

Lösungen II.1

a) Die axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit

175/1 a) Alle Wahrscheinlichkeiten sind ≥ 0 , ihre Summe ist 1. b) 16 c) $\frac{3}{8}$

176/16

Axiom 1 erfüllt: alle $P(E)$ sind ≥ 0

Axiom 2 erfüllt: $P(\Omega) = P(\{1;2;3\}) = 1$

Axiom 3 erfüllt: längliches Nachrechnen! insgesamt sind 13 Summen zu überprüfen!

176/17 Es wurde schon gezeigt: $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ gilt für alle Ereignisse. Damit:

$$P(A) > P(B) \implies -P(A) < -P(B) \implies 1 - P(A) < 1 - P(B) \implies P(\bar{A}) < P(\bar{B})$$

b) Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

176/11

a) $P(E_1) = \frac{1}{21}, \dots; P(E_6) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ b) $P(E_7) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ c) $P(E_8) = \frac{11}{21}$ d) $P(E_9) = \frac{5}{21}$

e) $P(E_{10}) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$

176/13 $P(\{1\}) = 0,4; P(\{4\}) = 0,25$

Blatt:

70) $P(A) = P(C) = \frac{6}{17}; P(B) = \frac{3}{17}; P(D) = \frac{2}{17}$

71) $P(A) = P(B) = 0,125; P(C) = P(D) = P(E) = 0,25; a) 0,75 \quad b) 0,25$

175/6 a) 12,5% b) 70% c) 62,5% d) 40%

175/7?

	E_1	\bar{E}_1	Σ
E_2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
\bar{E}_2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Σ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

176/10

a)

	E_1	\bar{E}_1	Σ
E_2	0,1	0,4	0,5
\bar{E}_2	0,3	0,2	0,5
Σ	0,4	0,6	1

b) $\bar{E}_1 = \{3;4;5;6\}; \bar{E}_2 = \{1;5;6\}; E_1 \cup E_2 = \{1;2;3;4\}; \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 = \{5;6\};$

$\bar{E}_1 \cup \bar{E}_2 = \{1;3;4;5;6\}; E_1 \cap \bar{E}_2 = \{1\}; \bar{E}_1 \cap E_2 = \{3;4\}$

c) $P(\bar{E}_1) = 0,6; P(\bar{E}_2) = 0,5; P(E_1 \cup E_2) = 0,8; P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2) = 0,2;$

$P(\bar{E}_1 \cup \bar{E}_2) = 0,9; P(E_1 \cap \bar{E}_2) = 0,3; P(\bar{E}_1 \cap E_2) = 0,4$

c) Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsvariablen

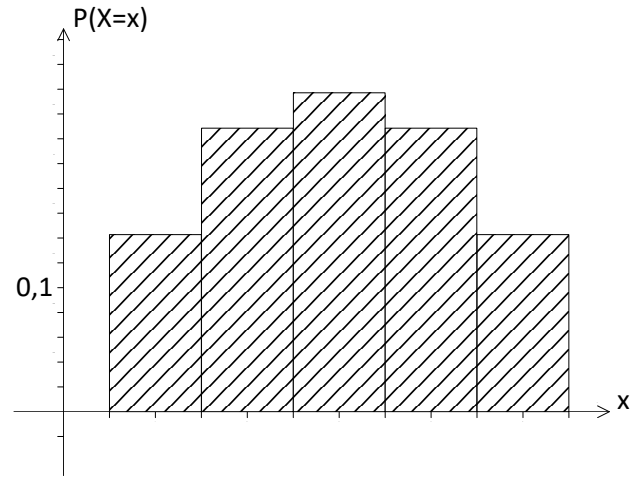
230/7 wenn man voraussetzt, dass jede Woche genau eine der Störungen auftritt: 45%

233/24 rot

4)

x	0	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0	5c	8c	9c	8c	5c	0

$$0 + 5c + 8c + 9c + 8c + 5c + 0 = 1 \rightarrow c = \frac{1}{35}$$



Lösungen II.2

175/2 mit A: „**nur** Anna erhält einen Punkt“, B: „**nur** Berta erhält einen Punkt“ folgt:

a) $P(A) = \frac{14}{36}$; $P(B) = \frac{15}{36}$

b) $P(A) = \frac{6}{36}$; $P(B) = \frac{7}{36}$

175/3 a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

175/4 a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$

175/8 $\frac{1}{36}$ bzw. $\frac{5}{36}$; 7

176/9 Wenn er Geld verliert, dann immer gleich seinen gesamten Einsatz – also ist die Antwort bei (a) und (b) gleich, nämlich $\frac{13}{37}$.

