Allgemeinere Exponentialfunktionen

(beschränktes Wachstum / beschränkter Zerfall)

Wir betrachten nun Funktionen mit Termen der Form

$$f(x) = a \cdot b^{c \cdot (x-d)} + y_0$$

mit $a, c \in \mathbb{R}\backslash\{0\};\ b \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\};\ d, y_0 \in \mathbb{R}$ und $D_f = \mathbb{R}$.

Wenn b < 1 ist, können wir immer stattdessen als neue Basis $b^{-1} = \frac{1}{b} > 1$ verwenden (Beispiel: $0{,}5^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} =$), also können wir im Folgenden b > 1 voraussetzen.

- |a| gibt die Streckung / Stauchung des Graphen in -Richtung an:

  |a| : ==> Graph steigt/fällt

  |a| : ==> Graph steigt/fällt

  Das Vorzeichen von a gibt die Richtung des Graphen an:

  a > 0: geht nach

  a < 0: geht nach

  D. h. für a < 0 ist der Graph

- |c| gibt die Streckung / Stauchung des Graphen in -Richtung an:

  |c| : ==> Graph steigt/fällt

  |c| : ==> Graph steigt/fällt

  Das Vorzeichen von c gibt die Richtung des Graphen an:

  c > 0: nähert sich der Asymptote an

  c < 0: nähert sich der Asymptote an

  D. h. für c < 0 ist der Graph

- y_0 gibt die Verschiebung in -Richtung an.
  - Der Anfangswert ist dann also nicht mehr a, sondern
  - Die Asymptote ist dann nicht mehr die y-Achse, sondern die waagrechte Gerade .
- d gibt die Verschiebung in -Richtung an

  (Der „Anfangswert“ ist dann also nicht mehr bei 0, sondern bei .)

Vorsicht: Das ist alles nicht eindeutig! Da z. B. $3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 = 9 \cdot 3^x$ gilt, kann man den Graphen dieser Funktion sowohl ansehen als

als auch

$f(x) = a\, b^{c(x-d)} + y_0$ (mit $b > 1$) ➔ waagrechte Asymptote: $y = y_0$; G_f verläuft durch Punkt $(d \mid a + y_0)$