Lösungen I.1

a) Grundbegriffe

Blatt:

1) jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments darf im Ergebnisraum nur einmal vorkommen (eindeutige Zuordnung); hier gehört aber z. B. der Ausgang „2 gewürfelt“ sowohl zu den Elementen „2“ als auch „gerade Augenzahl“ des Ergebnisraums

3) Ω = {AA, ABA, ABB, BB, BAB, BAA}
(A bzw. B steht für „Person A bzw. Person B hat Satz gewonnen“)

4) Ω = {JJJ, JJM, JMJ, JMM, MJJ, MJM, MMJ, MMM} (J steht für Junge, M für Mädchen)

6) *(156 Ergebnisse!)*
Ω = {6, 16, 26, 36, 46, 56, 116, 126, ..., 156, 216, 226, ..., 556, 111, 112, ..., 555}

7) Ω = {Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6, K1, K2, K3, K4, K5, K6} (Z steht für Zahl, K für Kopf)

b) Mehrstufige Zufallsexperimente

Blatt:

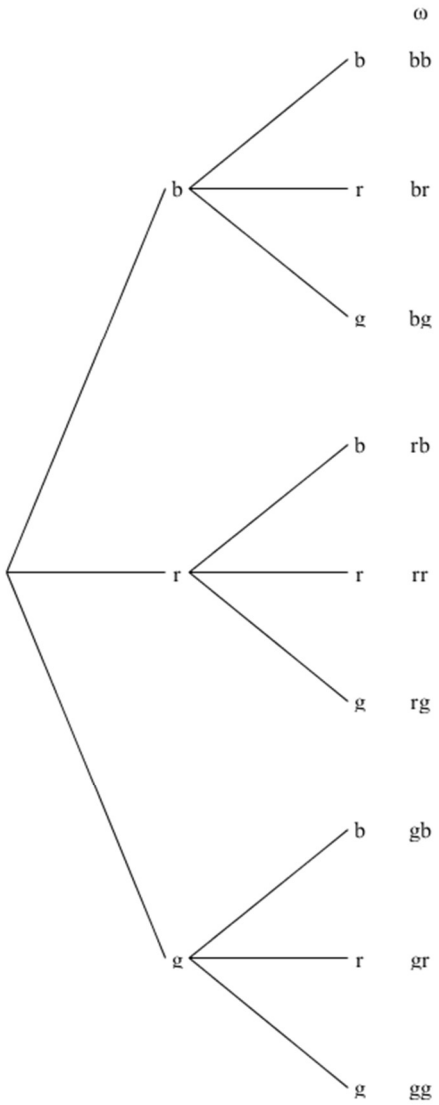
5) a) Ω = {www,wws,wss}
b) Ω = {www,wws,wsw,wss,sww,sws,ssw}
c) Ω = {www,wws,wsw,wss,sww,sws,ssw,sss}

8) a) Ω = {12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45}; $|\Omega| = 10$
b) Ω = {123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 345}; $|\Omega| = 10$
eindeutige Zuordnung zwischen beiden! 2 ziehen ➔ 3 in Urne übrig bzw. umgedreht!

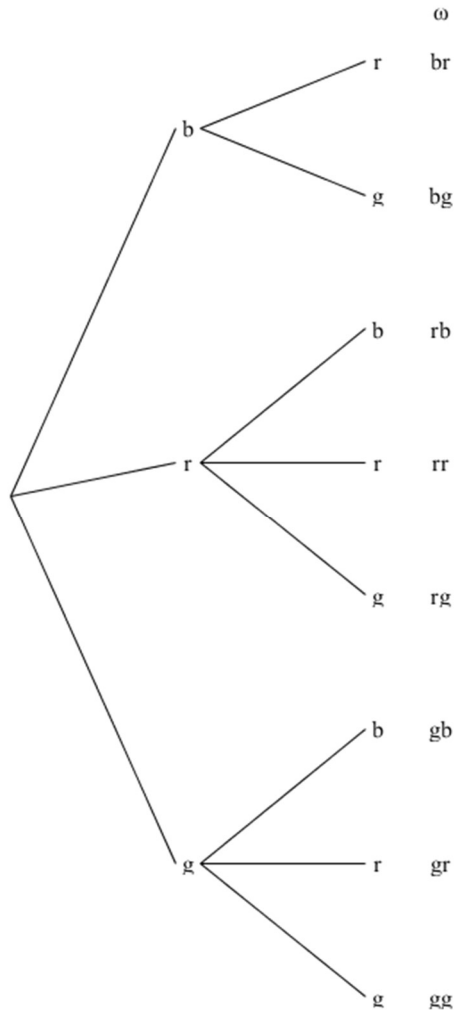
c) Baumdiagramme

147/1

a)



c)



