# Aufstellen von Funktionstermen zusammengesetzter Funktionen

$f(x) = g(x) \cdot e^{h(x)} + y_0$ mit g, h höchstens quadratisch; $D_f = \mathbb{R}$

1) g, h linear. Dann kann man den Funktionsterm schreiben als

$$f(x) = (mx + t) \cdot e^{Mx} + y_0$$

(Ein + T im Exponenten ist nicht nötig, da man $e^T$ in die Klammer hineinmultiplizieren könnte, dadurch würden sich also nur die Werte von $m, t$ ändern. Anders gesagt: Zum selben Graphen gibt es unendlich viele verschiedene Funktionsterme mit unterschiedlichen Werten von T; wir nehmen den einfachsten, nämlich den mit T = 0.)

- $y_0$ erhält man sofort aus der Asymptote
- $t$ erhält man dann aus dem y-Achsenabschnitt $t + y_0$
- $m$ erhält man dann aus der Schnittstelle mit der Asymptote: $x_S = -\frac{t}{m}$
- $M$ erhält man dann aus der Extremstelle: $x_E = -\frac{t}{m} - \frac{1}{M} = x_S - \frac{1}{M}$

2) g quadratisch, h linear. Dann kann man den Funktionsterm schreiben als

$$f(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{Mx} + y_0$$

(wie in (1) ist im Exponenten kein + T nötig); dabei setzen voraus, dass es zwei (nicht notwendigerweise verschiedene) Schnittstellen $x_{S1}, x_{S2}$ mit der Asymptote gibt (also $D \geq 0$ ist).

- $y_0$ erhält man sofort aus der Asymptote
- $c$ erhält man dann aus dem y-Achsenabschnitt $c + y_0$
- Aus $x_{S1} \cdot x_{S2} = \frac{c}{a}$ erhält man dann $a$, aus $x_{S1} + x_{S2} = -\frac{b}{a}$ anschließend b.
- Für die Diskriminante der quadratischen Funktion, die im Term der Ableitung steht, ergibt sich $D_E = M^2 \cdot (b^2 - 4ac) + 4a^2$; wegen $D \geq 0$ ist dies sicher > 0, es gibt also zwei Extremstellen. Aus $x_{E1} + x_{E2} = -\frac{b}{a} - \frac{2}{M} = x_{S1} + x_{S2} - \frac{2}{M}$ erhält man dann M.

3) g linear, h quadratisch. Dann kann man den Funktionsterm schreiben als

$$f(x) = (mx + t) \cdot e^{Ax^2 + Bx} + y_0$$

(analog zu (1) ist im Exponenten kein + C nötig); dabei setzen wir voraus, dass es zwei Extremstellen oder eine Terrassenstelle gibt.

- $y_0$ erhält man sofort aus der Asymptote
- $t$ erhält man dann aus dem y-Achsenabschnitt $t + y_0$
- $m$ erhält man dann aus der Schnittstelle mit der Asymptote: $x_S = -\frac{t}{m}$
- Aus $x_{E1} + x_{E2} = -\frac{t}{m} - \frac{B}{2A}$ erhält man dann zunächst $\frac{B}{2A}$.
- Aus $x_{E1} \cdot x_{E2} = \frac{t}{m} \cdot \frac{B}{2A} + \frac{1}{2A}$ erhält man dann A.
- Schließlich erhält man aus $\frac{B}{2A}$ dann B.

4) g quadratisch, h quadratisch. Dann kann man den Funktionsterm schreiben als

$$f(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{Ax^2+Bx} + y_0$$

(analog zu (1) ist im Exponenten kein + C nötig); dabei setzen wir voraus, dass es zwei Schnittstellen mit der Asymptote und drei Extremstellen gibt.

- $y_0$ erhält man sofort aus der Asymptote
- $c$ erhält man dann aus dem y-Achsenabschnitt $c + y_0$
- Aus $x_{S1} \cdot x_{S2} = \frac{c}{a}$ erhält man dann $a$, aus $x_{S1} + x_{S2} = -\frac{b}{a}$ anschließend b.
- Aus $x_{E1} + x_{E2} + x_{E3} = -\frac{B}{2A} - \frac{b}{a} = -\frac{B}{2A} + x_{S1} + x_{S2}$ erhält man dann B/A.
- Aus $x_{E1} \cdot x_{E2} \cdot x_{E3} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{1}{2A} - \frac{c}{a} \cdot \frac{B}{2A}$ erhält man dann A.
- Schließlich erhält man aus B/A dann B.