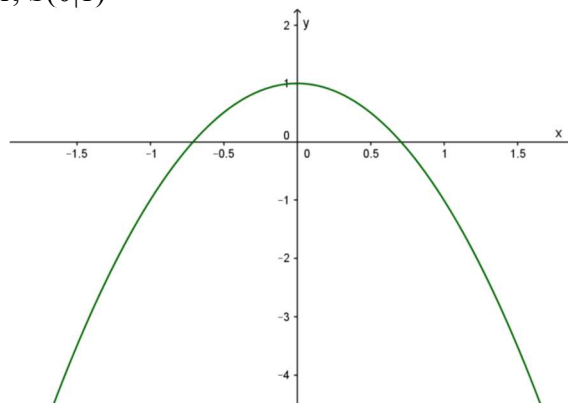
a) nach oben geöffnet; normal breit; $S(0|2)$



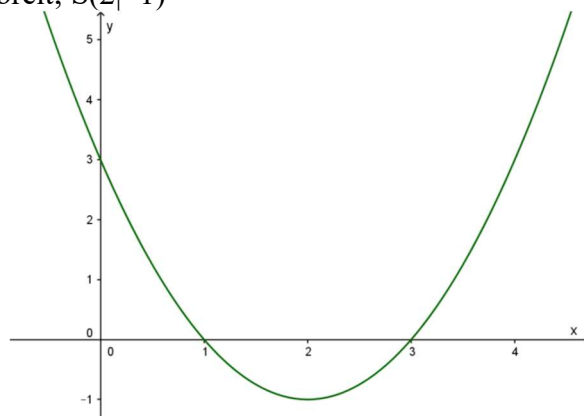
b) nach unten geöffnet; breiter; $S(0|-3)$



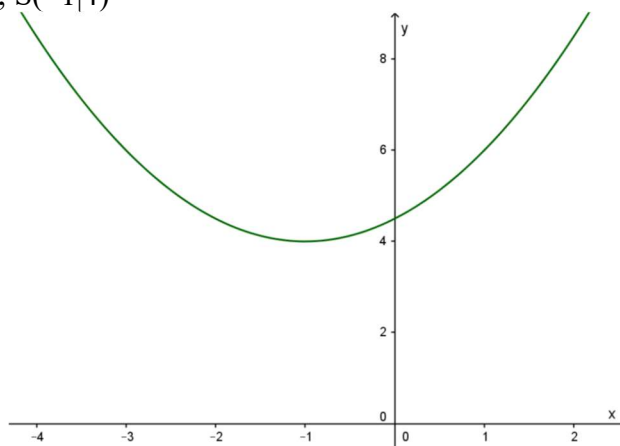
c) nach unten geöffnet; schmaler; $S(0|1)$



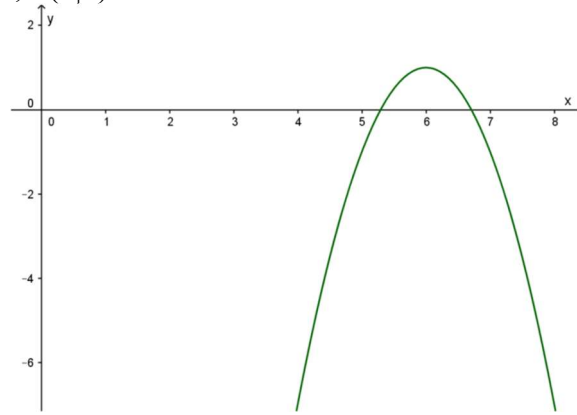
d) nach oben geöffnet; normal breit; $S(2|-1)$



e) nach oben geöffnet; breiter; $S(-1|4)$



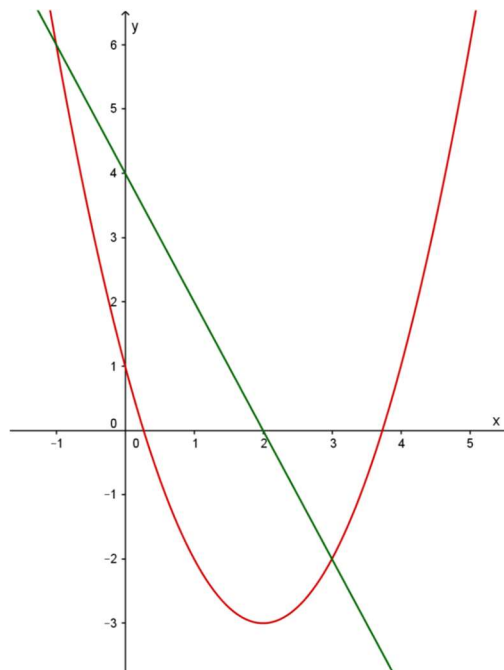
f) nach unten geöffnet; schmaler; S(6|1)



45/3 $f(x) = x^2 + 2$; $g(x) = 0,5(x - 1)^2 + 2$; $h(x) = -2(x + 2)^2 - 1$; $i(x) = -(x - 4)^2$

45/4 vgl. 66/8abcd! a) w b) f c) f d) w e) f

45/5



$S_1(-1|6)$; $S_2(3|-2)$

45/6

a) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$; S(4|-2)

b) $f(x) = -2x^2 + 4,5$; S(0|4,5)

c) $f(x) = -\frac{1}{6}(x + 3)^2$; S(-3|0)

d) $f(x) = -(x + 3,5)^2 + 6$; S(-3,5|6)

45/7

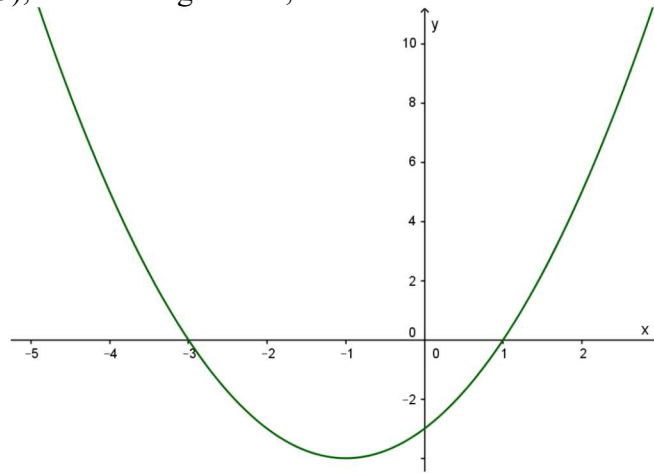
keine allgemeine Lösung angebar - machen Sie selbst mal!

Das Endergebnis sollte mit der Ausgangsgleichung übereinstimmen, weil man insgesamt um $0 - 3 + 5 - 2 = 0$ in x-Richtung verschiebt und um $2 - 1 + 4 - 5 = 0$ in y-Richtung.

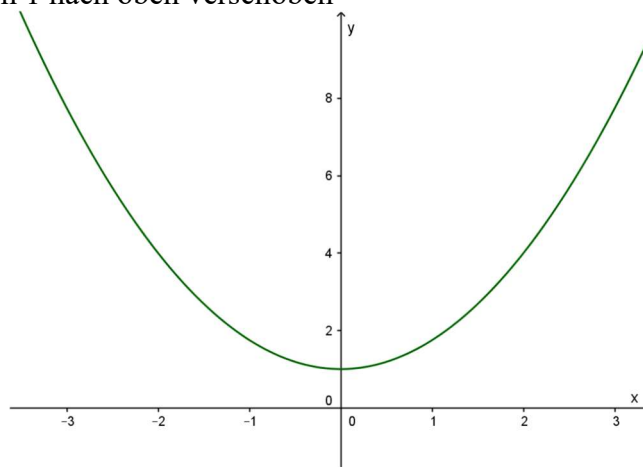
45/8 an x-Achse spiegeln, dann um 3 nach unten verschieben und um 3 nach rechts

48/1

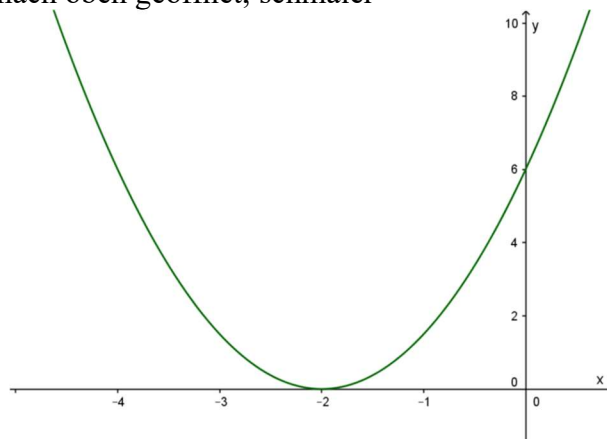
a) $f(x) = (x + 1)^2 - 4$; $S_y(0|-3)$; nach oben geöffnet; normal breit