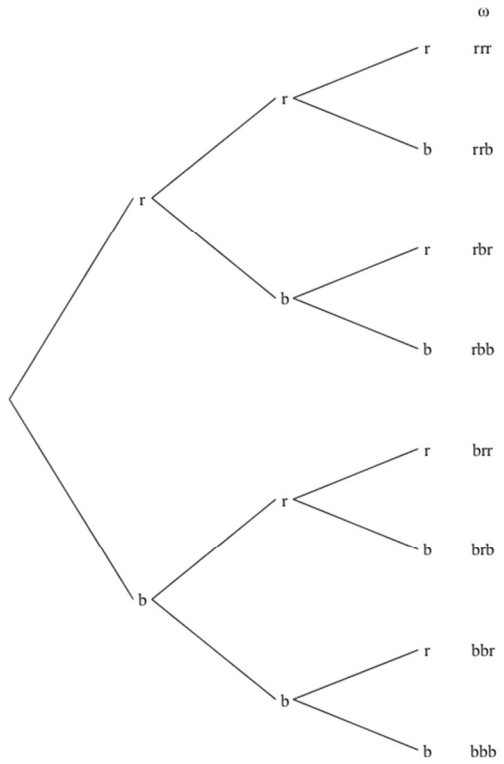
$|\Omega| = 9$

$|\Omega| = 8$

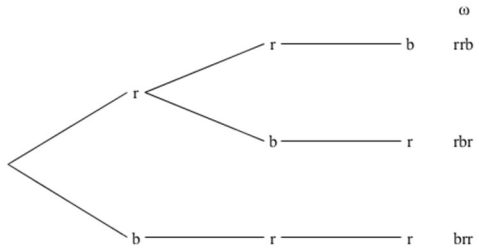
147/2

a) ohne Zurücklegen (nachdem b gezogen wurde, kann es nicht nochmals gezogen werden)

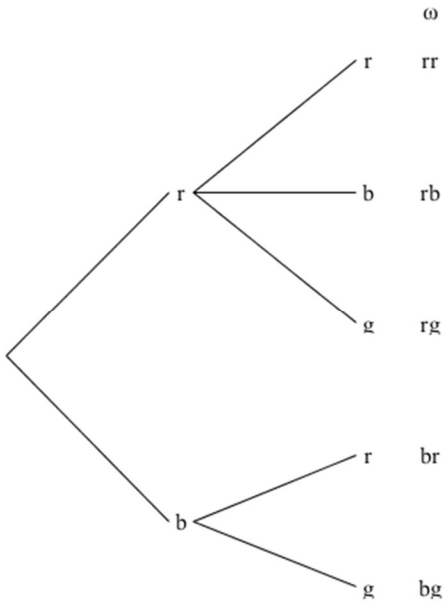
b) mit Zurücklegen:



ohne Zurücklegen:



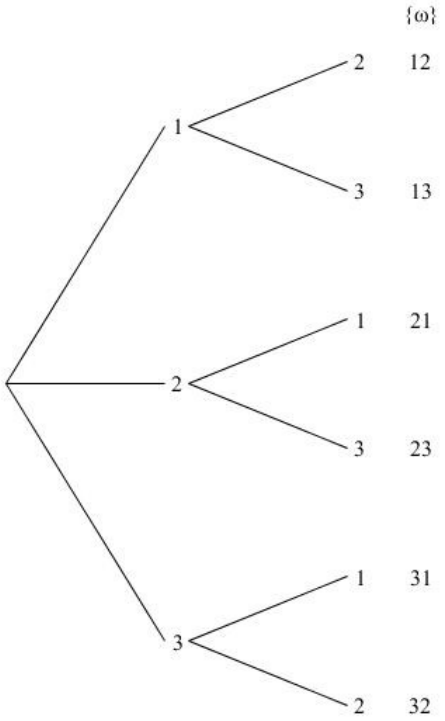
c)



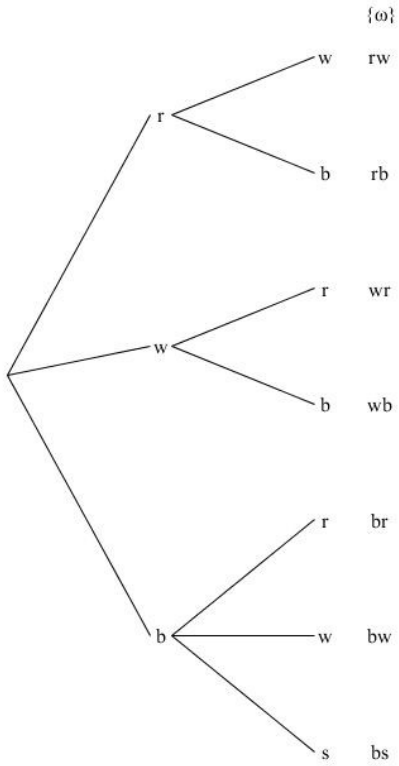
c_1) Ω_1 = {rr, rb, rg, br, bg}

147/3

1.



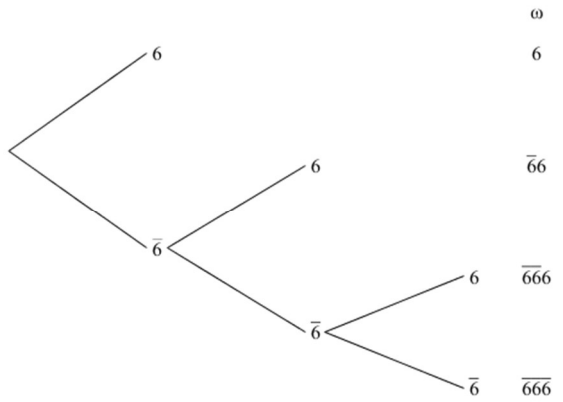
2.



1. Aus einer Urne mit drei Kugeln, die von 1 bis 3 nummeriert sind, werden ohne Zurücklegen nacheinander zwei Kugel entnommen.
2. Eine Urne enthält zunächst eine rote, eine weiße und eine blaue Kugel. Es werden ohne Zurücklegen nacheinander zwei Kugeln entnommen. Ist die erste Kugel blau, so wird nach Entnehmen der ersten Kugel zusätzlich eine schwarze Kugel in die Urne gelegt.

