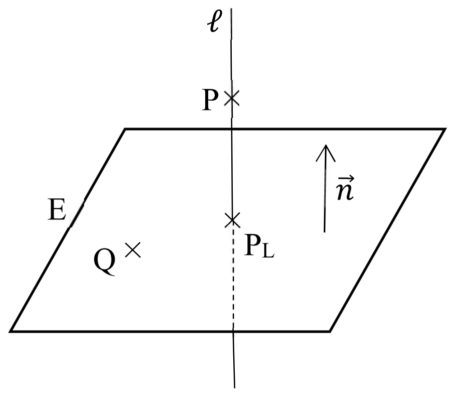
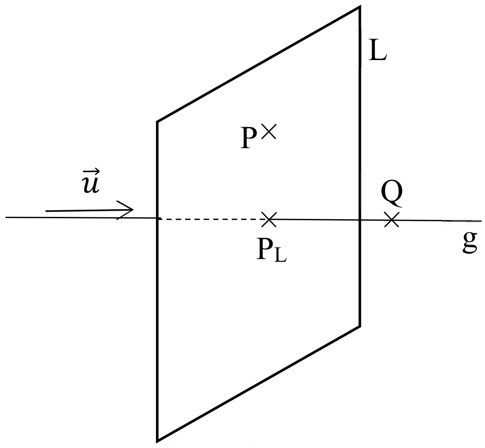
Abstandsberechnungen

1) Gegeben ist eine Ebene E in Koordinaten- oder Normalenform und ein Punkt P; gesucht ist der Abstand von P zu E. Dafür schreibt man kurz d(P;E). Die Gerade ℓ durch P steht senkrecht auf E; man nennt sie <u>Lotgerade</u>. Den Schnittpunkt von ℓ mit E nennt man den <u>Lotfußpunkt</u> P_L zu P.



a) Geben Sie an, welche besonderen Abstand P_L zu P hat, verglichen mit anderen Punkten Q auf E.
b) Geben Sie an, wie man die Gleichung von ℓ aufstellt.
c) Geben Sie an, wie man mithilfe des Punkts P_L den Abstand von P zu E berechnet.
d) Berechnen Sie d(P;E) für E: $2\,x_1 - 3\,x_2 + 6\,x_3 = -48$ und P(–1;3;2).

2) Gegeben ist eine Gerade g und ein Punkt P; gesucht ist der Abstand von P zu g. Dafür schreibt man kurz d(P;g). Die Ebene L durch P steht senkrecht auf g; man nennt sie Lotebene. Den Schnittpunkt von L mit E nennt man auch den Lotfußpunkt P_L zu P.



a) Geben Sie an, welchen besonderen Abstand P_L zu P hat, verglichen mit anderen Punkten Q auf g.
b) Geben Sie an, wie man die Gleichung von *L* (in Normalenform) aufstellt.
c) Geben Sie an, wie man mithilfe des Punkts P_L den Abstand von P zu g berechnet.

d) Berechnen Sie d(P;g) für g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und P(5;–2;1).

3) Überlegen Sie, wie man die folgenden Abstände mit Hilfe der Methoden (1) bzw. (2) nun auch berechnen kann:

- Abstand einer Geraden $g\colon \vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{u}\ (\lambda \in \mathbb{R})$ und einer Ebene E, die zueinander echt parallel sind

  d(g;E) =

- Abstand zweier echt paralleler Ebenen E, F:

  d(E;F) = = mit beliebig gewähltem $\in F$ bzw. $\in E$

- Abstand zweier echt paralleler Geraden $g\colon \vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{u}\ (\lambda \in \mathbb{R})$ und $h\colon \vec{x} = \vec{b} + \mu\vec{v}\ (\mu \in \mathbb{R})$

  d(g;h) = =

- Abstand zweier windschiefer Geraden $g\colon \vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{u}\ (\lambda \in \mathbb{R})$ und $h\colon \vec{x} = \vec{b} + \mu\vec{v}\ (\mu \in \mathbb{R})$

  d(g;h) = mit der Hilfsebene $H\colon \vec{x} = \quad + \lambda \quad + \mu \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$