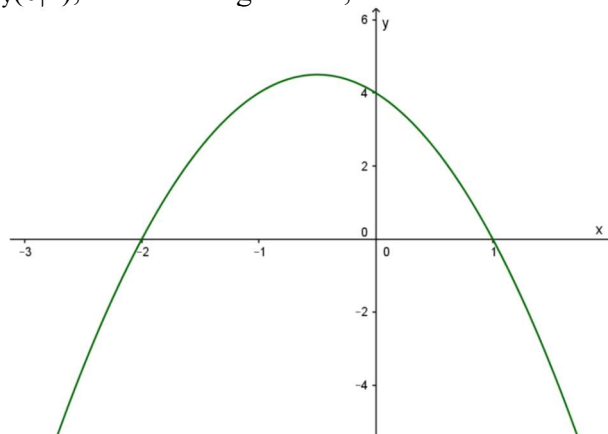
b) Scheitelform und allgemeine Form sind hier identisch; $S_y(0|1) = S$; nach oben geöffnet; breiter; symmetrisch zur y-Achse; um 1 nach oben verschoben



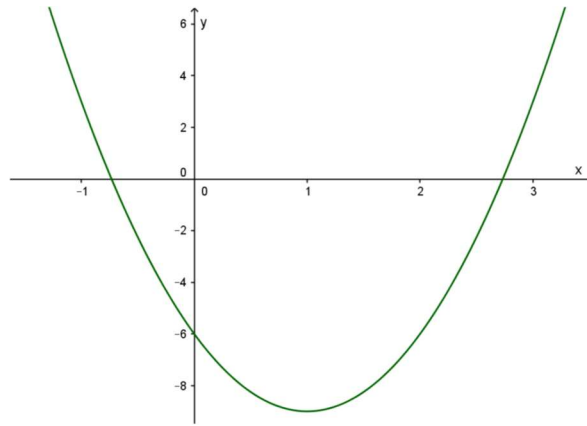
c) $f(x) = 1,5 (x + 2)^2$; $S_y(0|6)$; nach oben geöffnet; schmaler



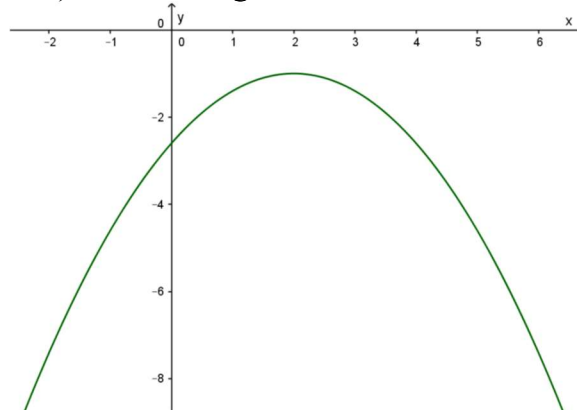
d) $f(x) = -2 (x + 0,5)^2 + 4,5$; $S_y(0|4)$; nach unten geöffnet; schmaler



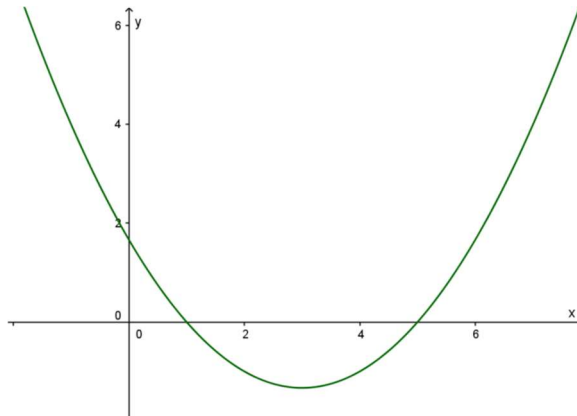
e) $f(x) = 3x^2 - 6x - 6$; $S(1|-9)$; nach oben geöffnet; schmaler; symmetrisch zu $x = 1$; um 1 nach rechts und um 9 nach unten verschoben



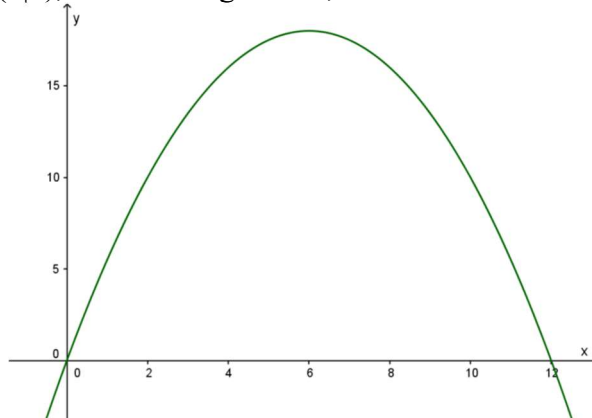
f) $f(x) = -0,4(x - 2)^2 - 1$; $S_y(0|-2,6)$; nach unten geöffnet; breiter



g) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{8}{3}$; $S(3|-\frac{4}{3})$; nach oben geöffnet; breiter; symmetrisch zu $x = 3$; um 3 nach rechts und um $\frac{4}{3}$ nach unten verschoben



h) $f(x) = -0,5(x - 6)^2 + 18$; $S_y(0|0)$; nach unten geöffnet; breiter



48/2

$$f(x) = 0,625(x - 3)^2 - 4 = 0,625x^2 - 3,75x + 1,625$$

$$g(x) = (x + 2,5)^2 - 5 = x^2 + 5x + 1,25$$

$$h(x) = -1,5(x - 4)^2 + 6 = -1,5x^2 + 12x - 18$$

$$i(x) = -2(x + 0,5)^2 + 4 = -2x^2 - 2x + 3,5$$

$$k(x) = 0,75x^2 - 2$$

48/3

keine allgemeine Lösung angebar - machen Sie selbst mal!

48/4

	Scheitelpunktform	Scheitelpunkt	x_s	y_s	Normalform	b	c
a)		S(2 0)	2	0	$x^2 - 4x + 4$	-4	4
b)	$(x - 3)^2 + 4$		3	4	$x^2 - 6x + 13$	-6	13
c)		S(-3 -5)	-3	-5	$x^2 + 6x + 4$	6	4
d)	$(x+2,5)^2 + 4,5$	S(-2,5 4,5)			$x^2 + 5x + 10,75$	5	10,75
e)	$(x+2)^2 - 9$	S(-2 -9)	-2	-9		4	-5
f)	$(x - 3)^2 - 4$	S(3 -4)	3	-4	$x^2 - 6x + 5$		
g)	$(x - 2)^2 + 6$	S(2 6)	2	6		-4	10
h)	$(x - 4,5)^2 - 6,5$		4,5	-6,5	$x^2 - 9x + 13,75$	-9	13,75

48/5

a) Mit der 2. bzw. 1. binomischen Formel hat man sofort $f(x) = (x - 3)^2$ bzw. $g(x) = (x + 1)^2$ und damit die Scheitelpunktform.

b) Die Hälfte des Vorfaktors von x wird quadriert; das Ergebnis wird einmal addiert und dann gleich wieder subtrahiert (man hat also insgesamt 0 addiert und damit den Wert des Terms nicht geändert!). Den ersten der beiden Summanden kann man nun verwenden, um die 1. oder 2. binomische Formel anzuwenden. Die übrigen Summanden hinten fasst man noch zusammen. Dann hat man die Scheitelpunktform. (Man braucht die *Hälfte* des Vorfaktors von x, weil laut binomischer Formel $(x \pm b)^2 = x^2 \pm 2bx + b^2$ ist, d. h. die Hälfte des Vorfaktors von x ist genau gleich b.)

$$c) x^2 + px + q = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \implies S\left(-\frac{p}{2} \mid -\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q\right)$$

Wenn man allgemeiner $f(x) = ax^2 + bx + c$ hat, muss man erst mal a ausklammern, danach geht die Rechnung genauso weiter. Am Schluss muss man das a dann wieder in die Klammer reinmultiplizieren.

Man erhält: $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \implies S\left(-\frac{b}{2a} \mid -\frac{b^2}{4a} + c\right)$. Beide Terme sollten einem von der Mitternachtsformel her bekannt vorkommen ...

61/1

$$a) f(x) = -x^2 + 3x - 4$$

$$b) f(x) = x^2 + x - 2$$

$$c) f(x) = -x^2 - 3x + 10$$

$$d) f(x) = \frac{1}{30}x^2 - \frac{23}{30}x + 0,4$$

$$e) f(x) = 0,5x^2 + 1,5x - 5$$

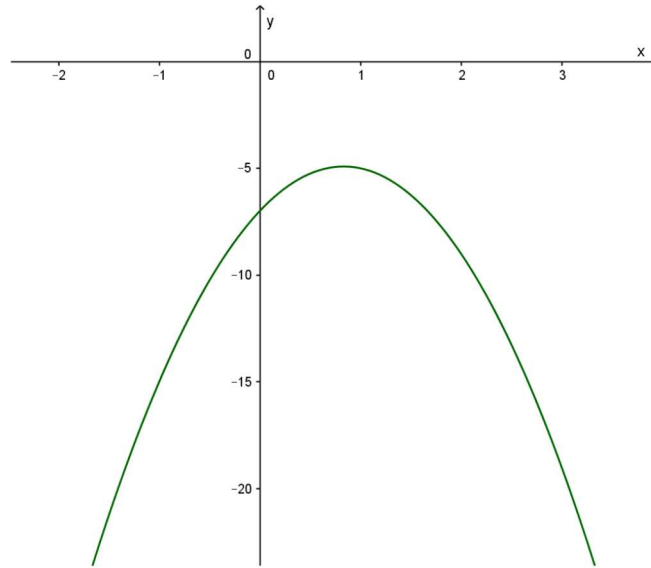
$$f) f(x) = -0,5x^2 + 3,5x - 6$$

61/2

a) $f(x) = -3x^2 + 5x - 7$

b) $S\left(\frac{5}{6} \mid -\frac{59}{12}\right)$; $S_y(0 \mid -7)$; keine N

c)