147/4

a)



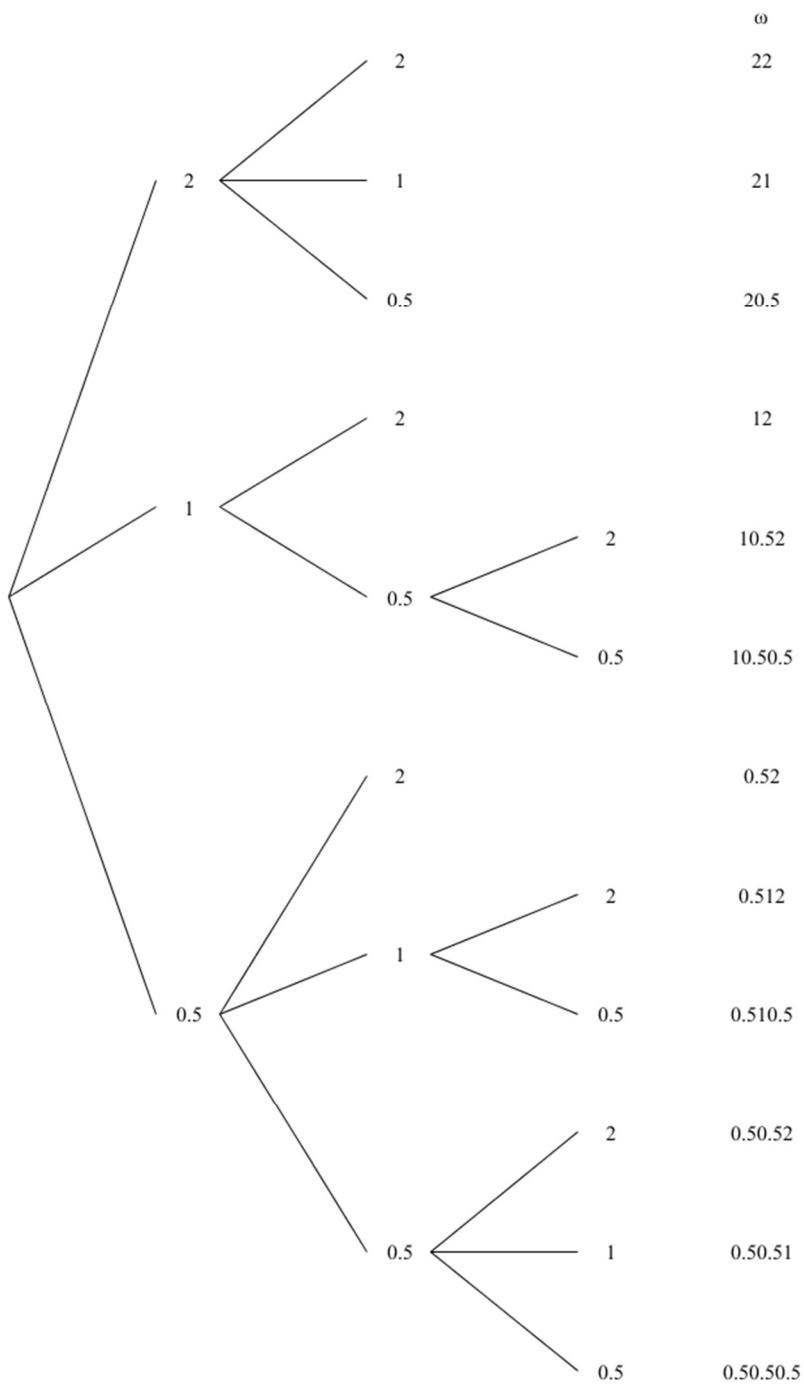
$\Omega = \{6, \overline{6}6, \overline{6}\overline{6}6, \overline{6}\overline{6}\overline{6}\}$

b) zwei Kugeln, beschriftet mit 6 und $\overline{6}$; Kugeln ziehen, bis 6 gezogen wird, aber höchstens dreimal; $\overline{6}$ wird dabei jeweils zurückgelegt

147/5

a) Der Ausgang dieses Vorgangs ist nicht vorhersagbar.

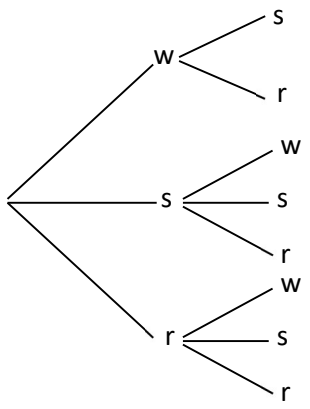
b)



$\Omega = \{(2; 2); (2; 1); (2; 0{,}5); (1; 2); (1; 0{,}5; 2); (1; 0{,}5; 0{,}5); (0{,}5; 2); (0{,}5; 1; 2); (0{,}5; 1; 0{,}5); (0{,}5; 0{,}5; 2); (0{,}5; 0{,}5; 1); (0{,}5; 0{,}5; 0{,}5)\}$

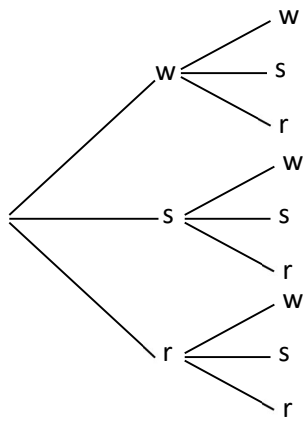
Blatt/9

a)



$\Omega = \{ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr\}$
$|\Omega| = 8$

