

1999 – AI

1.2.0 Gegeben sind nun die reellen Funktionen

$$g_p : x \mapsto g_p(x); D_{g_p} = \mathbb{R}$$

$$g_p(x) = x^3 - p^2x \quad \text{mit } p \in \mathbb{R}.$$

1.2.1 Untersuchen Sie den Graphen  $G_{g_p}$  der Funktion  $g_p$  in Bezug auf Symmetrie und bestimmen Sie Anzahl und Lage sämtlicher Nullstellen der Funktion  $g_p$  in Abhängigkeit von  $p$ . (7 BE)

2000 – AI

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen

$$f_k : x \mapsto \frac{x^2}{k} - 2x + k \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; D_{f_k} = \mathbb{R}$$

Die Graphen der Funktionen  $f_k$  in einem kartesischen Koordinatensystem heißen  $G_{f_k}$ .

1.1.1 Zeigen Sie, dass die Scheitelpunkte aller Parabeln  $G_{f_k}$  auf der  $x$ -Achse liegen. Geben Sie die Wertemenge  $W_k$  der Funktion  $f_k$  in Abhängigkeit von  $k$  an. (5 BE)

2001 – AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen

$$f_k : x \mapsto f_k(x); D_{f_k} = \mathbb{R}$$

$$f_k(x) = -\frac{1}{4}(x^3 + kx^2 - 2kx - 8) \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}.$$

Der Graph einer solchen Funktion  $f_k$  in einem kartesischen Koordinatensystem heißt  $G_{f_k}$ .

1.1.1 Zeigen Sie, dass  $x_1 = 2$  für alle Werte von  $k$  eine Nullstelle von  $f_k$  ist und zerlegen Sie damit den Term  $f_k(x)$  in ein Produkt mit genau einem Linearfaktor. (5 BE)

$$\text{(Mögliches Teilergebnis: } f_k(x) = -\frac{1}{4}(x^2 + kx + 2x + 4)(x - 2))$$

1.1.2 Untersuchen Sie, für welche Werte von  $k$  die Funktion  $f_k$  neben  $x_1 = 2$  noch mindestens eine weitere Nullstelle besitzt. Achten Sie dabei auch auf die Sonderfälle  $k = -6$  und  $k = 2$ . (9 BE)

1.1.3 Berechnen Sie nun  $k$  so, dass die Funktion  $f_k$  bei  $x_2 = -2$  eine doppelte Nullstelle hat. (3 BE)

2002 – AII

Gegeben sind die reellen Funktionen  $f_a : x \mapsto f_a(x)$ ;  $D_{f_a} = \mathbb{R}$  mit

$$f_a(x) = \frac{1}{8}(a - x) \cdot (x^2 + 4x + 4) \text{ mit } a \in \mathbb{R}.$$

1.1 Ermitteln Sie das Intervall, in dem  $f_a(x) \geq 0$  ist. (4 BE)

2003 – AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen

$$f_a : x \mapsto f_a(x); D_{f_a} = \mathbb{R} \text{ mit } f_a(x) = \frac{1}{2a^2}(x^3 - 6ax^2 + 8a^2x) \text{ mit } a \in \mathbb{R} \wedge a > 0.$$

Der Graph einer solchen Funktion  $f_a$  heißt  $G_{f_a}$ .

1.1 Begründen oder widerlegen Sie folgende Behauptung: Es gibt unter den Funktionen  $f_a$  solche mit genau einer Nullstelle. (4 BE)

2004 – AI

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen  $f_k : x \mapsto \frac{1}{27}(x+3)^2 \cdot (x^2 + k)$  mit  $k \in \mathbb{R}$  und  $D_{f_k} = \mathbb{R}$ . Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_k}$  bezeichnet.

1.1 Es sei zunächst  $k \neq -9$ . Ermitteln Sie in Abhängigkeit von  $k$  die Lage der Nullstellen sowie deren Vielfachheit. Unterscheiden Sie dabei die Fälle  $k > 0$ ,  $k = 0$  und  $k < 0$ . (7 BE)

Für alle folgenden Teilaufgaben ist  $k = -9$  und  $f_{-9}(x) = \frac{1}{27}(x+3)^2 \cdot (x^2 - 9)$ .