61/3 $S_1(2 \mid 10)$, $S_2(3 \mid 23)$

61/4 a) $f(x) = -x^2 - 3x + 3$ b) $f(x) = -\frac{4}{7}(x + 0,5)^2 + 1$

61/6 a) ja b) nein c) nein

66/1 1b, 2f, 3e, 4a, 5c, 6d

66/2

a) allgemeine Form: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Scheitelpunktform: $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$

d, f sind in allgemeiner Form (mit $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$ bzw. $a = 1$, $b = 4$, $c = 5$)

c, e sind in Scheitelform (mit $a = -1$, $x_s = -3$, $y_s = 0$ bzw. $a = -1$, $x_s = 3$, $y_s = -1$)

a, b: beide Formen möglich (entweder $a = -1$, $b = 0$, $c = 0$ bzw. $a = 2$, $b = 0$, $c = -1$, oder $a = -1$, $x_s = 0$, $y_s = 0$ bzw. $a = 2$, $x_s = 0$, $y_s = -1$)

b) (c) $f(x) = -x^2 - 6x - 9$ (d) $f(x) = (x + 1)^2$

(e) $f(x) = -x^2 + 6x - 11$ (f) $f(x) = (x + 2)^2 + 1$

c) Man geht vom Scheitel aus nach links oder rechts und dann nach oben bzw. unten, bis man auf die Parabel trifft. Diesen Abstand in y-Richtung vergleicht man mit dem, den man bei der Normalparabel im selben x-Abstand vom Scheitel hätte. Als Formel: $a = \frac{\Delta y}{(\Delta x)^2}$; ähnlich wie beim Steigungsdreieck (bis auf das Quadrat im Nenner), aber man *muss* hier eben immer vom Scheitel ausgehen, statt wie bei Geraden von einem beliebigen Punkt auf dem Graph.

66/3 $f(x) = \frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{6}x - 3$

66/4

a) $S_y(0 \mid -3)$; nach oben geöffnet; normal breit

b) $S_y(0 \mid 1) = S$; nach oben geöffnet; breiter; symmetrisch zur y-Achse; um 1 nach oben verschoben

c) $S(-0,5 \mid -1,5)$; nach unten geöffnet; schmaler; symmetrisch zu $x = -0,5$; um 0,5 nach links und um 1,5 nach unten verschoben

d) $S_y(0 \mid 4)$; nach unten geöffnet; schmaler

e) $S(1 \mid -9)$; nach oben geöffnet; schmaler; symmetrisch zu $x = 1$; um 1 nach rechts und um 9 nach unten verschoben

f) $S_y(0 \mid -2,6)$; nach unten geöffnet; breiter

g) $N_1(-1 \mid 0)$, $N_2(1,5 \mid 0)$; nach oben geöffnet; schmaler

h) $S_y(0 \mid 0) = N_1$; nach unten geöffnet; breiter

66/6

a) $S(4|-2); f(x) = (x - 4)^2 - 2$

b) $S(0|4,5); f(x) = -2x^2 + 4,5$

c) $S(-3|0); f(x) = -\frac{1}{6}(x + 3)^2$

d) $S(-3,5|6); f(x) = -(x + 3,5)^2 + 6$

66/7

an x-Achse spiegeln, dann um 0,5625 nach rechts verschieben und um 7,4921925 nach unten

Exakt sicher nicht machbar, nur ungefähr!

67/12 h

68/18

a) 6 Parabeln (Der Scheitelpunkt kann auf einem der beiden mittleren Punkte liegen, oder über der Mitte der beiden Punkte links oben, oder ...)

b) Dann müssten 3 Punkte mit demselben y-Wert, aber unterschiedlichen x-Werten, auf der Parabel liegen, oder 2 Punkte mit demselben x-Wert, aber unterschiedlichen y-Werten. Beides geht offensichtlich nicht. (Im zweiten Fall geht es sogar mit keiner Funktion, egal welcher Art.)

c) Es können keine zwei Punkte mit demselben x-Wert, aber unterschiedlichem y-Wert vorkommen.

Außerdem sind die jeweils drei Punkte, die jeweils auf einer Diagonalen liegen, nicht gleichzeitig möglich.

(Damit bleiben insgesamt 22 Parabeln; vgl. Aufgabe 176/11)

176/6 (nur T) a) $a = -7/3; c = -19/6$ b) $a = -1; c = 4$

176/7 (nur T) a) $f(x) = x^2 - 2x - 2$ b) $f(x) = \frac{11}{12}x^2 + \frac{1}{3}x + 3$

176/11 (nur T)

Alle 22 Parabeln verlaufen sogar jeweils durch genau 3 der Punkte. Es ist sinnvoll, die Parabeln in 3 Gruppen aufzuteilen – den Grund sieht man, wenn man die Parabeln zeichnet. (Machen Sie mal!)

$$f(x) = x^2 - 4x + 6$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 9$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 2$$

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 2$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 3$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 3$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 2,5x + 4$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 2,5x + 5$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 7$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 1,5x + 1$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 1,5x + 2$$

$$f(x) = -x^2 + 3x + 1$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2,5x$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 2,5x - 1$$

$$f(x) = -x^2 + 5x - 3$$

$$f(x) = 1,5x^2 - 5,5x + 6$$

$$f(x) = 1,5x^2 - 6,5x + 8$$

$$f(x) = -1,5x^2 + 5,5x - 2$$

$$f(x) = -1,5x^2 + 6,5x - 4$$

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

19f/1 (nur T)

- | | | | |
|--|---|--|--|
| a) $(x+2)^2 - 2$ | b) $(u-2,5)^2 - 6,25$ | c) $(v - \frac{5}{6})^2 - \frac{7}{36}$ | d) $-(y-5)^2 + 24$ |
| e) $5(y-0,3)^2 - 0,45$ | f) $-6(y - \frac{1}{3})^2 - 6\frac{1}{3}$ | g) $\frac{1}{3}(u - \frac{3}{4})^2 + 3\frac{13}{16}$ | h) $-\frac{5}{6}(v-1)^2 + \frac{7}{6}$ |
| i) $-\frac{4}{3}(z + \frac{1}{6})^2 + \frac{19}{27}$ | k) $-(a - 1\frac{3}{4})^2 + 11\frac{1}{16}$ | | |

88/6

- | | | | |
|-----------------|---------------------------|-------------|-------------|
| a) Min.: 0,9375 | b) Max.: $-\frac{23}{12}$ | c) Min.: -4 | d) Max.: 35 |
| e) Min.: -1,1 | f) Max.: -1 | | |

88/7

- | | | |
|--------------------------|--|-------------------------|
| a) Min.: 0,875; Max.: 37 | b) Min.: -4; Max.: 11 | c) Min.: 0,5; Max.: 14 |
| d) Min.: -3; Max.: 15 | e) Min.: 1; Max.: 3 | f) Min.: -7; Max.: 6,75 |
| g) Min.: -3; Max.: 1,5 | h) Min.: $\frac{16}{9}$; Max.: $\frac{49}{9}$ | |

b) Gleichungen und faktorisierte Form:

270/1 (T) bzw. 244/1 (NT) (SvNp = Satz vom Nullprodukt; MNF = Mitternachtsformel)

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) MNF/Vieta; $L = \{-6; 2\}$ | g) SvNp; $L = \{2; 3\}$ |
| b) MNF/Vieta; $L = \{-1; 6\}$ | h) SvNp; $L = \{0; 5\}$ |
| c) SvNp; $L = \{0; 6\}$ | i) MNF/Vieta; $L = \{1; 4\}$ |
| d) MNF; $L = \{-4; 0,5\}$ | j) x^2 isolieren; $L = \{\pm 5\}$ |
| e) x^2 isolieren; $L = \{ \}$ | k) MNF; $L = \{3; 6\}$ |
| f) MNF; $L = \{-1; 7\}$ | l) x^2 isolieren; $L = \{\pm 5\}$ |

270/2 (T) bzw. 244/2 (NT)

- a) $x^2 - 3x - 10 = 0$
b) $x^2 + 0,5x - 14 = 0$
c) $x^2 + 8,75x = 0$
d) $x^2 - \frac{4}{9} = 0$
e) $x^2 - 12x + 36 = 0$
f) $x^2 - \pi x = 0$

270/3 (T) bzw. 244/3 (NT)

- a) $(x-3)(x-4) = 0$
b) $0,25(x-3)(x-1) = 0$
c) $x(x-4) = 0$
d) $3(x+5)(x-5) = 0$
e) $2(x+2)^2 = 0$
f) $(x+4)(x-4) = 0$

270/6 (T) bzw. 244/6 (NT)

- a) ausklammern, SvNp; $x_1 = 0, x_2 = 5,5$
b) SvNp; $x_1 = -2, x_2 = 5$
c) x^2 isolieren, Wurzel ziehen; $x_{1,2} = \pm 4$
d) MNF/Vieta; $x_1 = -2, x_2 = 3$
e) ausklammern, SvNp; $x_1 = 0, x_2 = -2$
f) ausklammern, SvNp; $x_1 = 3, x_2 = 2$
g) MNF/Vieta; $x_1 = 3, x_2 = 5$
h) Wurzel ziehen; $x_{1,2} = 3$