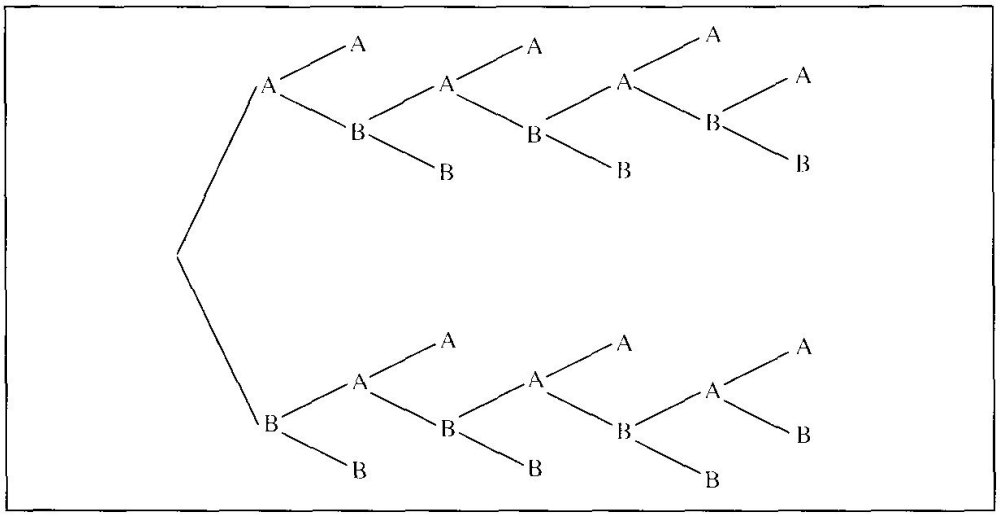
b)



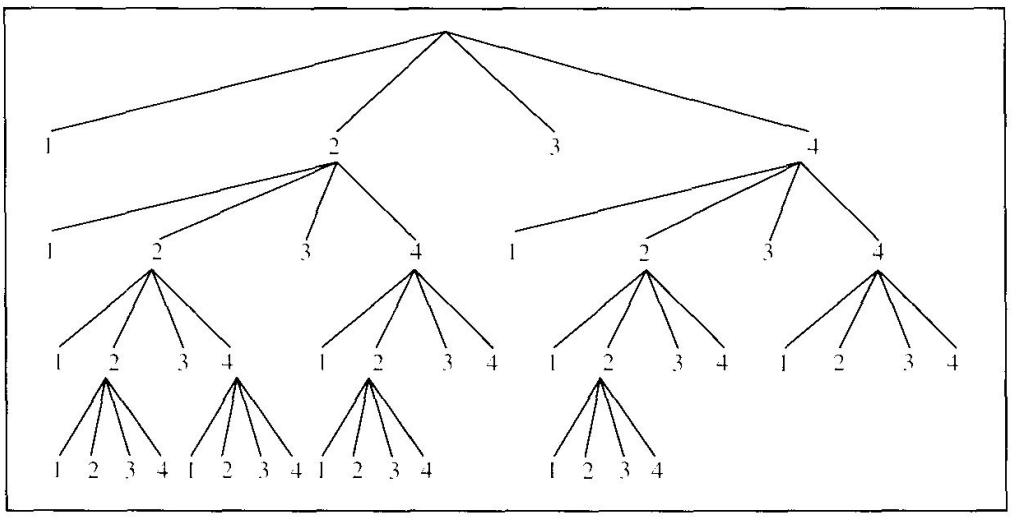
$\Omega = \{ww, ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr\}$
$|\Omega| = 9$

Zusatzblatt (Stark):

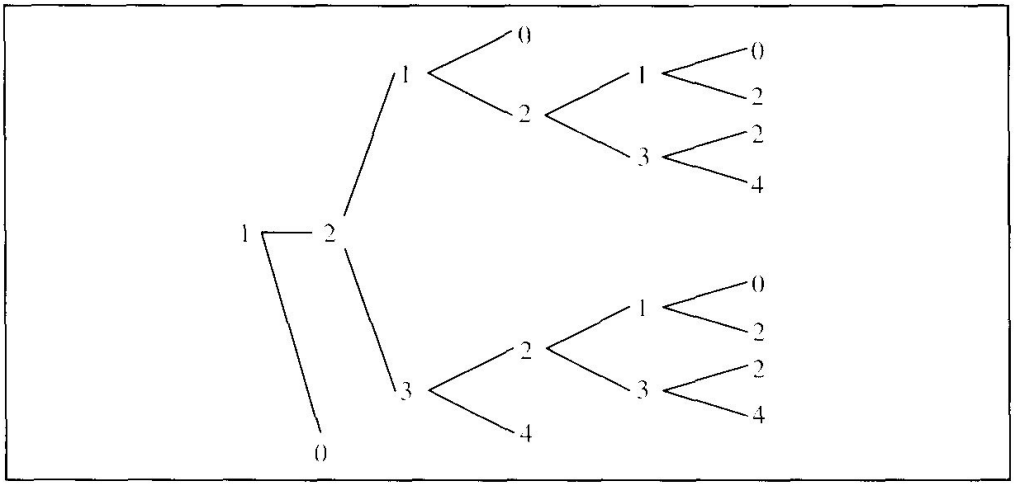
a)



b)



c)



Lösungen I.2

a) Begriffe

147/1
b) mit Zurücklegen: ohne Zurücklegen:
E_1 = {bb, rr, gg}; E_2 = {bb, br, bg, rb, gb}; E_1 = {rr, gg}; E_2 = {br, bg, rb, gb}; E_3 = {bg, rg, gg}
E_3 = {bg, rg, gg}