200/12 a) $\approx 9,92 \cdot 10^{-8}$ b) $\approx 4,96 \cdot 10^{-8}$

200/21 a) $\approx 0,229$ b) $\approx 0,703$ c) $\approx 0,920$

200/22 a) $\approx 0,706$

200/23 a) 0,25 b) $\approx 0,00714$ c) 0,0875

200/24 a) $\approx 0,00638$ b) $\approx 0,9999967$ c) $\approx 0,0769$

201/28 a) $\frac{1}{120} \approx 0,83\%$ b) 0

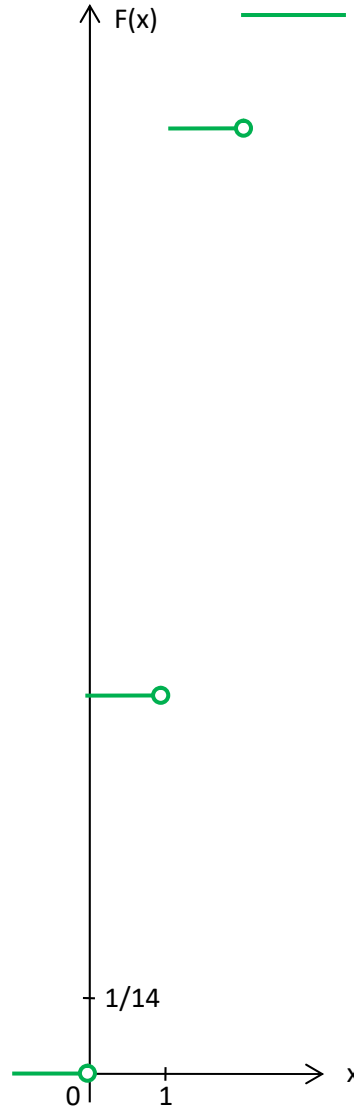
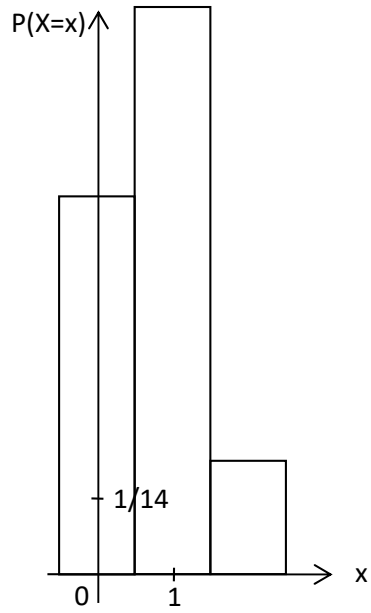
202/34 $\frac{1}{24} \approx 4,17\%$

202/29 a) $\approx 0,0157$ b) $\approx 0,0272$ c) $\approx 0,000903$ d) $\approx 0,0302$

230/1

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

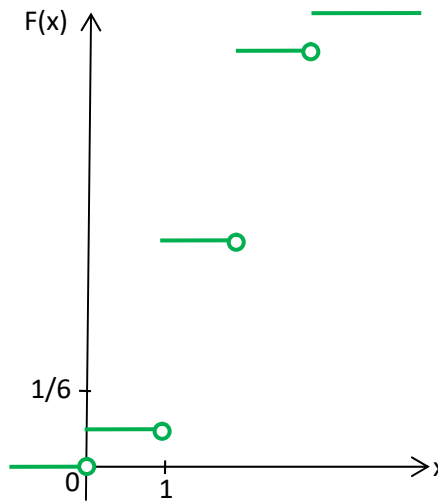
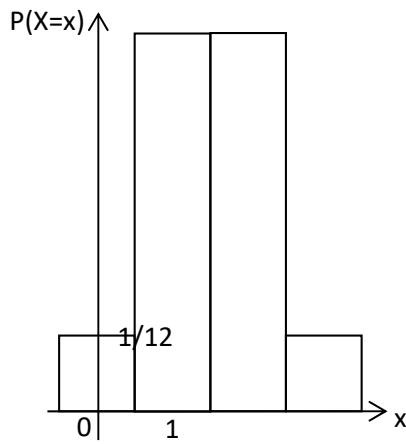
$x \in$	$]-\infty; 0[$	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; \infty[$
$F(x)$	0	$\frac{10}{28}$	$\frac{25}{28}$	1



230/2

x	0	1	2	3
P(X=x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

$x \in$	$]-\infty; 0[$	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 3[$	$[3; \infty[$
F(x)	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{11}{12}$	1