270/7 (T) bzw. 244/7 (NT) Keine allgemeine Lösung angebar - machen Sie mal! (siehe z. B. S. 267ff (T) bzw. 241ff (NT))

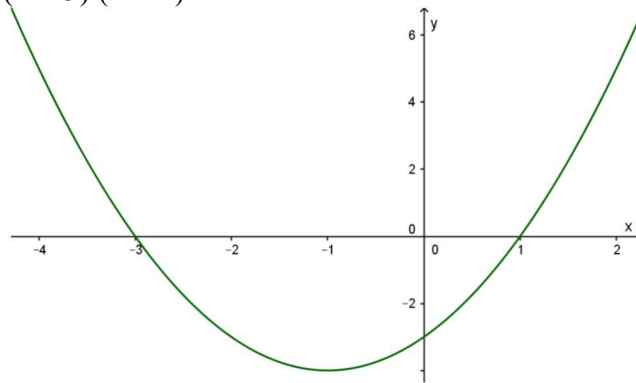
270/8 (T) bzw. 244/8 (NT)

a) $x_{1,2} = 5$ b) $x_1 = -2, x_2 = 5$ c) $x_1 = 1, x_2 = 2$ d) $x_1 = -7, x_2 = 3$ e) $x_1 = -3, x_2 = -4$

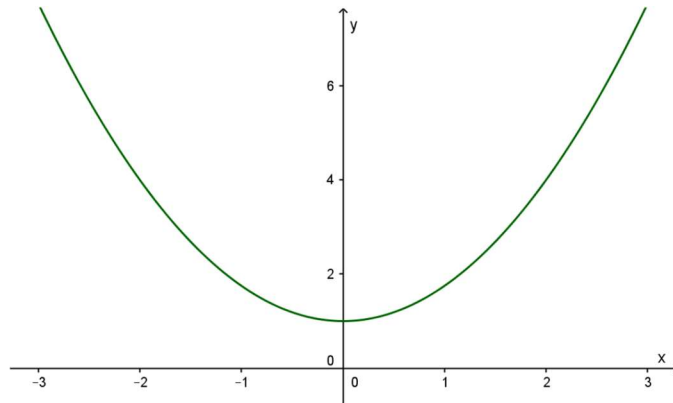
270/9 (T) bzw. 244/9 (NT) a) rot b) grün

55/1

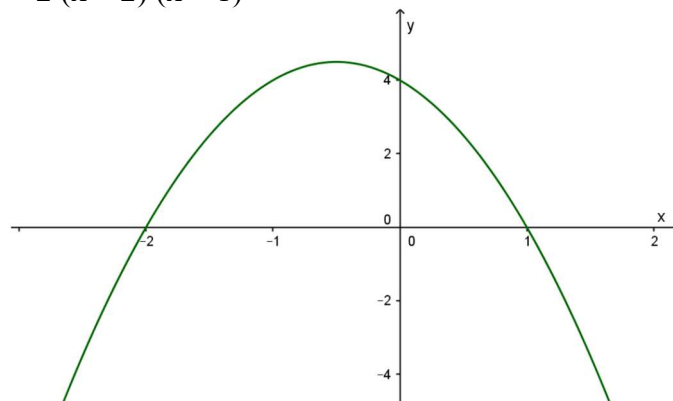
a) $x_1 = -3; x_2 = 1 \implies f(x) = (x + 3)(x - 1)$



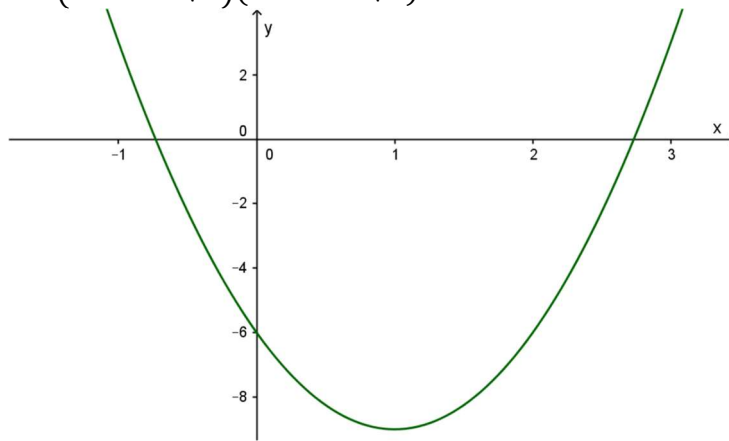
b) –



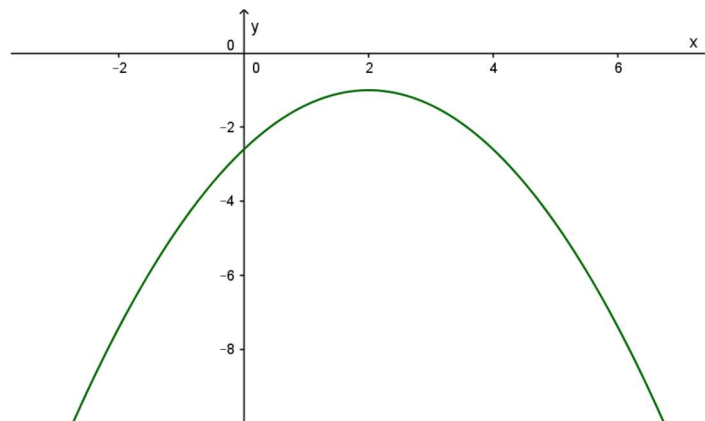
c) $x_1 = -2; x_2 = 1 \implies f(x) = -2(x + 2)(x - 1)$



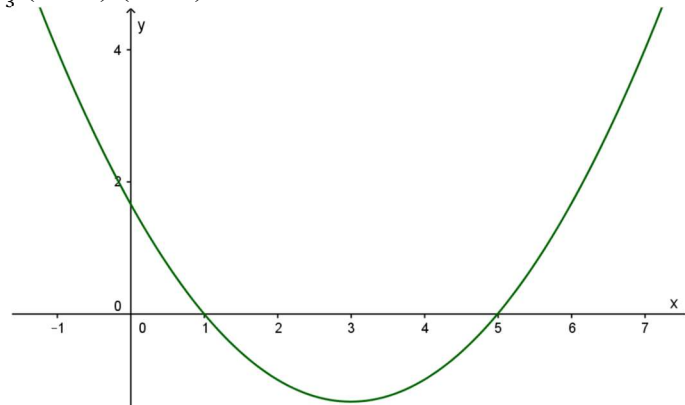
d) $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3} \implies f(x) = 3(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$



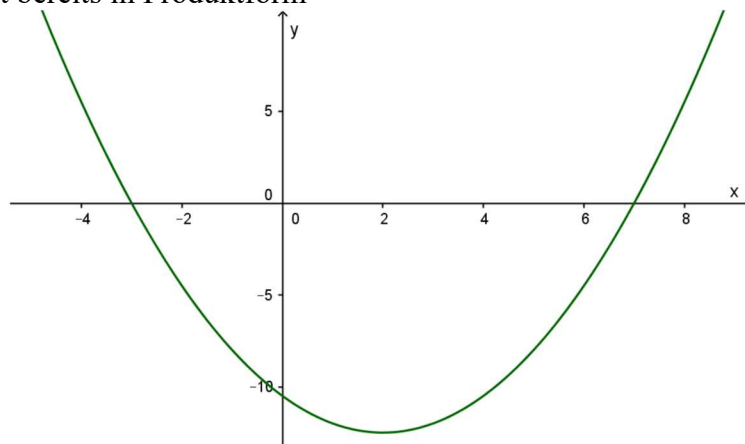
e) –



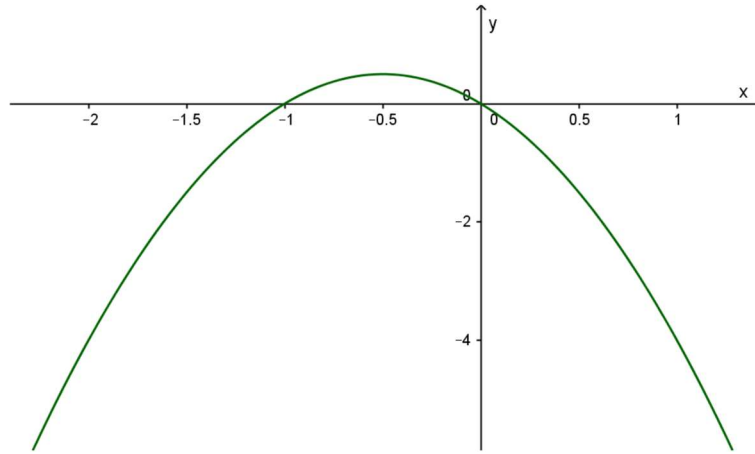
f) $x_1 = 1; x_2 = 5 \implies f(x) = \frac{1}{3}(x - 1)(x - 5)$



g) $x_1 = -3; x_2 = 7$; $f(x)$ ist bereits in Produktform



h) $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $f(x)$ ist bereits in Produktform