147/2 c_2) E_1 = {rg, bg}; E_2 = {rr}; E_3 = {rb, br, bg}; E_4 = {rb, rg}

147/4 c) $E_1 = \{6, \bar{6}6, \bar{6}\bar{6}6\}$; $E_2 = \{\bar{6}6, \bar{6}\bar{6}6, \bar{6}\bar{6}\bar{6}\}$; $E_3 = \{6, \bar{6}6\}$; $E_4 = \{\bar{6}\bar{6}\bar{6}\}$

147/5
c) $E_1 = \{(2; 2); (2; 1); (1; 2); (1; 0{,}5; 2); (0{,}5; 1; 2); (0{,}5; 0{,}5; 2)\}$
$E_2 = E_1 \cup \{(2; 0{,}5); (0{,}5; 2)\}$
$E_3 = \{(1; 0{,}5; 2); (1; 0{,}5; 0{,}5); (0{,}5; 1; 2); (0{,}5; 1; 0{,}5); (0{,}5; 0{,}5; 2); (0{,}5; 0{,}5; 1); (0{,}5; 0{,}5; 0{,}5)\}$
d) maximaler Gewinn für Paul: 1,50 €; maximaler Verlust: 1,00 € (wenn man die 2,50 € Schulden berücksichtigt!)
e) mit bisherigem Wissen nicht beantwortbar – man müsste die Wahrscheinlichkeiten ermitteln und den Erwartungswert berechnen…

152/6
a) „Maximilian hat im Lotto weniger oder mehr als 4 Richtige getippt.“
b) „Anna hat eine ungerde Zahl gewürfelt.“
c) „In der Theatergruppe sind weniger oder mehr als 20 Personen.“
d) „Die SMV besteht entweder nur aus Jungen oder nur aus Mädchen.“

152/7
Im Prinzip ist hier das Gegenereignis zum Gegenereignis gemeint, d.h. eigentlich müsste die Person etwas gewonnen haben. (Dämliche Aufgabe!)

153/1
a) Ω = {11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66}
b) E_1 = {11, 12, 13, 21, 22, 31}; E_1 = {66}; E_1 = {26, 34, 43, 62}
c) z. B.: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist 1.“
d) z. B.: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist zwischen 2 und 12.“

Blatt:

3) E_1 = {61; 62; 63; 64; 65; 66}; E_2 = {11; 13; 15; 31; 33; 35; 51; 53; 55};
E_3 = {22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56};
E_4 = {22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56; 42; 62; 23; 43; 63; 25; 45; 65};
E_5 = {13; 31; 22}; E_6 = {46; 64; 55; 56; 65; 66}; E_7 = {}; E_8 = {11; 12; 21}

4) E_1 = {312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432};
E_2 = {123; 132; 124; 142; 134; 143};
E_3 = {123; 132; 213; 231; 312; 321; 234; 243; 324; 342; 423; 432}; E_4 = {};
E_5 = {312; 321; 324; 342; 423; 432};
E_6 = {312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432; 123; 132; 213; 231; 234; 243};
E_7 = {123; 132; 213; 231; 234; 243; 314; 341; 412; 421; 413; 431}

5) E_1 = {♥♥}; E_2 = {♥♥; ♣♣; ♠♠; ♦♦}; E_3 = {♥♠, ♠♥};
E_4: „1. Karte ♥“; E_5: „entweder 1. oder 2. Karte ♥“ bzw. „genau einmal ♥“;
E_6: „1. Karte rot, 2. schwarz“; E_7: „beide rot“

6) E_1 = {ABC; ABD; ABE; ACD; ACE; ADE}; E_2 = {ACE};
E_3 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE}; E_4 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE; ACE};
E_5 = {ABD; BCD; BDE; ACE} laut Lösungsbuch;
eigentlich aber auch noch {ADE; CDE; ACD}!?!

7) E_1 = {rrrr; wrrr; rrwr; rrrw; wrwr; wrrw; rrww; wrww}; E_2 = {wrww};
E_3 = {rrww; rwrw; wrrw; rwwr; wrwr; wwrr; rrrw; rrwr; rwrr; wrrr; rrrr}
= $\overline{\{\text{wwww; rwww;wrww;wwrw;wwwr}\}}$; E_4 = $\overline{\{\text{wwww}\}}$;
E_5 = {wwww; rwww; wrww; wwrw; wwwr}; E_6 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr};
E_7 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr; rrrr}; E_8 = {rrrr};
E_9: „1. und 3. Kugel rot“; E_{10}: „mindestens eine weiße“; E_{11}: „nur die letzte weiß“;
E_{12}: „die ersten drei rot“; E_{13}: „mindestens 3 rote“

8) E_1 = {123; 134; 135; 136; 324; 235; 236; 345; 346; 356}; E_2 = {126; 136; 146; 156};
E_3 = {123; 124; 125; 134; 135; 145; 236; 246; 256; 346; 356; 456};
E_4 = {124; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 245; 246; 345; 346; 356; 456};
E_5 = {123; 124; 126; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 236; 246; 345; 346; 356; 456}

<u>b) Zufallsgrößen</u>

Übungsblatt:

1) {16; 25; 34; 43; 52; 61} bzw. {26; 34; 43; 62}

2) a) {4} b) {1, 2} c) {2, 3, 4, 5} d) {6} e) {} f) Ω

ω	1	2	3	4	5	6
x = X(ω)	1	4	9	16	25	36

3) b) {Anfang, schwer} bzw. {Aller, Anfang} bzw. {ist}

a)

ω	Aller	Anfang	ist	schwer
X(ω)	5	6	3	6
Y(ω)	2	2	1	1
Z(ω)	3	4	2	5

4) b) {ABC, ACB} bzw. {BAC, CAB} bzw. {BCA, CBA} bzw. Ω
a)