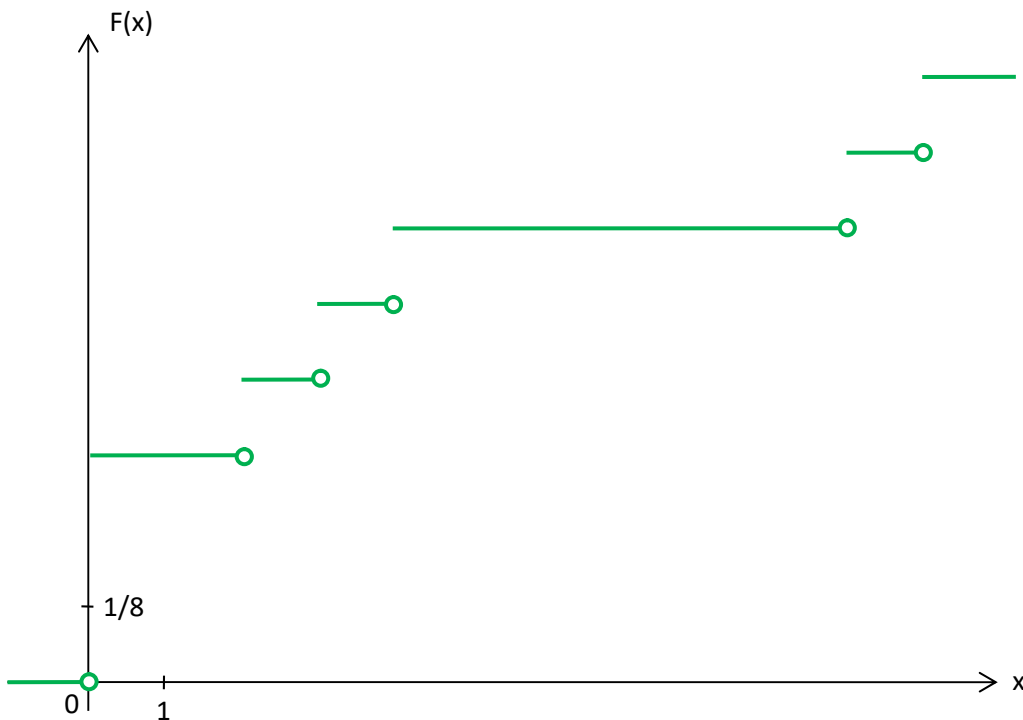
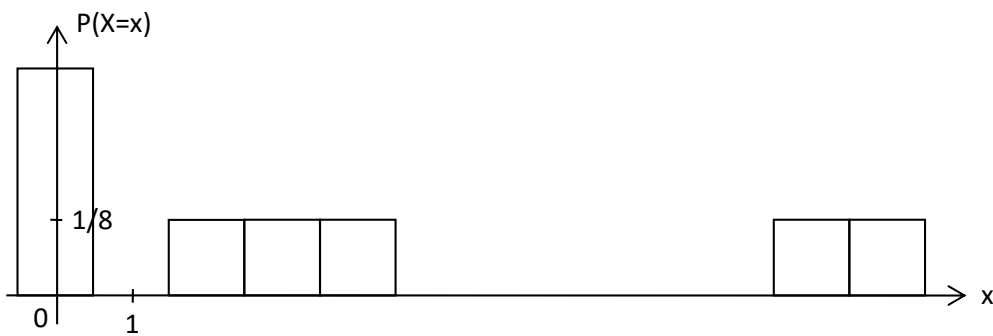


230/3

a)

x	0	2	3	4	10	11
P(X=x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

b)



230/4 Aufgabenstellung unklar: $X = 5$ ist vereinbar mit $X = 2$ und $X = 10!$ i. F. angenommen, dass nur dann 5€, wenn kein Zweier- oder Dreierpasch

x	-3	2	4	5	10
P(X=x)	$\frac{14}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$x \in$	$]-\infty; -3[$	$[-3; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 5[$	$[5; 10[$	$[10; \infty[$
F(x)	0	$\frac{14}{36}$	$\frac{29}{36}$	$\frac{33}{36}$	$\frac{35}{36}$	1

230/5 a) 20

b)

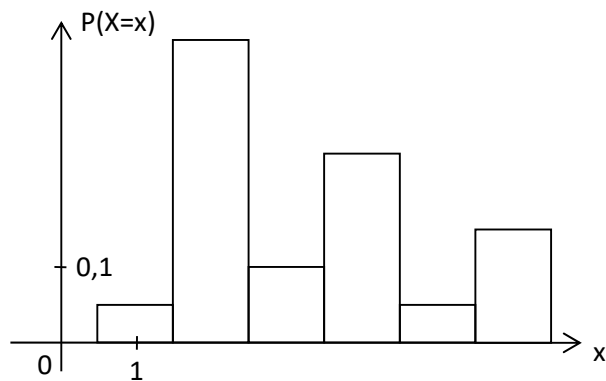
x	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P(X=x)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

$x \in$	$]-\infty; 6[$	$[6; 7[$	$[7; 8[$	$[8; 9[$	$[9; 10[$	$[10; 11[$	$[11; 12[$	$[12; 13[$	$[13; 14[$	$[14; 15[$	$[15; \infty[$
F(x)	0	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{19}{20}$	1