55/2

a) $S_y(0|6)$; $N(-2|0)$

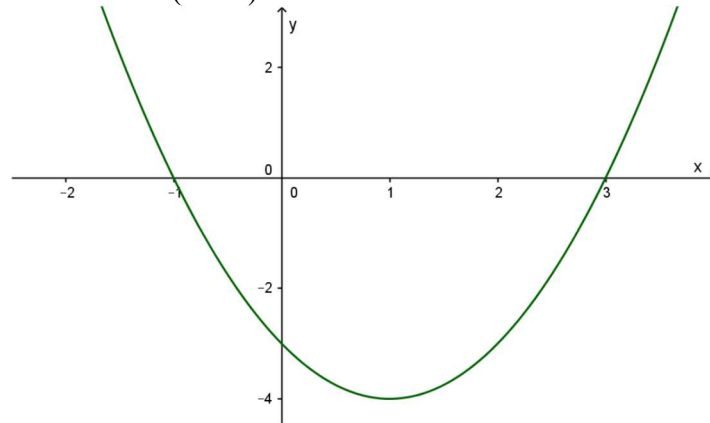
b) $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(12|0)$

c) $S_y(0|4)$; $N(4|0)$

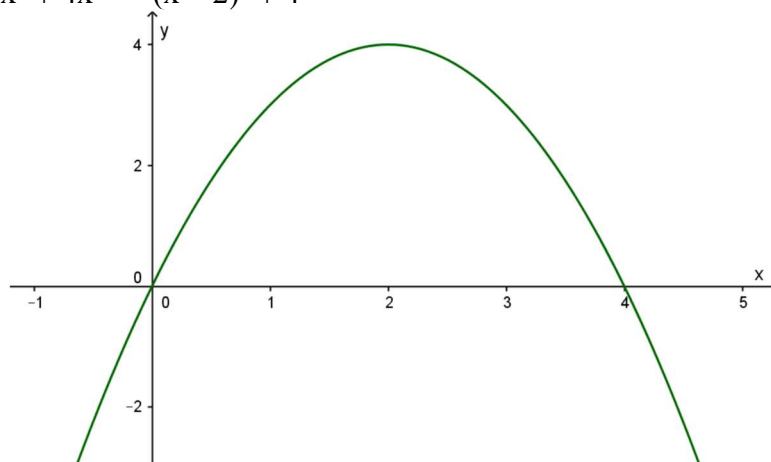
d) $S_y(0|2)$; $N_1(1|0)$, $N_2(2|0)$

55/3

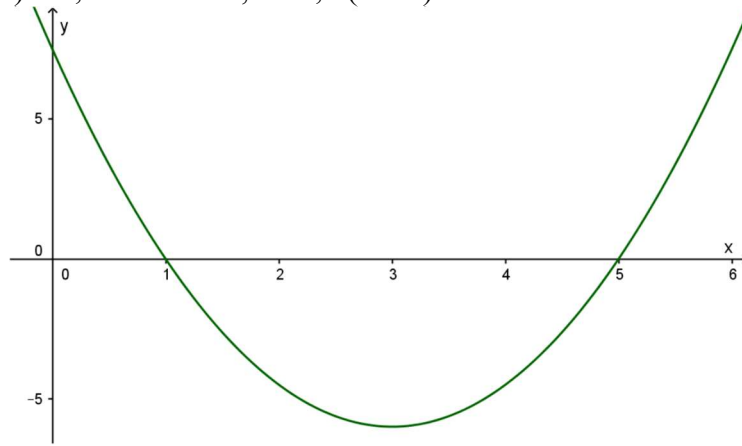
a) $f(x) = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$



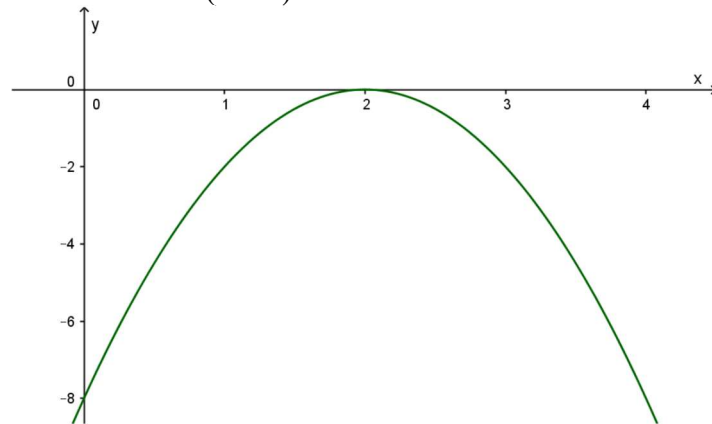
b) $f(x) = -x(x - 4) = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$



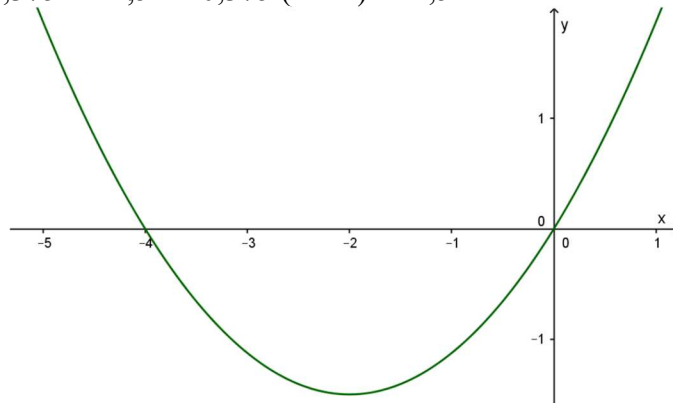
c) $f(x) = 1,5 (x - 1) (x - 5) = 1,5x^2 - 9x + 7,5 = 1,5 (x - 3)^2 - 6$



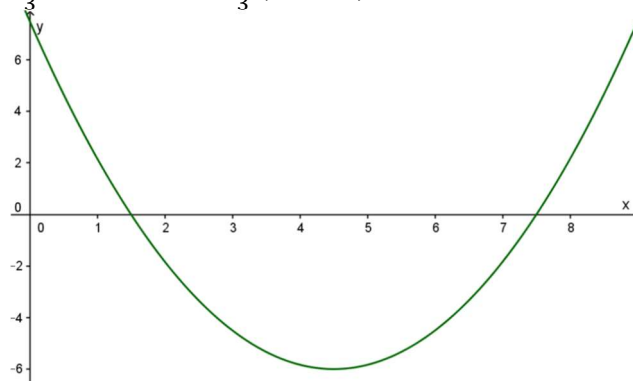
d) $f(x) = -2 (x - 2)^2 = -2x^2 + 8x - 8 = -2 (x - 2)^2$



e) $f(x) = 0,375 (x + 4) x = 0,375x^2 + 1,5x = 0,375 (x + 2)^2 - 1,5$

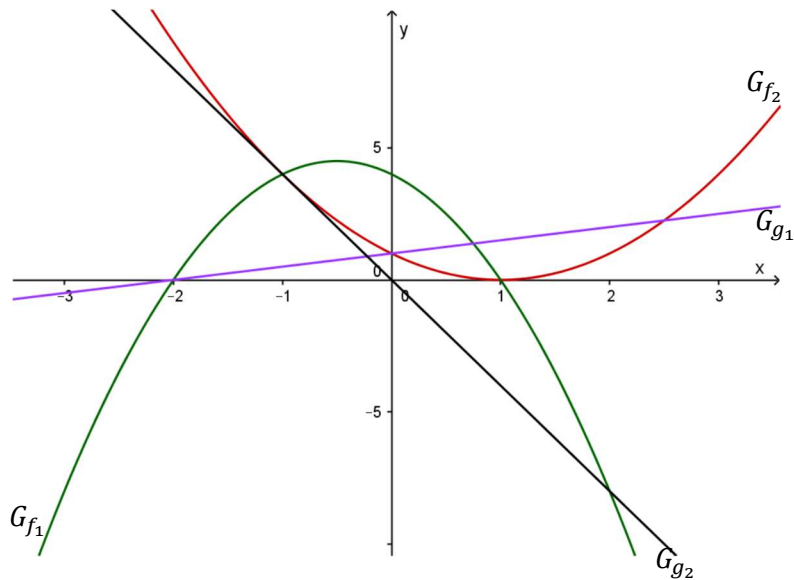


f) $f(x) = \frac{2}{3} (x - 1,5) (x - 7,5) = \frac{2}{3}x^2 - 6x + 7,5 = \frac{2}{3} (x - 4,5)^2 - 6$



55/5

a)



b)

$$G_{f_1} \cap G_{f_2} = \{S_1(-1|4); S_2(1|0)\}$$

$$G_{f_1} \cap G_{g_1} = \{S_1(-2|0); S_2(0,75|1,375)\}$$

$$G_{f_1} \cap G_{g_2} = \{S_1(-1|4); S_2(2|-8)\}$$

$$G_{f_2} \cap G_{g_1} = \{S_1(0|1); S_2(2,5|2,25)\}$$

$$G_{f_2} \cap G_{g_2} = \{S_1(-1|4)\}$$

$$G_{g_1} \cap G_{g_2} = \{S(-\frac{2}{9}|\frac{8}{9})\}$$

55/7

a) $S_1(-1|0); S_2(4|0)$

b) $A = 22$

c) 8

61/4

c) $f(x) = -4 \left(x + \frac{3}{4}\right) \left(x - \frac{5}{2}\right)$

66/8

a) wahr (wenn die Parabel gestaucht ist, dann gilt $-1 < a < 1$, also automatisch auch $a \leq 1$)

b) falsch (Gegenbeispiel: $S(-1|-1) \implies$ Parabel nach links verschoben)

c) falsch (schneidet im Ursprung)

d) wahr (denn dann ist $|a| > 1$)

e) wahr ($f(x) = a(x - x_1)(x + x_1) = a(x^2 - x_0^2) = ax^2 - ax_0^2 \implies S(0|-ax_0^2)$)

f) falsch (Gegenbeispiel: $f(x) = (x - 1)^2 \implies x_s = 1$)

g) wahr (z. B. zeichnerisch begründen; alternativ: Aus der MNF erhält man $x_{1,2} = x_s \pm \sqrt{\frac{-y_s}{a}}$. Da es zwei x-Achsen Schnittpunkte geben soll, muss also $\frac{-y_s}{a} > 0$ sein. Für $a > 0$ (Parabel nach oben geöffnet) geht das nur dann, wenn $y_s < 0$ ist)

67/9

a) Franziska verwendet die Scheitelform, Duygu die Produktform, und Paul setzt die Koordinaten der drei Punkte in die allgemeine Form ein.