ω	ABC	ACB	BAC	CAB	BCA	CBA
X(ω)	2	2	1	1	–3	–3

5) a) {15; 51} b) {} c) {13, 31}

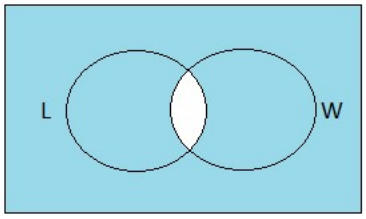
ω	12	13	14	15	16	21	23	24	25	26
X(ω)	1,5	2	2,5	3	3,5	1,5	2,5	3	3,5	4
Y(ω)	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6

31	32	34	35	36	41	42	43	45	46
2	2,5	3,5	4	4,5	2,5	3	3,5	4,5	5
3	3	4	5	6	4	4	4	5	6

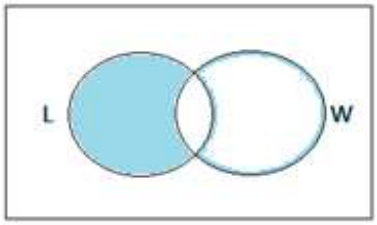
51	52	53	54	56	61	62	63	64	65
3	3,5	4	4,5	5,5	3,5	4	4,5	5	5,5
5	5	5	5	6	6	6	6	6	6

c) Ereignisalgebra

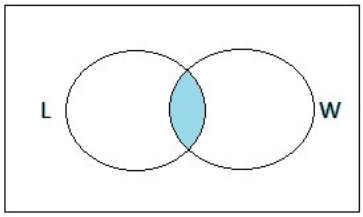
152/1
a) $E_1 = \overline{L \cap W}$: „Der Teilnehmer betreibt nicht beide Disziplinen.“



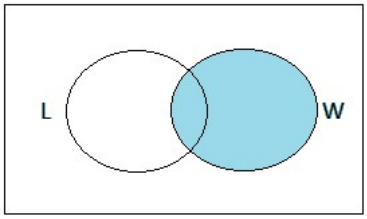
b) $E_2 = L \cap \overline{W}$: „Der Teilnehmer betreibt eine Lauf-, aber keine Wurfdisziplin.“



c) $E_3 = W \cap L$: „Der Teilnehmer betreibt eine Lauf- und eine Wurfdisziplin.“



d) $E_4 = W$: „Der Teilnehmer betreibt eine Wurfdisziplin.“



152/2 a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

152/3 Keine allgemeine Lösung angebbar, machen Sie mal…

152/4

a) A: „Es wird eine ungerade Zahl geworfen.‘‘, B: „Es wird eine Zahl geworfen, die größer als 3 ist.‘‘

➔ $A \cup B = \{1,3,4,5,6\}$

b) A: „Es wird eine gerade Zahl geworfen.‘‘, B: „Es wird eine Zahl geworfen, die kleiner als 5 ist.‘‘

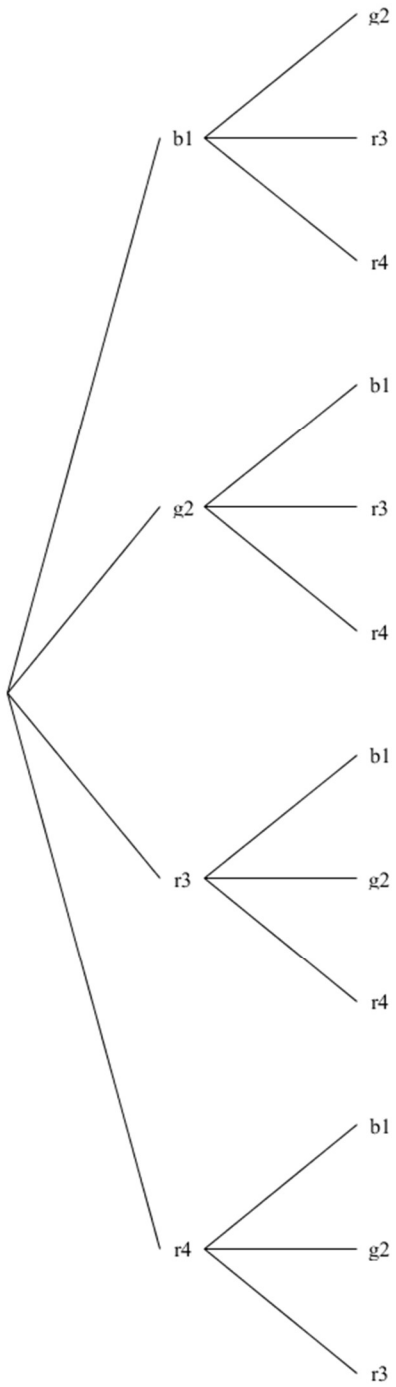
➔ $A \cap B = \{2,4\}$

c) A: „Es wird eine Primzahl geworfen.‘‘, B: „Es wird eine Zahl geworfen, die größer als 5 ist.‘‘

➔ $A \cap B = \{\}$

152/5

a)