1.2 Zeigen Sie, dass  $f_{-9}$  eine einfache und eine dreifache Nullstelle besitzt. Geben Sie jeweils auch die Lage dieser Nullstellen an. (3 BE)

2004 – AII

1.0 Gegeben sind die Funktionen  $f_a : x \mapsto \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - ax + 3a$  mit  $a \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$  in der Definitionsmenge  $D_{f_a} = \mathbb{R}$ . Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_a}$  bezeichnet.

1.2 Weisen Sie nach, dass sich der Funktionsterm  $f_a(x)$  auch in der Form  $f_a(x) = \frac{1}{9}(x-3)(x^2 - 9a)$  schreiben lässt und bestimmen Sie Anzahl und Lage der Nullstellen der Funktion  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$ .

Hinweis: Führen Sie eine geeignete Fallunterscheidung durch. (8 BE)

2005 – AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen  $f_a : x \mapsto \frac{1}{4a}x^4 - 2x$  mit  $a \in \mathbb{R} \wedge a > 0$  und  $D_{f_a} = \mathbb{R}$ . Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_a}$  bezeichnet.

1.1 Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$  an. (2 BE)

1.2 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion  $f_a$  und geben Sie auch die zugehörigen Vielfachheiten an. (4 BE)

2007 – AI

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen

$$f_k : x \mapsto \frac{1}{3} \cdot (x^3 - 2kx^2 + k^2x) \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \wedge k \geq 0 \quad \text{und } D_{f_k} = \mathbb{R}.$$

Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_k}$  bezeichnet.

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion  $f_k$  in Abhängigkeit von  $k$ . Geben Sie auch die zugehörigen Vielfachheiten an. (5 BE)

2007 – AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen  $f_k : x \mapsto \frac{1}{8} \cdot (x^2 - k)(x^2 - 4)$   $k \in \mathbb{R}$  und  $D_{f_k} = \mathbb{R}$ .

Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_k}$  bezeichnet.

- 1.1 Begründen Sie folgende Aussage: Für jeden Parameter  $k$  mit  $k < 0$  schneidet der Graph  $G_{f_k}$  die  $x$ -Achse zweimal, berührt sie jedoch nicht. (3 BE)
- 1.2 Untersuchen Sie den Graphen  $G_{f_k}$  auf Symmetrie. (2 BE)
- 1.4 Ermitteln Sie denjenigen Wert von  $k$ , für den der Graph  $G_{f_k}$  die  $x$ -Achse an der Stelle  $x_1 = 2$  berührt. (3 BE)

2008 – AII

1.0 Gegeben ist die reelle Funktion

$$f_k : x \mapsto -\frac{k^2}{16}x^4 + \frac{k}{2}x^3 \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \wedge k > 0 \quad \text{und } D_{f_k} = \mathbb{R}.$$

Der Graph wird mit  $G_{f_k}$  bezeichnet.

- 1.1 Bestimmen Sie Lage und Vielfachheit der Nullstellen der Funktion  $f_k$ . Untersuchen Sie den Graphen  $G_{f_k}$  auf Symmetrie. (5 BE)
- 2.0 Gegeben ist nun die reelle Funktion  $h : x \mapsto -\frac{1}{4}x^4 + x^3$  mit  $D_h = \mathbb{R}$ .  
Der Graph dieser Funktion wird  $G_h$  genannt.
- 2.1 Begründen Sie kurz, dass  $h(x) = f_2(x)$  gilt und berechnen Sie dann für  $k \neq 2$  die  $x$ -Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen  $G_{f_k}$  und  $G_h$ . (7 BE)

2009 – AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen

$$f_k : x \mapsto x \cdot \left( \frac{x^2}{k} - k - 1 \right) \quad \text{mit } k \in \mathbf{R} \wedge k \neq 0 \quad \text{und } D_{f_k} = \mathbf{R}.$$

Der Graph einer solchen Funktion wird mit  $G_{f_k}$  bezeichnet.