Die ersten beiden Ansätze sind etwa gleich aufwendig, der dritte ist am wenigsten sinnvoll.

b) Alle drei haben Vorzeichenfehler gemacht. Richtig ist:

F: $f(x) = a(x + 2)^2 - 3$; D: $f(x) = a(x + 7)(x - 3)$; P: $+49a - 7b + 3 = 0$ (Rest stimmt)

c) F: $f(x) = 0,12(x + 2)^2 - 3$; D: $f(x) = 0,12(x + 7)(x - 3)$; P: $f(x) = 0,12x^2 + 0,48x - 2,52$

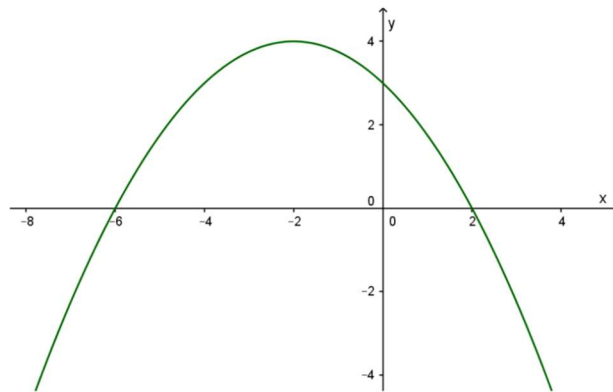
67/10

a) $f(x) = -0,25x^2 - x + 3$

b) $f(x) = -0,25(x-2)(x+6) = -0,25(x+2)^2 + 4$

d) $h(x) = 0,25(x-3)^2 - 3$

c)



67/13

a) $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 4$

b) $f(x) = -(x-0,25)^2 + 1,0625$

c) Ungleichungen:

58/1

$L =]-2; 7[;$ $L =]-\infty; -2] \cup [7; \infty[;$ $L =]0; 4[;$

$L =]-\infty; 0] \cup [4; \infty[;$ $L =]-0,7; 5[$

58/2

$L =]1,5; 4[;$

$L =]-\infty; 1,5] \cup [4; \infty[;$

$L =]-\infty; 2] \cup [5; \infty[$

58/3

a) $f(x) = (x+3)(x-8)$ oder $f(x) = 2(x+3)(x-8)$ oder ...

b) $f(x) = x^2$ oder $f(x) = 2x^2 + 5$ oder ...

c) $f(x) = x^2 + 1$ oder $f(x) = 3x^2 + 1$ oder ...

d) $f(x) = -(x-2)^2$ oder $f(x) = -2(x-2)^2$ oder ...

e) $f(x) = -(x-1)(x-5)$ oder $f(x) = -0,5(x-1)(x-5)$ oder ...

66/5

a) 2; -4; 0 b) $x_1 = \frac{11 + \sqrt{101}}{5} \approx 0,19;$ $x_2 = \frac{11 - \sqrt{101}}{5} \approx 4,21$

c) $N_1(0,4|0), N_2(4|0)$

d) $0,4 < x < 4$

67/11

a) z. B. $f(x) = -x^2 - 1$

b) z. B. $f(x) = (x+3)(x-5)$

68/16

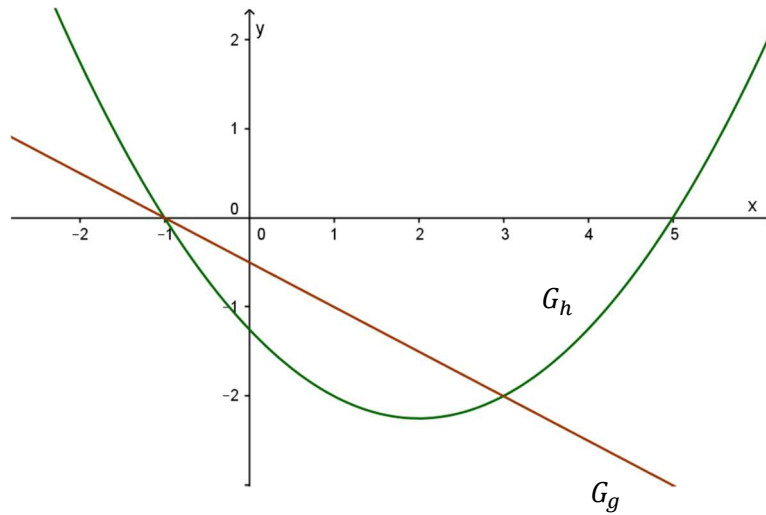
a) $h(x) = 0,25(x-2)^2 - 2,25;$ $S(2|-2,25)$

c) $L =]-\infty; -1] \cup [5; \infty[$

d) $S_1(-1|0), S_2(3|-2)$

e) $L =]-1; 3[$

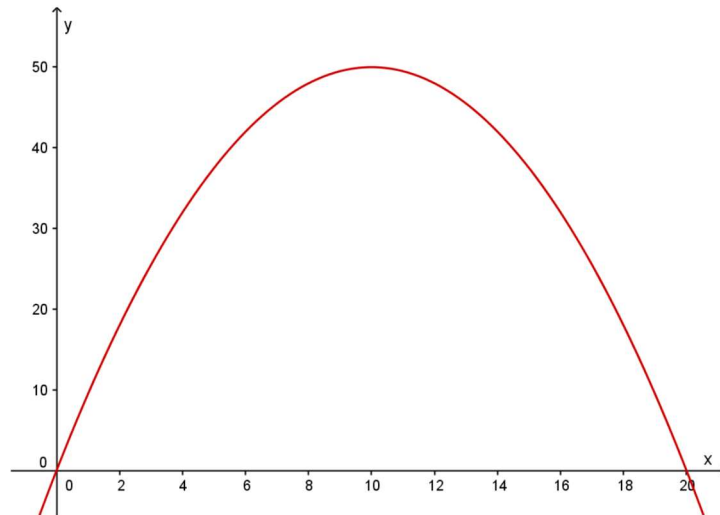
b,d)



d) Anwendungen:

45/9 (T) a) 1,75 J b) 1,3125 J

45/9 (NT)



=> Erlösgrenze: 20 ME; Erlösmaximum bei 10 ME

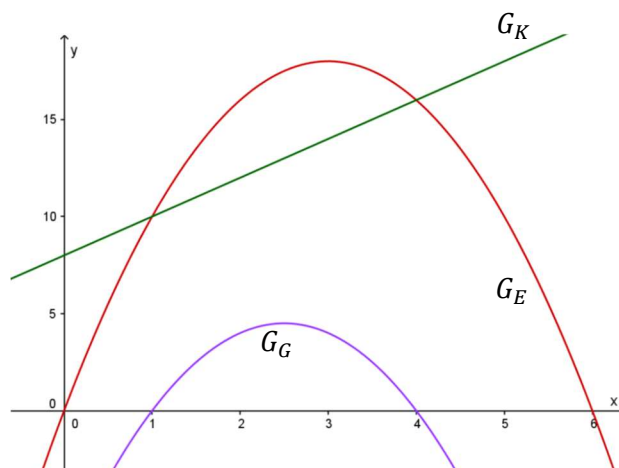
45/10

Diese Aufgabe finde ich reichlich albern... wem's Spaß macht, der kann das gerne mal selbst machen; eine allgemeine Lösung ist hier sowieso nicht angebbbar.