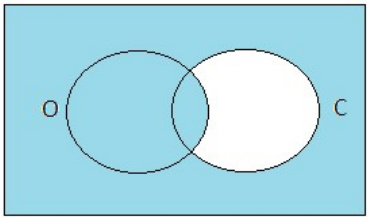


$$\Omega = \{(b1, g2), (b1, r3), (b1, r4), (g2, b1), (g2, r3), (g2, r4), (r3, b1), (r3, g2), (r3, r4), (r4, b1), (r4, g2), (r4, r3)\}; \quad |\Omega| = 12$$

b) A = $\{(b1,r3),(b1,r4),(g2,r3),(g2,r4),(r3,b1),(r3,g2),(r3,r4),(r4,b1),(r4,g2),(r4,r3)\}$
B = $\{(g2,r4),(r3,r4),(r4,g2),(r4,r3)\}$
C = $\{(b1,g2),(b1,r3),(b1,r4),(g2,r3),(g2,r4),(r3,r4)\}$
D = $\{(g2,b1),(r3,b1),(r4,b1)\}$
E = B
F = $\{(b1,g2),(b1,r3),(b1,r4),(g2,r3),(g2,r4),(r3,r4),(r4,g2),(r4,r3)\}$
G = Ω
c) A, D sind vereinbar; B∩D und C sind unvereinbar; A∪C und $\overline{B \cap D}$ sind vereinbar

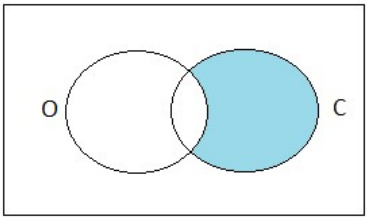
<u>152/8</u>

a) A = $\overline{\bar{O} \cap C} = \overline{C \backslash O}$



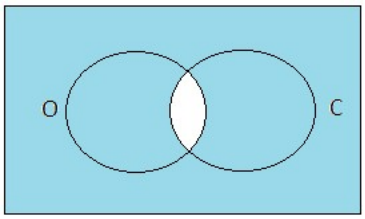
„Ein Kind glaubt an den Osterhasen oder nicht an das Christkind.‘‘

b) B = C\O = $\overline{\bar{C} \cup O}$



„Ein Kind glaubt an das Christkind, aber nicht an den Osterhase.‘‘

c) D = $\overline{O \cap C}$



„Ein Kind glaubt nicht gleichzeitig an das Christkind und an den Osterhasen.‘‘

<u>152/9</u> a) unvereinbar b) vereinbar c) unvereinbar

<u>153/2</u> a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $\bar{A}$ d) $\overline{A \cup B}$

<u>153/3</u> a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $\bar{A}$ d) $A \cap \bar{B}$

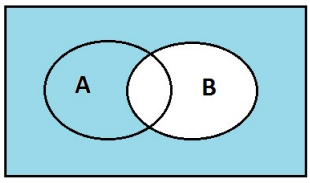
<u>153/4</u>

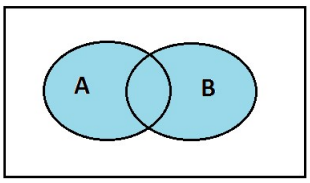
$E_1 \cap E_2$ = {1}: „Es fällt die 1.’’
$E_1 \cap E_3$ = {1}: „Es fällt die 1.’’
$E_2 \cap E_3$ = {1,3,5}: „Es fällt eine ungerade Zahl.’’
$E_1 \cup E_2$ = {1,3,5}: „Es fällt eine ungerade Zahl.’’
$E_1 \cup E_3$ = {1,2,3,4,5,6}: „Es fällt eine Zahl.’’
$E_2 \cup E_3$ = {1,2,3,4,5,6}: „Es fällt eine Zahl.’’
$\overline{E_1}$ = {2,3,4,5,6}: „Die 1 fällt nicht.’’
$\overline{E_2}$ = {2,4,6}: „Es fällt eine gerade Zahl.’’
$\overline{E_3}$ = {}: „Es fällt keine Zahl.’’

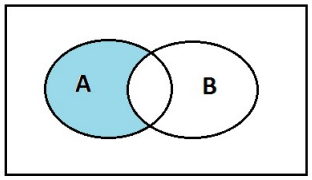
<u>153/5</u> gelb

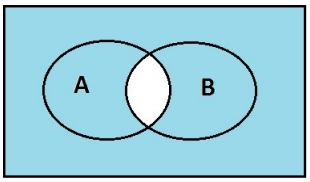
<u>153/6</u> z. B.: $(A \cap B) \cup \overline{(A \cup B)}$; $\bar{D}$; $\bar{E} \cup F$; $(G \cap \bar{H}) \cup (\bar{G} \cap H)$

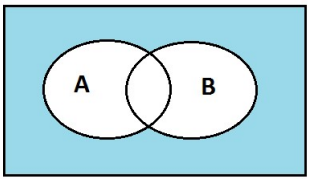
153/7

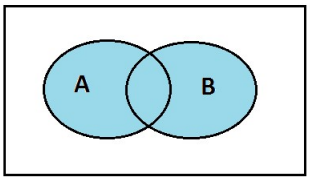


,


,


,


,


,


153/8

a) $\Omega = \{0; 1; ...; 9\}$ b) $E = \{2; 3; 5; 7\}$ c) $\{0\}, \{1\}, ..., \{9\}$

d) E_1: „Zahl durch 3 teilbar und größer 0"; E_2: „gerade Zahl größer 0"; E_3: „gerade Zahl";
E_4: „Zahl kleiner 4"; E_5: z. B.: „Zahl kleiner 0" E_6: z. B. „Zahl zwischen 0 und 9"

153/9 $E_1 \cap E_2 = \{2,4\}$; $E_1 \cap \overline{E_2} = \{1,3\}$; $\overline{E_1} \cap E_2 = \{6,8\}$; $\overline{E_1} \cap \overline{E_2} = \{5,7\}$