- 1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion  $f_k$  in Abhängigkeit von  $k$ . Geben Sie auch die zugehörigen Vielfachheiten an. (8 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie die Werte von  $k$  so, dass der jeweils zugehörige Graph  $G_{f_k}$  durch den Punkt  $P(-3 | 3)$  geht. (4 BE)

2010 – AI

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen  $f_a: x \mapsto -\frac{1}{8}x(x-a)(x-5)^2$  mit  $D_{f_a} = \mathbb{R}$  und  $a \in \mathbb{R}$ .

1.1 Ermitteln Sie in Abhängigkeit von  $a$  die Anzahl, Lage und Vielfachheiten der Nullstellen von  $f_a$ . (5 BE)

1.2 Bestimmen Sie  $a \in \mathbb{R}$  so, dass der Punkt  $P\left(4 \mid -\frac{1}{2}\right)$  auf dem Graphen der Funktion  $f_a$  liegt. (3 BE)

2010 – AII

2.0 Gegeben ist die reelle Funktion  $f: x \mapsto \frac{3}{16}(x^3 - 7x^2 + 8x + 16)$  und die reellen

Funktionen  $g_a: x \mapsto \frac{1}{8}(ax^4 - 4x^3)$  mit  $a \in \mathbb{R} \wedge a > 0$  und  $D_f = D_{g_a} = \mathbb{R}$ . Die Graphen werden mit  $G_{g_a}$  bezeichnet.

2.3 Berechnen Sie  $a$  so, dass die Graphen  $G_f$  und  $G_{g_a}$  bei  $x = 4$  einen gemeinsamen Punkt besitzen. (2 BE)

# Lösungen

1999 – AI

1.2.1 symmetrisch zum Ursprung (nur ungerade Exponenten)

Nullstellen:

$$x^3 - p^2x = 0 \rightarrow x(x^2 - p^2) = 0 \rightarrow x(x+p)(x-p) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = p; x_3 = -p$$

Fallunterscheidung:

1)  $p = 0$ :  $x_{1,2,3} = 0$  dreifach

2)  $p \neq 0$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = p$ ;  $x_3 = -p$  alle einfach

2000 – AI

1.1.1  $f_k(x) = \frac{1}{k}(x^2 - 2kx + k^2) = \frac{1}{k}(x - k)^2 \rightarrow S(k|0) \rightarrow$  liegen alle auf der x-Achse

Fallunterscheidung:

1)  $k > 0 \rightarrow \frac{1}{k} > 0 \rightarrow$  Parabel ist nach oben geöffnet  $\rightarrow W_k = \mathbb{R}^+_0$

2)  $k < 0 \rightarrow \frac{1}{k} < 0 \rightarrow$  Parabel ist nach unten geöffnet  $\rightarrow W_k = \mathbb{R}^-_0$

2001 – AII

1.1.1  $f_k(2) = -\frac{1}{4}(2^3 + k \cdot 2^2 - 2k \cdot 2 - 8) = -\frac{1}{4}(8 + 4k - 4k - 8) = 0 \rightarrow x_1 = 2$  ist Nullstelle

Polynomdivision:  $(x^3 + kx^2 - 2kx - 8) : (x - 2) = x^2 + (k + 2)x + 4$   
 $-(x^3 - 2x^2)$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ (k + 2)x^2 - 2kx \\ -(k + 2)x^2 + 2(k + 2)x \\ \text{-----} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 8 \\ -(4x - 8) \\ \text{-----} \end{array}$$

0

$$\rightarrow -\frac{1}{4}(x^3 + kx^2 - 2kx - 8) = -\frac{1}{4}(x^2 + (k + 2)x + 4)(x - 2)$$

1.1.2

$$x^2 + (k + 2)x + 4 = 0 \rightarrow x_{2,3} = \frac{-(k + 2) \pm \sqrt{(k + 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-k - 2 \pm \sqrt{k^2 + 4k - 12}}{2}$$