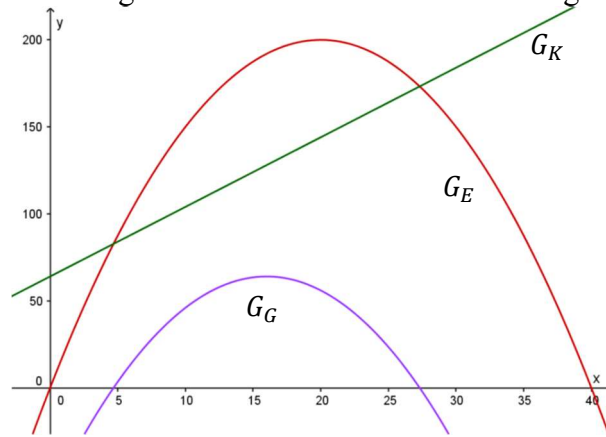
55/6 (T) a) $\approx 9,83$ (m) b) ja c) $\approx 9,75$ (m) bzw. $\approx 9,92$ (m)

55/6 (NT)

a) $x = 1$ oder $x = 4$



b) $x \approx 5$ oder $x \approx 27$ (Runden auf eine ganze Zahl ist bei Produktionsmengen sinnvoll!)



c) $x = 1$ oder $x = 4$ bzw. $x \approx 5$ oder $x \approx 27$
Nullstellen von G = Schnittstellen von K und E

61/5 $f(x) = -0,025x^2 + 0,275x + 1,05$; etwa 1,81 m hoch; 5,5 m vom Netz

61/7

O₁: $f(x) = -\frac{7}{25}(x^2 - 25)$

O₂: $f(x) = -\frac{7}{25}x(x - 10)$

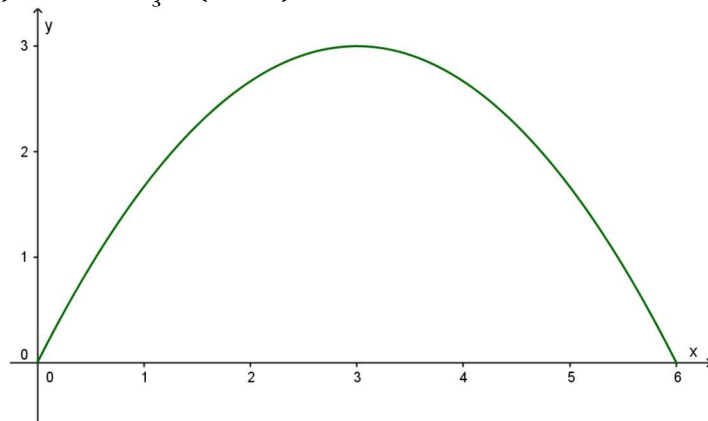
O₃: $f(x) = -\frac{7}{25}x^2$

O₄: $f(x) = -\frac{7}{25}(x - 1)(x - 11)$

61/8 $f(x) = -x^2 + 9x$

61/9 $G(x) = -0,4x^2 + 4,6x - 9$; Gewinn für $2,5 < x < 9$; $G_{\max} = 4,225$

61/10 $f(x) = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 3 = -\frac{1}{3}x(x - 6)$



67/14 12 m

67/15

a) Anfangspreis: 30; pro Preissenkung 0,25 € weniger $\Rightarrow$ Preis in €: $30 - 0,25s$

Besucheranzahl am Anfang: 500; pro Preissenkung 10 mehr $\Rightarrow$ Besucheranzahl: $500 + 10s$

Einnahmen = Preis mal Besucheranzahl

b) 21,25 € (dann: 850 Besucher, Einnahmen von 18 062,50 €)

c) 831,25 Besucher

68/17 Annahme: Die y-Achse liegt in der Mitte.

a) $f(x) = -\frac{4}{425}x^2 + 68$ b) $f(x) = -\frac{13}{2000}x^2 + 73$ (mit Pythagoras: x-Abstand = 15 m)

68/19 Zahlenangaben in m??

a) Machen Sie mal.

b) 48 ==> Skala in x-Richtung: ein Strich entspricht 4

c) 11,52 ==> Skala in y-Richtung: ein Strich entspricht 4

d) 10,24

e) bei $x = 13$ und $x = 35$, Abstand also 22

68/20

Aufgabenstellung unklar, ergibt so keinen Sinn

Gemeint ist evtl., dass $f(x)$ die Bahnkurve beschreiben soll, nicht die Stoßweite?

69/21 (T)

a) In der ersten Sekunde nimmt die Höhe um 5 m ab, in der zweiten Sekunde aber um 15 m.

b) $h(t) = 2500 - 5t^2$

c) Aufgabe so nicht lösbar, zu wenig Angaben

69/21 (NT)

a) $E(x) = -0,3x^2 + 6x$; $G(x) = -0,3x^2 + 5,4x - 16,8$

b) Erlösschwelle: $x = 0$; Erlösgrenze: $x = 20$; Gewinnschwelle: $x = 4$; Gewinnngrenze: $x = 14$

c) maximaler Erlös für $x = 10$; maximaler Gewinn für $x = 9$

69/22

rot: $f(x) = -\frac{4}{9}(x - 2,25)^2 + 4$; $\approx 0,694 \leq x \leq \approx 3,244$

orange: $f(x) = 0,25x + 2,75$; $0,5 \leq x \leq 3,5$

gelb: $f(x) = 2(x - 2)^2 + 2$; $\approx 1,269 \leq x \leq 2,856$

grün: $f(x) = -(x - 2)^2 + 2$; $0 \leq x \leq 4$

Oberarm: $f(x) = 0,75x - 1,25$; $3 \leq x \leq 3,75$

Unterarm: $f(x) = 0,58\bar{3}x - 0,625$; $3,75 \leq x \leq 4,5$

Striche unten: $f(x) = -1$; $\approx 0,268 \leq x \leq \approx 3,732$ und $f(x) = -2$; $0 \leq x \leq 4$

69/23 a) $D =]0; 8[$; $y = -0,75x + 6$; A ist maximal (nämlich 12) für $x = 4$ b) 91 €

69/25 Schinken-Käse: $30 \leq x \leq 75$; Thunfisch: $30 \leq x \leq 70$

70/27 ja; $a = 1,5$

70/29 Auch in Teil (a) muss der Ball schon als Punkt betrachtet werden!

a) 3,04 (tatsächlich: 3,05)

b) $\approx 0,90$; Interpretation: ???

c) Machen Sie mal – viel Spaß!

270/5 $\frac{1+\sqrt{3}}{2} \approx 1,366$

Übungsblatt:

3) a) Breite $x \rightarrow A(x) = -2x^2 + 240x$ c) $A_{\max} = 7200 \text{ (m}^2\text{)}$ für $x = 60 \text{ (m)}$, Länge: 120 (m)

e) Scharen

65/1

a) $a = -1$

b) $x_{1,2} = \pm 1$ unabhängig von $a \implies x_s = 0$ (Scheitel auf y-Achse) $\implies S_a(0|-a)$

c) ??? Was soll man da rechnen? Funktionsterm ist in Scheitelform, man kann die Koordinaten direkt ablesen!

d) $a = -3$

e) Begründung z. B. mit Skizzen ($a < 0$ und $a > 0$ unterscheiden)

rechnerisch: $D = 4 + 4a^2 > 0$ für alle a

f) $a = -0,5$: Tangente mit $B(-1|0)$; $a \neq -0,5$: Sekante

65/2

a) $a < 0$

b) $a = 1$

c) $a = -1$

d) $a = 2$; $B(-1|0)$

e) $p_a(0) = 1$ unabhängig von a

65/3 $k = 5$; $m = 29$

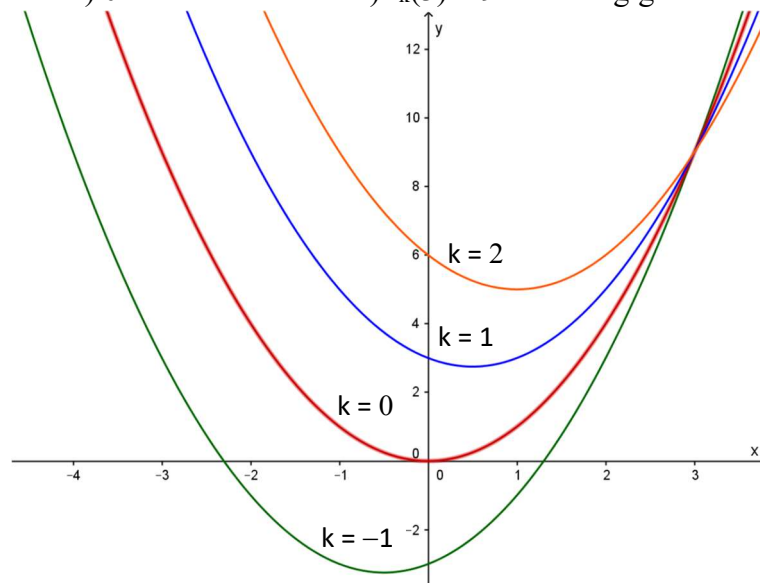
65/4 $b = 2$ oder $b = 10$

65/5

a) $S_k\left(\frac{k}{2} \mid -\frac{k^2}{4} + 3k\right)$

c) $0 < k < 12$

d) $f_k(3) = 9$ unabhängig von k



e) Man müsste die allgemeinen Schnittpunkte aller Parabeln berechnen. Dabei kann man z. B. so vorgehen: Man schneidet die Parabel zu einem beliebig gewählten, aber festen Wert von k (z. B. $k = 0$) mit einer Parabel zu einem allgemeinen Wert von k (aber $k \neq 0$); das Ergebnis muss unabhängig von k sein.

