

## Anwendungsaufgaben zu beschränktem exponentiellem Wachstum / Zerfall

1. Eine Herdplatte kühlt nach dem Ausschalten ab; für ihre Temperatur  $f(t)$  (in °C) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Minuten) gilt dabei:  $f(t) = 22 + 178 \cdot 2^{-c \cdot t}$ . Nach zwei Minuten beträgt ihre Temperatur noch 160°C.

- Ermitteln Sie die Konstante  $c$ , gerundet auf drei Dezimalen.
- Berechnen Sie die Temperatur bei Beobachtungsbeginn.
- Untersuchen Sie, auf welche Temperatur die Herdplatte sich langfristig abkühlen wird.
- Ermitteln Sie auf eine Minute genau, wie lange es dauert, bis die Herdplatte auf 45°C abgekühlt ist.

2. Für die Spannung  $U$  (in Volt) an einem Kondensator, der aufgeladen wird, gilt in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Sekunden):  $U(t) = 100 \cdot (1 - 2,5^{-t})$ ;  $D_U = [0; \infty[$

- Geben Sie an, wie groß die Spannung am Kondensator am Anfang des Ladens ist, und an welche Spannung er sich langfristig annähert.
- Berechnen Sie gerundet auf zwei Dezimalen, zu welchem Zeitpunkt der Kondensator genau halb geladen ist.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $U$  für  $0 \leq t \leq 4$ .

3. Eine Stahlkugel fällt in eine (zähe) Flüssigkeit; für ihre Geschwindigkeit  $v$  (in m/s) in Abhängigkeit von der Zeit  $t \geq 0$  gilt dabei:  $v(t) = 15 \cdot (1 - 1,92^{-t})$ .

- Berechnen Sie  $v(0)$  und geben Sie die Asymptote des Graphen von  $v$  an. Interpretieren Sie die Ergebnisse auch in dem gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt  $t_1$ , an dem  $v(t_1) = 9,0$  gilt, auf 2 Dezimalen genau.
- Skizzieren Sie den Graphen von  $v$  mit Hilfe aller bisherigen Ergebnisse für  $0 \leq t \leq 4$ .

(sehr frei nach Abschlussprüfung 2003)

4. Der Marktwert eines PKW (in €) lässt sich durch die Gleichung  $w(t) = 23000 \cdot 2^{k \cdot t} + 500$  beschreiben, wobei  $t \geq 0$  das Alter des PKW in Jahren angibt. Nach 6 Jahren hat das Fahrzeug 70% des Neupreises an Wert verloren.

- Geben Sie den Neupreis des PKW an.
- Bestimmen Sie den Wert der Konstanten  $k$ , gerundet auf drei Dezimalen.
- Nach 10 Jahren soll das Auto verkauft werden. Ein Händler bietet 3000 €. Ermitteln Sie den Prozentsatz (auf ganze % genau), um den das Händlerangebot unter bzw. über dem Marktwert liegt.
- Das Auto soll nun doch nicht verkauft werden, sondern so lange wie möglich weitergefahren werden. Bestimmen Sie den theoretischen Wert des Autos, wenn es schließlich nach langer Zeit entsorgt wird.

5. Das Grundkapital  $K$  eines Unternehmens (in 1000 €) ändert sich sowohl durch Investitionen als auch durch Abschreibung. In Abhängigkeit von der Zeit  $t \geq 0$  (in Jahren) kann man das Kapital darstellen als:

$$K(t) = a \cdot b^t + K_0$$

- Anfangs betrug das Kapital 150 000 €, nach einem Jahr waren es 152 500 €, langfristig nähert es sich an 200 000 € an. Geben Sie damit den Wert von  $K_0$  an und zeigen Sie, dass sich  $a = -50$  und  $b = 0,95$  ergibt.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt  $t_1$ , zu dem das Kapital 190 000 € beträgt, auf 2 Dezimalen genau.
- Skizzieren Sie den Graphen von  $K$  einschließlich seiner Asymptote mit Hilfe aller bisherigen Ergebnisse für  $0 \leq t \leq 40$ .
- Was würde sich am Funktionsterm und am Verlauf des Graphen ändern, wenn das Anfangskapital 250 000 € wäre und nach einem Jahr nur noch 247 500 € vorhanden wäre?

6. Die Bevölkerung eines Landes nehme im Laufe der Zeit ohne Immigration ab, da es mehr Sterbefälle als Geburten gibt. Zusätzlich gebe es aber noch eine Nettoimmigration; dadurch nähert sich die Bevölkerung langfristig dem Wert 2 Millionen an. Zu Beginn der Beobachtung seien es 1,5 Millionen; die Differenz zum langfristigen Endwert nehme pro Jahr jeweils um 2 % ab. Geben Sie eine Gleichung für die Bevölkerung  $B$  (in Millionen) in Abhängigkeit von der Zeit  $t \geq 0$  (in Jahren) an.