$\rightarrow$  noch weitere Nullstellen, wenn  $k^2 + 4k - 12 \geq 0$

Gleichung lösen:  $k^2 + 4k - 12 = 0 \rightarrow k_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 8}{2} \rightarrow k_1 = -6; k_2 = 2$

z. B. mit Hilfe einer Skizze:  $k^2 + 4k - 12 > 0$  für  $k < -6$  oder  $k > 2$

Fallunterscheidung:

1)  $k < -6$  oder  $k > 2$ : zwei weitere (einfache) Nullst. (nämlich  $x_{2,3} = \frac{-k-2 \pm \sqrt{k^2+4k-12}}{2}$ )

2)  $k = -6$ :  $x_{2,3} = 2 = x_1 \rightarrow$  keine weitere Nullstelle (dafür ist die erste Nullstelle dreifach)

3)  $k = 2$ :  $x_{2,3} = -2 \rightarrow$  eine weitere (doppelte) Nullstelle

( 4)  $-6 < k < 2$ : keine weiteren Nullstellen )

1.1.3 aus 1.1.2:  $k = 2$

2002 – AII

1.1  $\frac{1}{8}(a-x)(x^2+4x+4) \geq 0$ , also  $\frac{1}{8}(-x^3+(a-4)x^2+(4a-4)x+4a) \geq 0$

Gleichung lösen:  $\frac{1}{8}(a-x)(x^2+4x+4) = 0 \rightarrow \frac{1}{8}(a-x)(x+2)^2 = 0 \rightarrow x_1 = a; x_{2,3} = -2$

Fallunterscheidung:

1)  $a = -2 \rightarrow x_{1,2,3} = -2$  dreifach; mittels einer Skizze erhält man:  $f_a(x) \geq 0$  in  $]-\infty; -2]$

2)  $a \neq -2 \rightarrow x_1 = a$  einfach;  $x_{2,3} = -2$  doppelt; mittels Skizzen (unterscheide dabei noch

$a < -2$  und  $a > -2$ !) erhält man:  $f_a(x) \geq 0$  in  $]-\infty; a]$

zusammengefasst gilt also in allen Fällen:  $f_a(x) \geq 0$  in  $]-\infty; a]$

*Anmerkung: Weit schneller geht's so:*

$f_a(x) \geq 0 \rightarrow \frac{1}{8}(a-x)(x+2)^2 \geq 0$ ; da  $\frac{1}{8}(x+2)^2$  immer  $\geq 0$  ist, ist nur die Ungleichung

$a-x \geq 0$  zu lösen; also erhält man sofort  $x \leq a \rightarrow f_a(x) \geq 0$  in  $]-\infty; a]$

2003 – AII

$$1.1 \text{ Nullstellen: } \frac{1}{2a^2}(x^3 - 6ax^2 + 8a^2x) = 0 \rightarrow x(x^2 - 6ax + 8a^2) = 0 \quad (\text{da } \frac{1}{2a^2} \neq 0)$$

$$\rightarrow x_1 = 0 \text{ oder } x^2 - 6ax + 8a^2 = 0 \rightarrow x_{2,3} = \frac{6a \pm \sqrt{(6a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8a^2}}{2 \cdot 1} = \frac{6a \pm 2a}{2}$$

$$\rightarrow x_2 = 4a; \quad x_3 = 2a$$

Da  $a > 0$  ist, sind alle drei Nullstellen immer unterschiedlich  $\rightarrow$  Behauptung ist falsch.

2004 – AI

$$1.1 \quad \frac{1}{27}(x+3)^2 \cdot (x^2 + k) = 0 \rightarrow (x+3)^2 = 0 \text{ oder } x^2 + k = 0 \rightarrow x_{1,2} = -3 \text{ oder } x^2 = -k$$

Fallunterscheidung:

1)  $k > 0$ :  $x_{1,2} = -3$  doppelt; keine weiteren Nullstellen

2)  $k = 0$ :  $x_{1,2} = -3$  doppelt;  $x_{3,4} = 0$  doppelt

3)  $k < 0$ :  $x_{1,2} = -3$  doppelt;  $x_{3,4} = \pm\sqrt{-k}$  beide einfach

$$1.2 \quad \text{mit 1.1: } x_{1,2} = -3; \quad x_{3,4} = \pm\sqrt{-(-9)} = \pm 3 \rightarrow x_{1,2,4} = -3 \text{ dreifach; } x_3 = +3 \text{ einfach}$$

2004 – AII

$$1.2 \quad f_a(x) = \frac{1}{9}(x-3)(x^2 - 9a) = \frac{1}{9}(x^3 - 9ax - 3x^2 + 27a) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - ax + 3a$$

$$\frac{1}{9}(x-3)(x^2 - 9a) = 0 \rightarrow x-3 = 0 \text{ oder } x^2 - 9a = 0 \rightarrow x_1 = 3 \text{ oder } x^2 = 9a$$

Fallunterscheidung:

1)  $a < 0$ :  $x_1 = 3$  einfach; keine weiteren Nullstellen

2)  $a > 0$  und  $a \neq 1$ :  $x_1 = 3$  einfach;  $x_{2,3} = \pm\sqrt{9a}$  beide einfach

3)  $a = 1$ :  $x_{1,2} = 3$  doppelt;  $x_3 = -3$  einfach

*Beachte: Der Fall  $a = 0$  ist in der Angabe ausgeschlossen!*

2005 – AII



1.1  $f_a(x) \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  (da Grad gerade und  $\frac{1}{4a} > 0$ , weil laut Angabe  $a > 0$ )

1.2  $\frac{1}{4a}x^4 - 2x = 0 \rightarrow \frac{1}{4a}x(x^3 - 8a) = 0 \rightarrow x_1 = 0$  einfach oder  $x^3 - 8a = 0$

$\rightarrow x_2 = \sqrt[3]{8a} = 2\sqrt[3]{a}$  einfach (nicht dreifach!!!)

2007 – AI

1.1  $\frac{1}{3}(x^3 - 2kx^2 + k^2x) = 0 \rightarrow x(x^2 - 2kx + k^2) = 0 \rightarrow x(x - k)^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_{2,3} = k$

Fallunterscheidung:

1)  $k = 0$ :  $x_{1,2,3} = 0$  dreifach

2)  $k \neq 0$ :  $x_1 = 0$  einfach;  $x_{2,3} = k$  doppelt

2007 – AII

1.1  $\frac{1}{8} \cdot (x^2 - k)(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x^2 - k = 0$  oder  $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = k$  oder  $x^2 = 4$

für  $k < 0$  hat  $x^2 = k$  keine Lösung  $\rightarrow$  Nullstellen sind nur  $x_{1,2} = \pm 2$  beide einfach

$\rightarrow$  Graph schneidet die x-Achse zweimal, berührt sie aber nirgends.

1.2 ausmultiplizieren:  $f_k(x) = \frac{1}{8}(x^4 - (k + 4)x^2 + 4k)$

nur gerade Exponenten für alle  $k \rightarrow$  symmetrisch zur y-Achse

oder:  $f_k(-x) = \frac{1}{8} \cdot ((-x)^2 - k)((-x)^2 - 4) = \frac{1}{8} \cdot (x^2 - k)(x^2 - 4) = f_k(x) \rightarrow$  symmetrisch zur

y-Achse

1.4  $x_1 = 2$  muss doppelte Nullstelle sein; einfache Nullstelle ist sie sowieso schon (siehe

1.1)  $\rightarrow x^2 = k$  muss nochmals eine einfache Nullstelle bei 2 liefern  $\rightarrow 2^2 = k \rightarrow k = 4$

2008 – AII

$$1.1 \quad -\frac{k^2}{16}x^4 + \frac{k}{2}x^3 = 0 \rightarrow -\frac{k^2}{16}x^3 \cdot \left(x - \frac{8}{k}\right) = 0 \rightarrow x_{1,2,3} = 0 \text{ dreifach; } x_4 = \frac{8}{k}$$