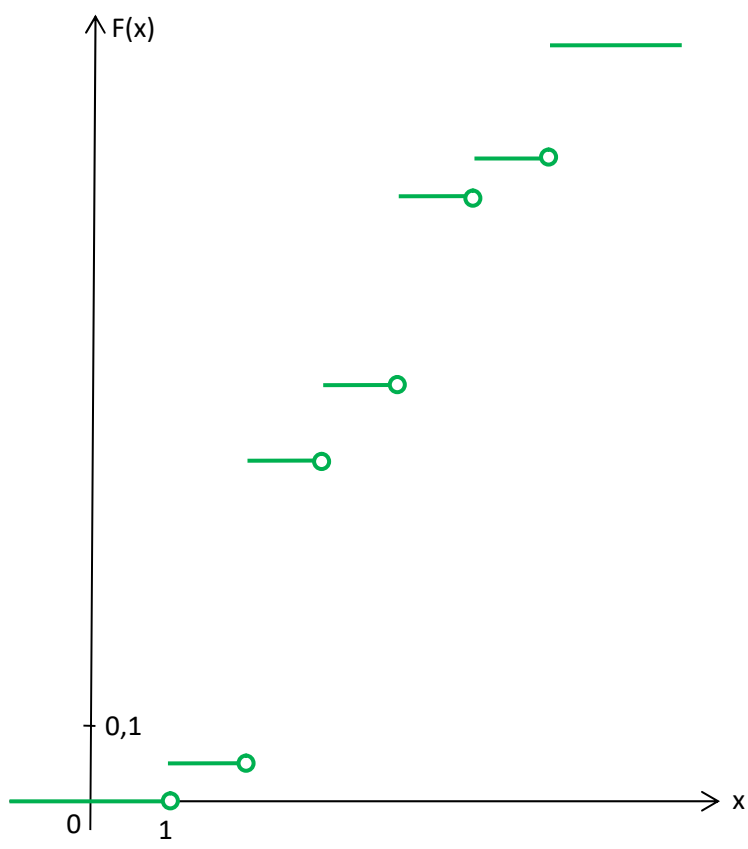
230/6

a)

x	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	$\frac{1}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$

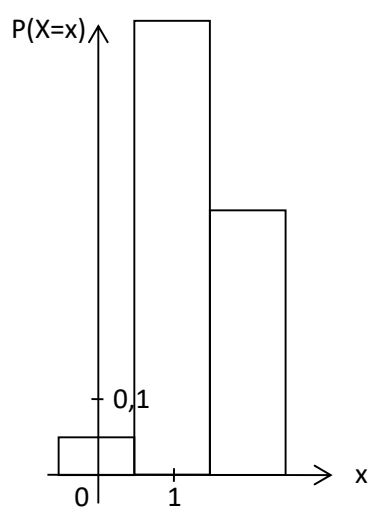


$x \in$	$]-\infty; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 3[$	$[3; 4[$	$[4; 5[$	$[5; 6[$	$[6; \infty[$
$F(x)$	0	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{17}{20}$	1

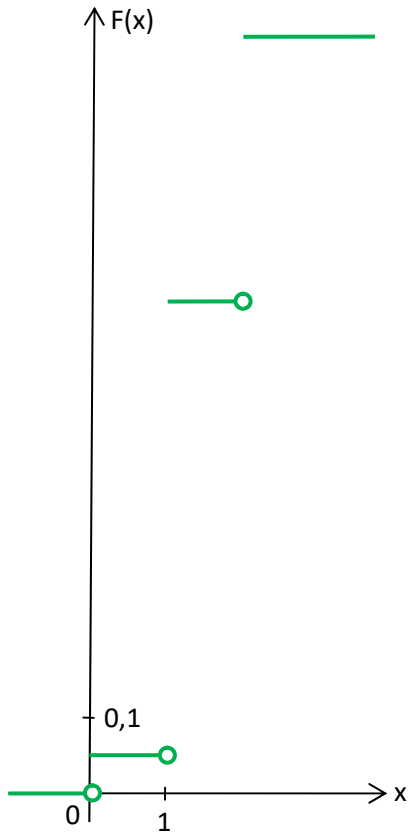


b)

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{7}{20}$

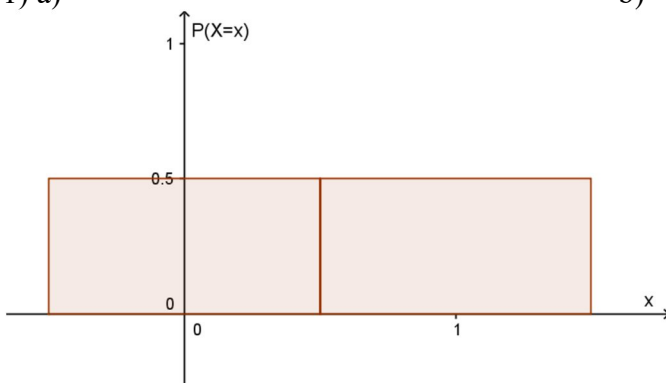


$x \in$	$]-\infty; 0[$	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; \infty[$
$F(x)$	0	$\frac{1}{20}$	$\frac{13}{20}$	1

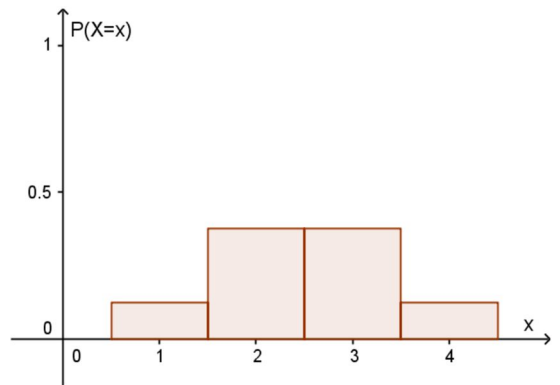


Blatt:

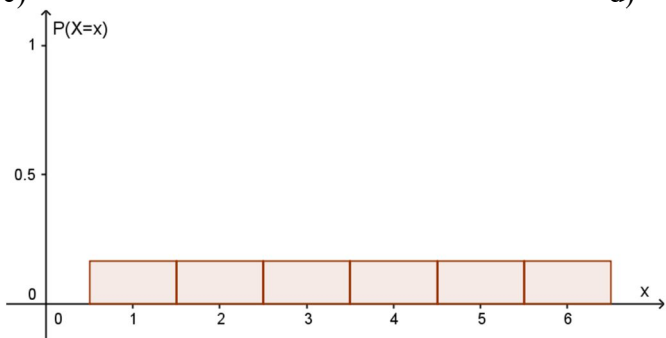
1) a)