$f_0(x) = f_k(x) \implies \dots x = 3$ unabhängig von $k \implies$ alle Parabeln schneiden sich dort, und, weil es kein anderes Ergebnis gibt, *nur* dort.

f) $x_s = \frac{k}{2} \implies k = 2x_s$; in y_s : $y = -\frac{(2x)^2}{4} + 3 \cdot 2x = -x^2 + 6x$ **nicht im Lehrplan!**

65/6

a) $S_b(b-3|b^2+2)$

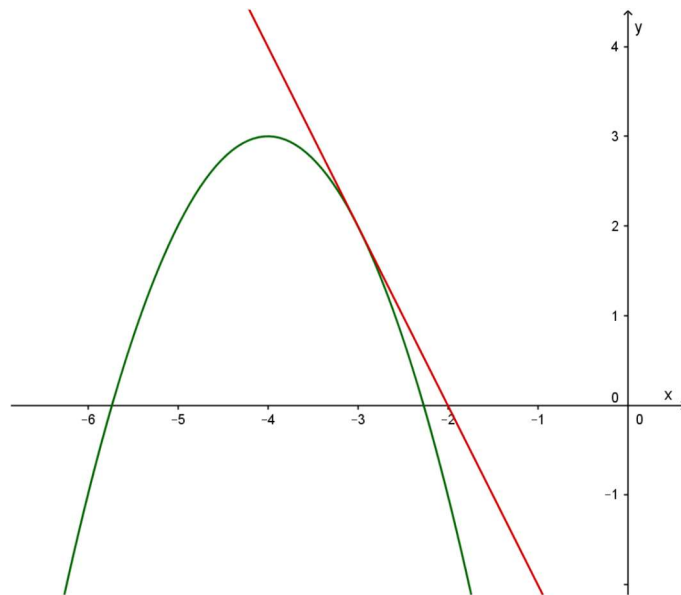
b) $p_{-2,5}(x) = -x^2 - 11x - 22$

c) $b = -1$

d) $p_b(-3) = 2$ unabhängig von b

e) $p_0(x) = -x^2 - 6x - 7$ mit $B(-4,5|-0,25)$ und $p_3(x) = -x^2 + 11$ mit $B(-1,5|8,75)$

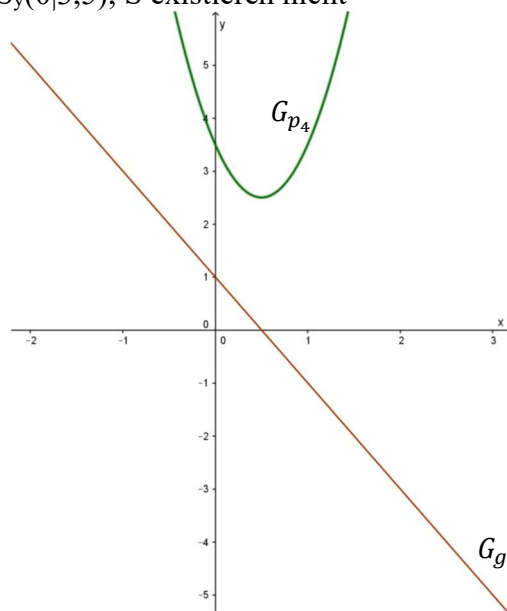
f) $y = -2x - 4$



65/7 grün

69/24

- a) $g: y = -2x + 1$
- b) $a > 0$: nach oben; $a < 0$: nach unten
- c) $S_a\left(\frac{2}{a} \mid -\frac{4}{a} - \frac{1}{2} + a\right)$
- d) $a = -0,5 \implies R(-2|5)$; $a = 2 \implies T(0,5|0)$
- e) $S_4(0,5|2,5)$; N existieren nicht; $S_y(0|3,5)$; S existieren nicht



70/26

a) $f_a(x) = -(x+2)(x-a)$

b) $x_s = \frac{-2+a}{2} = -1 + \frac{1}{2}a$; $y_s = f_a(x_s) = \dots = \frac{1}{4}a^2 + a + 1$

$\implies f_a(x) = -\left(x + 1 - \frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 + a + 1$

allgemeine Form: siehe Zwischenergebnis in Aufgabe

c) Die größere Nullstelle muss ≤ 0 sein $\implies a \leq 0$

d) $a < -4,5$ oder $a > -0,5$: Sekante

$a = -4,5$ oder $a = -0,5$: Tangente; $B(-3|1,5)$ bzw. $B(-1|0,5)$

$-4,5 < a < -0,5$: Passante

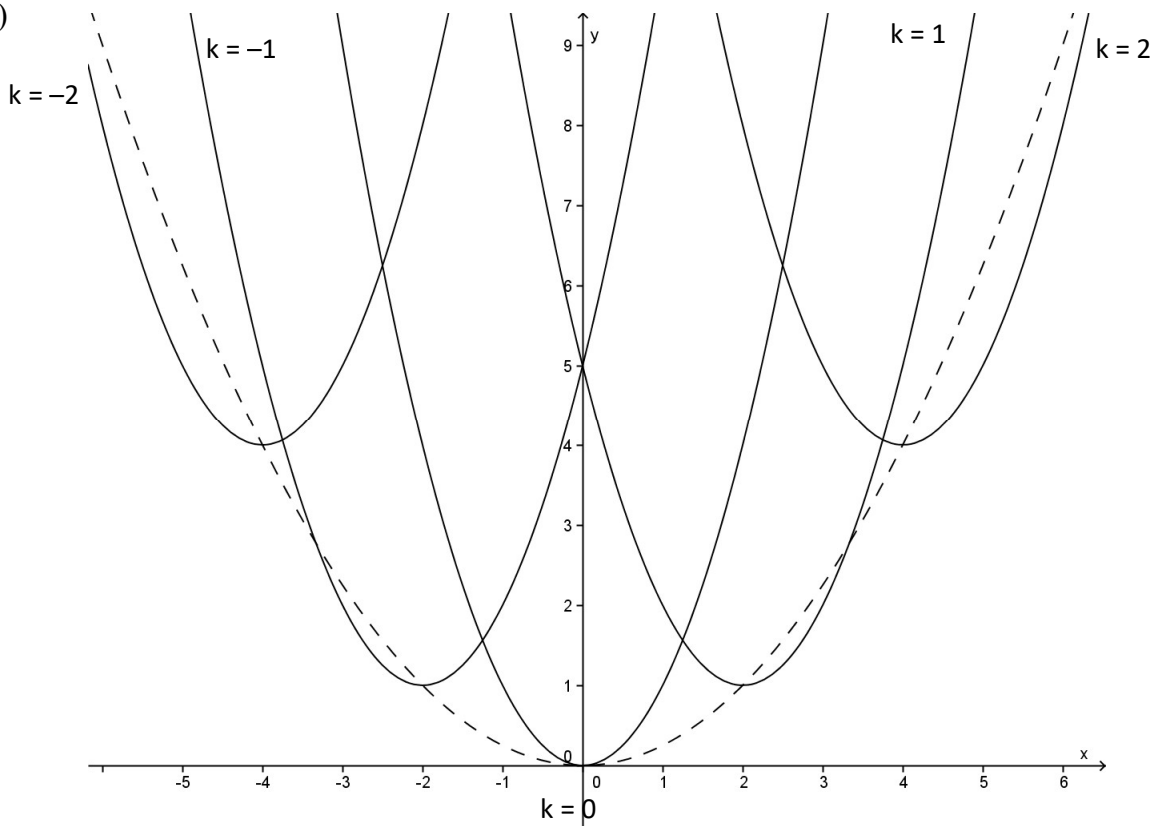
70/28

a) $k = -3$ b) $k < 1,5$: zwei Nullstellen; $k = 1,5$: eine Nullstelle; $k > 1,5$: keine Nullstellen

altes Buch (Bildungsverlag EINS):

90/10 a) $S_k(2k|k^2)$ (b) $y = \frac{1}{4}x^2$

c, d)



100/8

a) zwei/eine/keine Lösung für $k > -\frac{2}{3}$ bzw. $= -\frac{2}{3}$ bzw. $< -\frac{2}{3}$

b) zwei/eine/keine Lösung für $k < 9$ bzw. $= 9$ bzw. > 9

c) immer zwei Lösungen

d) zwei/eine/keine Lösung für $k < 0,75$ bzw. $k = 0,75$ bzw. $k > 0,75$

101/16

a) keine/einen/zwei gemeinsame(n) Punkte für $t > 2$ bzw. $t = 2$ bzw. $t < 2$

b) keine/einen/zwei gemeinsame(n) Punkte für $t > 1$ bzw. $t = 1$ bzw. $t < 1$

c) keine/einen/zwei gemeinsame(n) Punkte für $t < 1$ bzw. $t = 1$ bzw. $t > 1$

d) keine/einen/zwei gemeinsame(n) Punkte für $t < -4,5$ bzw. $t = -4,5$ bzw. $t > -4,5$

e) immer zwei gemeinsame Punkte

102/17

a) $t = 1$; $B(2|5)$

b) $t = 17$; $B(12|-10)$

103/18

a) $y = x + 5,5$ oder $y = -3x + 1,5$

b) $y = x - 1,5$ oder $y = 2x - 2$

c) $y = -1$ oder $y = 10x - 31$

I.7 Potenzfunktionen und –gleichungen, Symmetrie

b) Potenzgleichungen:

108/18 (T) bzw. 104/18 (NT)

a) verachtfacht sich

$$b) v = \sqrt[3]{\frac{P}{cA}}$$