(Anmerkung: die Nullstellen sind für alle  $k$  unterschiedlich)

keine Symmetrie zum KS für alle  $k > 0$  (gerade und ungerade Exponenten)

$$2.1 \quad f_2(x) = -\frac{2^2}{16}x^4 + \frac{2}{2}x^3 = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 = h(x)$$

$$\text{Schnitt: } -\frac{k^2}{16}x^4 + \frac{k}{2}x^3 = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 \rightarrow \left(-\frac{k^2}{16} + \frac{1}{4}\right)x^4 + \left(\frac{k}{2} - 1\right)x^3 = 0$$

$$\rightarrow x^3 \cdot \left(\left(-\frac{k^2}{16} + \frac{1}{4}\right)x + \frac{k}{2} - 1\right) = 0 \rightarrow x_{1,2,3} = 0 \text{ oder } \left(\left(-\frac{k^2}{16} + \frac{1}{4}\right)x + \frac{k}{2} - 1\right) = 0$$

$$\rightarrow \left(-\frac{k^2}{16} + \frac{1}{4}\right)x = -\left(\frac{k}{2} - 1\right) \mid \cdot (-16) \rightarrow (k^2 - 4)x = 8k - 16 \rightarrow x_4 = \frac{8k - 16}{k^2 - 4} = \frac{8}{k + 2}$$

(da  $k \neq 2$ , also  $k^2 - 4 \neq 0$ )

2009 – AII

$$1.1 \quad x \cdot \left(\frac{x^2}{k} - k - 1\right) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ oder } \frac{x^2}{k} - k - 1 = 0 \rightarrow x^2 = k(k + 1)$$

Diese Gleichung hat nur Lösungen für  $k(k + 1) = k^2 + k \geq 0$

Gleichung lösen:  $k(k + 1) = 0 \rightarrow k_1 = -1$  (;  $k_2 = 0$  ausgeschlossen in Angabe)

z. B. mit Hilfe einer Skizze folgt:  $k(k + 1) > 0$  für  $k < -1$  oder  $k > 0$

Fallunterscheidung: (Anmerkung: Der Fall  $k = 0$  ist in der Angabe ausgeschlossen!)

1)  $k < -1$  oder  $k > 0$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = \pm \sqrt{k(k+1)}$  alle einfach

2)  $k = -1$ :  $x_{1,2,3} = 0$  dreifach

3)  $-1 < k < 0$ :  $x_1 = 0$  einfach; keine weiteren Nullstellen

$$1.3 \quad P \text{ einsetzen: } 3 = -3 \cdot \left(\frac{(-3)^2}{k} - k - 1\right) \rightarrow -1 = \frac{9}{k} - k - 1 \rightarrow \frac{9}{k} - k = 0 \rightarrow \frac{9}{k} = k$$

$$\rightarrow k^2 = 9 \rightarrow k_{1,2} = \pm 3$$

2010 – AI

$$1.1 \quad -\frac{1}{8} x(x-a)(x-5)^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = a; x_{3,4} = 5$$

Fallunterscheidung:

1)  $a = 0$ :  $x_{1,2} = 0$ ;  $x_{3,4} = 5$  zwei doppelte Nullstellen

2)  $a = 5$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_{2,3,4} = 5$  zwei Nullstellen: eine einfach, eine dreifach

3)  $a \neq 0$  und  $a \neq 5$ :  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = a$ ;  $x_{3,4} = 5$  drei Nullstellen: zwei einfach, eine doppelt

$$1.2 \quad P \text{ einsetzen: } -\frac{1}{2} = -\frac{1}{8} \cdot 4 \cdot (4-a) \cdot (4-5)^2 \rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cdot (4-a) \cdot (-1)^2 \rightarrow 1 = 4-a$$

$\rightarrow a = 3$

2010 – AII

$$2.3 \quad f(4) = g_a(4) \rightarrow \frac{3}{16} (4^3 - 7 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4 + 16) = \frac{1}{8} (a \cdot 4^4 - 4 \cdot 4^3) \rightarrow 0 = \frac{1}{8} (256a - 256)$$

$\rightarrow a = 1$