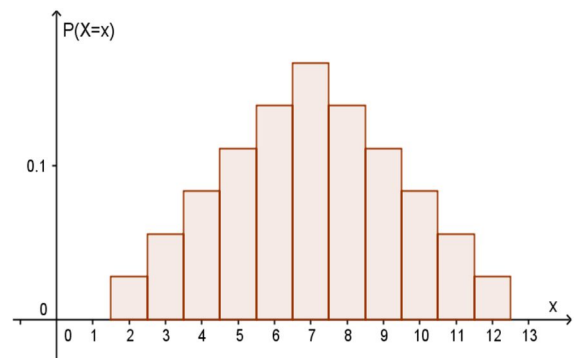
b)



c)



d)



2)

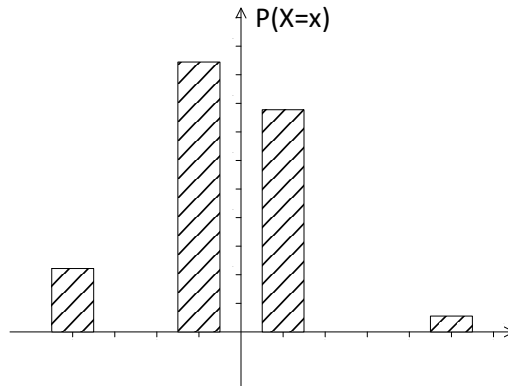
x	5	1	-1	-4
P(X=x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{14}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{4}{36}$

$$P(X < 5) = \frac{14}{36} + \frac{17}{36} + \frac{4}{36} = \frac{35}{36} = F(4)$$

$$\text{bzw.} = 1 - P(X \geq 5)$$

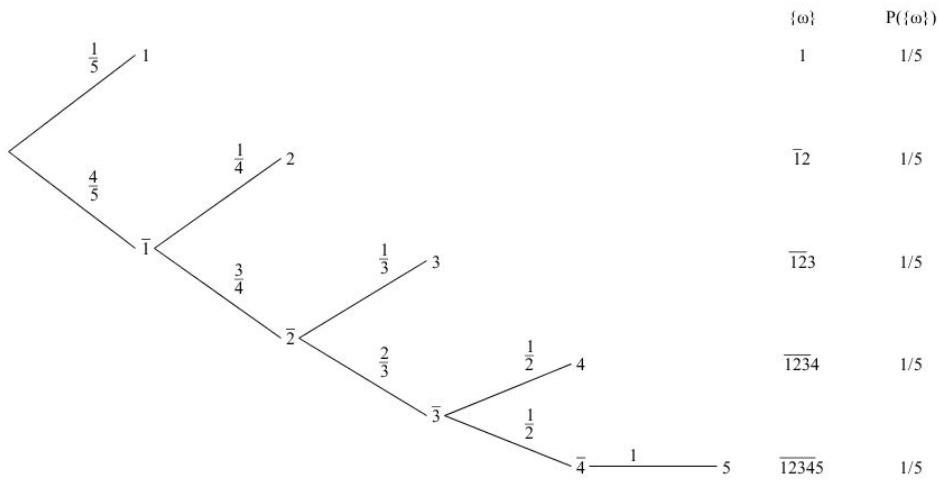
$$P(-1 < X \leq 5) = \frac{14}{36} + \frac{1}{36} = \frac{5}{12} = F(5) - F(-1)$$

$$3) P(\text{„Gewinn“}) = \frac{2}{9}; P(\text{„Verlust“}) = \frac{1}{9}$$

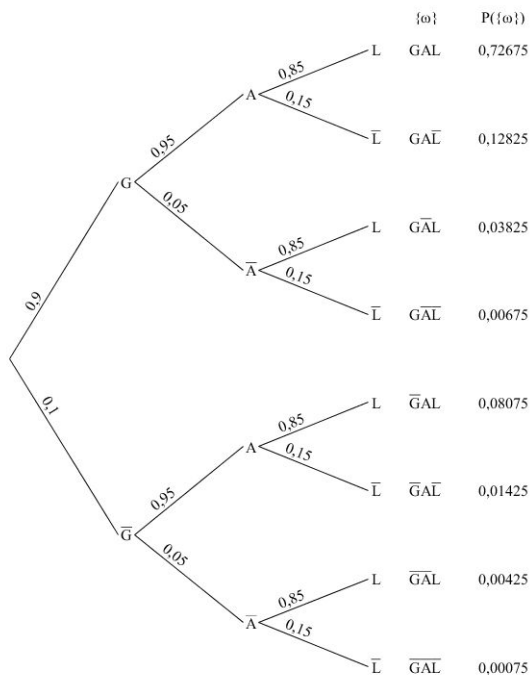


Lösungen II.3

202/36 b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{3}{5}$
a)

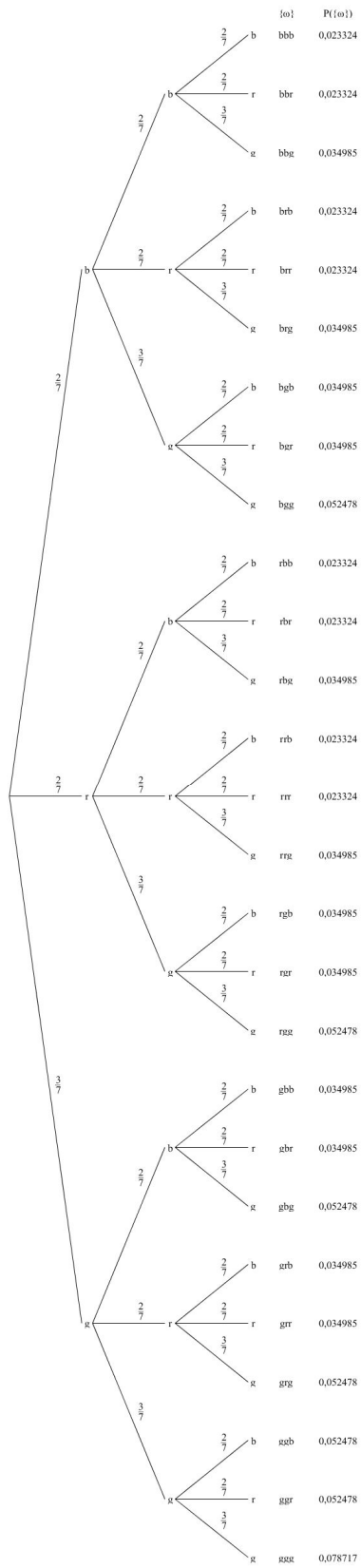


202/37 b) 0,026
a)

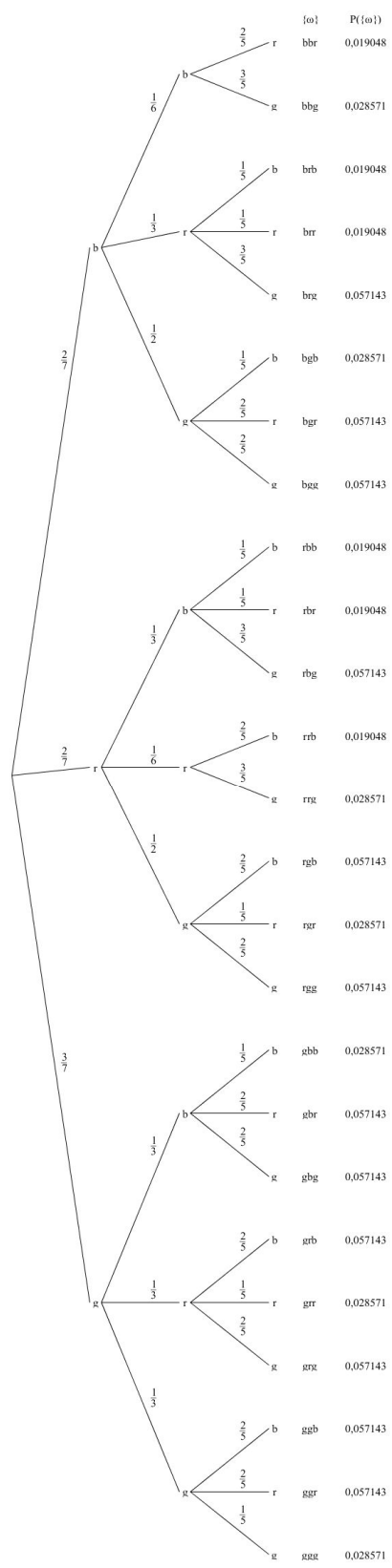


201/27 *Baumdiagramme: nächste Seite*
I. a) $\approx 0,0700$ b) $\approx 0,210$ c) $\approx 0,813$
II. a) $\approx 0,0571$ b) $\approx 0,343$ c) $\approx 0,8857$

I.



II.



Lösungen II.4

a) Bedingte Wahrscheinlichkeiten

$$175/5 \quad \frac{2}{3} \quad 208/1 \quad \frac{4}{9}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{5}{9}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{2}{9}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{7}{12} \quad 208/2 \quad \frac{4}{33} \approx 12\%$$

$$208/3 \quad a) \frac{2}{5} \quad b) \frac{4}{9}$$

$$208/4 \quad a) \frac{1}{2} \quad b) \frac{1}{2} \quad c) \frac{4}{9} \quad d) \frac{2}{9} \quad 208/5 \quad a) \frac{1}{2} \quad b) \frac{1}{2} \quad c) \frac{1}{2} \quad d) \frac{1}{4}$$

$$208/6 \quad a) \frac{3}{8} \quad b) \frac{3}{8} \quad c) \frac{3}{8} \quad d) \frac{9}{64} \quad 208/7 \quad a) \frac{3}{8} \quad b) \frac{3}{8} \quad c) \frac{2}{7} \quad d) \frac{3}{28}$$

$$208/8 \quad a) \frac{1}{32} \quad b) \frac{1}{2} \quad c) \frac{1}{16}$$

208/9

$$a) P(\bar{W}) = \frac{5}{9} \quad b) P(W) = \frac{4}{9} \quad c) P(E) = \frac{3}{5} \quad d) P(\bar{E}) = \frac{2}{5} \quad e) P_E(\bar{W}) = \frac{5}{9} \quad f) P_{\bar{E}}(\bar{W}) = \frac{5}{9}$$

$$g) P_E(W) = \frac{4}{9} \quad h) P_{\bar{E}}(W) = \frac{4}{9} \quad i) P_{\bar{W}}(E) = \frac{3}{5} \quad j) P_W(E) = \frac{3}{5} \quad k) P_{\bar{W}}(\bar{E}) = \frac{2}{5}$$

$$208/10 \quad a) \frac{15}{23} \approx 65,2\% \quad b) \frac{25}{97} \approx 25,8\% \quad 209/11 \quad a) \approx 42,2\% \quad b) \approx 99,8\%$$

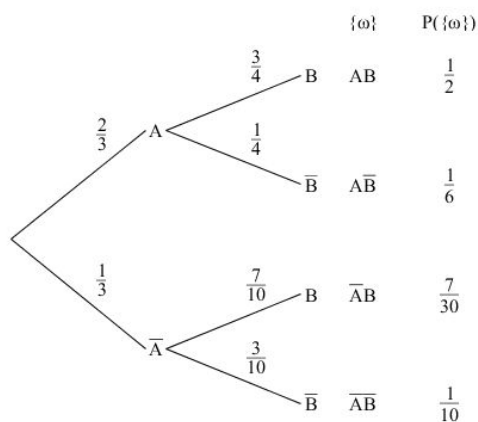
$$209/12 \quad \approx 61,9\% \quad 209/13 \quad \approx 51,3\%$$

209/16

a) c) $\frac{3}{4}$

	A	\bar{A}	Σ
B	15	7	22
\bar{B}	5	3	8
Σ	20	10	1

b)



$$210/21 \quad a) \text{ i) } 15\% \quad \text{ii) } 5\% \quad \text{iii) } 65\% \quad c) \frac{1}{14} \approx 7,1\%$$

b) Stochastische (Un-)Abhängigkeit

202/35

i.F. ist vorausgesetzt, dass das Funktionieren der Bauteile unabhängig voneinander ist!

	B ₁	\bar{B}_1	Σ
B ₂	0,9312	0,0388	0,97
\bar{B}_2	0,0288	0,0012	0,03
Σ	0,96	0,04	1

==> a) 6,88% b) 0,12%

208/4 e) ja

208/5 e) nein

208/6 e) nein

208/7 e) ja

209/14

A, B stochastisch unabhängig: $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$

==> $(1 - P(\bar{A})) \cdot P(B) = P(B) - P(B \cap \bar{A})$

==> $P(B) - P(\bar{A}) \cdot P(B) = P(B) - P(B \cap \bar{A})$

==> $P(\bar{A}) \cdot P(B) = P(\bar{A} \cap B)$

==> \bar{A} , B stochastisch unabhängig

Die anderen beiden Behauptungen folgen ähnlich.

209/15

	B	\bar{B}	Σ
A	0,12	0,18	0,3
\bar{A}	0,28	0,42	0,7
Σ	0,4	0,6	1

209/16 d) nein

209/17 a) falsch b) falsch

209f/18

„Blond“ und „blaue Augen“ sowie „schwarzhaarig“ und „braune Augen“ sind jeweils stochastisch abhängig.

210/19 a) 0,032 b) 0,186 c) nein

210/20 unabhängig bzw. abhängig

210/21 b) nein

Blatt:

9) $A = \{5, 6\}$; $B = \{2, 4, 6\}$; $C = \{1, 2, 3\}$; $D = \{4, 5, 6\}$; $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $F = \{1, 2, 3, 4\}$

$P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{1}{2}$; $P(D) = \frac{1}{2}$; $P(E) = \frac{5}{6}$; $P(F) = \frac{2}{3}$

a) $A \cap B = \{6\} \neq \{\}$ → vereinbar; $P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \cdot P(B)$ → unabhängig

b) $C \cap D = \{\}$ → unvereinbar; $P(C \cap D) = 0 \neq P(C) \cdot P(D)$ → abhängig

c) $E \cap F = \{1, 2, 3, 4\} \neq \{\}$ → vereinbar; $P(E \cap F) = \frac{2}{3} \neq P(E) \cdot P(F)$ → abhängig

11)

a) $A \cap B = \{1, 4\}$; $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{3}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \cdot P(B) \rightarrow$ unabhängig

b) $P(C) = 0,5 \rightarrow C$ muss 6 Elemente enthalten; unabhängig $\rightarrow P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) = 0,25$
 $\rightarrow A \cap C$ muss 3 Elemente enthalten, d. h. A und C müssen 3 Elemente gemeinsam haben
 also z. B.: $C = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ oder $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ usw. usf.

C enthält 3 Elemente von den 6 aus A und 3 Elemente von den 6 aus \bar{A}

\rightarrow es gibt $\binom{6}{3} \cdot \binom{6}{3} = 400$ Möglichkeiten

c) Die Anzahl der Elemente in $D \cap E$ muss offensichtlich eine natürliche Zahl $0 \leq n \leq 12$ sein, also muss gelten:

$P(D \cap E) = \frac{n}{12}$. Andererseits ist aber $P(D) \cdot P(E) = \frac{9}{16}$. Da dies unmöglich gleich $\frac{n}{12}$ sein kann, sind D und E also abhängig.

18)

a)

	A	\bar{A}	Σ
B	0,2	0,3	0,5
\bar{B}	0,2	0,3	0,5
Σ	0,4	0,6	1

b) A, B unvereinbar $\rightarrow A \cap B = \{\} \rightarrow P(A \cap B) = 0$

	A	\bar{A}	Σ
B	0	0,5	0,5
\bar{B}	0,4	0,1	0,5
Σ	0,4	0,6	1

c) $A \subset B \rightarrow A \cap B = A$ (sieht man z. B. mit einem Venn-Diagramm) $\rightarrow P(A \cap B) = P(A)$

	A	\bar{A}	Σ
B	0,4	0,1	0,5
\bar{B}	0	0,5	0,5
Σ	0,4	0,6	1

Lösungen II.5

a) gegebene Trefferanzahl

202/38 a) $\approx 49,3\%$ b) $\approx 35,2\%$ 202/39 a) $\approx 0,00124$

202/40 a) $\approx 9,54 \cdot 10^{-7}$ b) $\approx 0,17620$ 202/41 a) $\approx 0,34315$

233/21

a) $\approx 0,38742$ ($\approx 0,19371$; $\approx 0,05740$; $\approx 0,01116$)

b) $\approx 0,05765$ ($\approx 0,13691$; $\approx 0,20536$; $\approx 0,21820$)

c) $\approx 0,04644$ ($\approx 0,08293$; $\approx 0,12185$; $\approx 0,15014$)

233/22 a) $\approx 0,37735$ ($\approx 0,18868$; $\approx 0,05958$; $\approx 0,01333$; $\approx 0,00224$)

233/23 Die Tabelle findet sich im TW auf Seite 12.

Wer's selber programmieren will: Formel direkt verwenden, oder Rekursionsformel aus Aufgabe 234/34 benutzen.

234/34

$$\frac{n-k+1}{k} \cdot \frac{p}{q} \cdot P(X = k-1) = \frac{n-k+1}{k} \cdot \frac{p}{q} \cdot \frac{n!}{(k-1)!(n-(k-1))!} \cdot p^{k-1} \cdot q^{n-(k-1)}$$
$$= \frac{n!}{k \cdot (k-1)! (n-k+1)! / (n-k+1)} \cdot p^{k-1+1} \cdot q^{n-k+1-1} = \frac{n!}{k! (n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k} = P(X = k)$$

Wenn man den Hinweis aus der Aufgabe verwendet, wird die Rechnung eher unübersichtlicher!

234/35 $\approx 0,11690$

(Für diese Fragestellung die Rekursionsformel zu verwenden, ist reichlich sinnlos!)

b) Trefferanzahl in gegebenem Bereich

202/39 b) $\approx 0,06109$ c) $\approx 0,12554$ d) $\approx 0,74477$

202/40 c) $\approx 0,41190$ d) $\approx 0,86250$ 202/41 b) $\approx 0,18406$ c) $\approx 0,78139$

233/22 b) $\approx 0,73584$ ($\approx 0,92452$; $\approx 0,98410$; $\approx 0,99743$; $\approx 0,99967$)

233/26 $\approx 0,80421$

233/27 $\approx 0,10181$

233/28 $n = 80$ steht nicht im Tafelwerk; Tabellenkalkulation verwenden!

a) $\approx 0,98240$ ($\approx 0,54446$) b) $\approx 0,53979$ ($\approx 0,01650$)

c) $\approx 0,02844$ ($\approx 0,54446$) d) $\approx 0,96480$ ($\approx 0,54446$)

233/29 a) $\approx 0,00032$ b) $\approx 0,10660$ (Tabellenkalk.!) c) $\approx 0,00606$ d) $\approx 0,00233$

234/30

ja, genügt (die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 20 Wagen dort stehen, ist $\approx 0,99968$)

234/31 a) $\approx 0,98750$ b) $\approx 0,54912$

Blatt:

122) a) 0,03676 b) 0,09588 c) $< 0,000005$ d) 0,68256 e) 0,95995 f) 0,32986
g) 0,28927

h) 0,93583 i) 0,88108 l) 0,86966 m) 0,96550

123) a) 0,06786 b) 0,84811 c) 0,21975 d) 0,95662 e) $2,5 \cdot 10^{-23} \approx 0,00000$

125) a) 0,11241 b) 0,78578 c) 0,10181 d) 0,90874

126) a) 0,04186 b) 0,94054 c) 0,10132 d) 0,44386 e) $\approx 1,00000$

128) a) 0,47934 b) 0,52066 c) 0,90810

130) a) 0,3125 b) 0,8125 c) 0,5 d) 0,03125

131) a) 0,01958 b) 0,08047 c) 0,91953 d) 0,52520

c) Berechnung der Kettenlänge

202/40 e) 5 202/41 d) 3 233/25 a) 4 b) 6 c) 8 d) 9 e) 13 f) 17