153/10 a,b,f sind falsch; c,d,e sind richtig

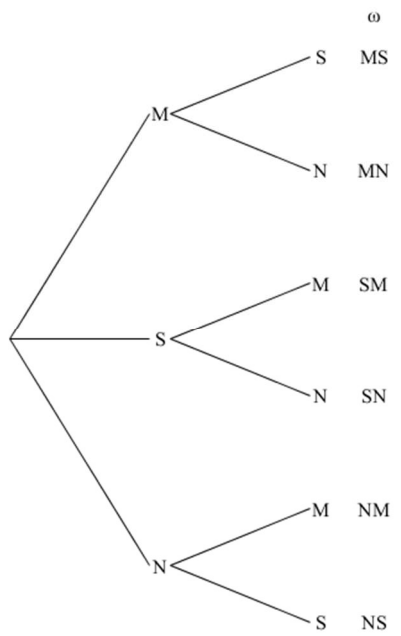
154/11

Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…

a) im Beispiel: „Augenzahl größer als 3, aber nicht durch 3 teilbar‘‘; $\{4,5\}$

	E_1	$\overline{E_1}$	
E_2			
$\overline{E_2}$			

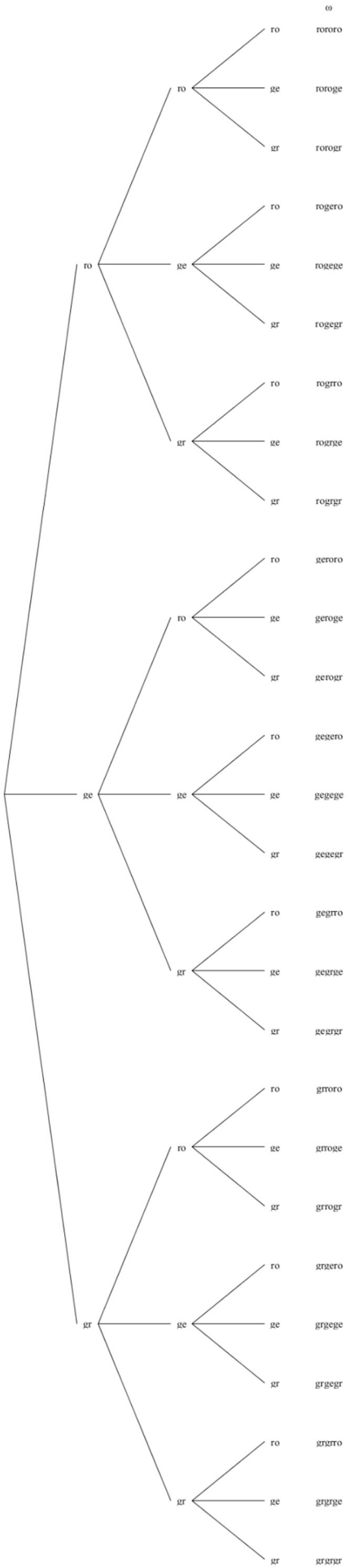
154/12 a)



$\Omega = \{MS, MN, SM, SN, NM, NS\}$; $|\Omega| = 6$

b) A = {MS, MN}; B = {SN, NS}; C = Ω; D = {MN, SN, NM, NS}; E = {MN, NM, SN, NS};
F = {}: „…….'' ??? G = {MS}: „Michaela ist 1. Klassensprecherin, Sonja ist 2. Klassensprecherin''
c) B und C sind vereinbar, F und D sind unvereinbar
d) A,B; A,F; B,F; B,G; D,F; D,G; E,F; E,G; F,G
e) C und F sind bereits sicher bzw. unmöglich, aber es wären z. B. auch $A \cup C$ bzw. $F \cap G$ möglich

<u>154/13</u>
a) Es ist nicht (bzw. kaum) vorhersagbar, wie die Ampeln stehen werden.
b) Baumdiagramm: nächste Seite
Ω = {rororo, roroge, rorogr, rogero, rogege, rogegr, rogrro, rogrge, rogrgr,
geroro, geroge, gerogr, gegero, gegege, gegegr, gegrro, gegrge, gegrgr,
grroro, grroge, grrogr, grgero, grgege, grgegr, grgrro, grgrge, grgrgr}
c) z. B. nur die 1. Ampel angeben: Ω_1 = {ro, ge, gr}
oder nur die Anzahl der roten Ampeln: Ω_2 = {0, 1, 2, 3}
d) Im Folgenden gehen wir mal davon aus, dass Peter auch an gelben Ampeln hält…
A = {rogrgr, gegrgr, grrogr, grgegr, grgrro, grgrge}
B = { roroge, rogero, rogege, rogegr, rogrge,
geroro, geroge, gerogr, gegero, gegege, gegegr, gegrro, gegrge, gegrgr,
grroge, grgero, grgege, grgegr, grgrge}
C = {rororo, roroge, rorogr, rogero, rogege, rogrro, geroro, geroge, gegero, gegegr, grroro}
D = {grgrgr}
e) z. B.: E: „Die erste und die dritte Ampel sind rot.'', F: „Die zweite Ampel ist grün.''
E = {rororo, rogero, rogrro}
F = {rogrro, rogrge, rogrgr, gegrro, gegrge, gegrgr, grgrro, grgrge, grgrgr}
f) Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…


ω
ro
ro
ro
rororo
ge
roroge
gr
rorogr
ge
rogero
ge
rogege
gr
rogegr
gr
rogrro
ge
rogrge
gr
rogrgr
ge
ro
geroro
ge
geroge
gr
gerogr
ge
gegero
ge
gegege
gr
gegegr
gr
gegrro
ge
gegrge
gr
gegrgr
gr
ro
grroro
ge
grroge
gr
grrogr
ge
grgero
ge
grgege
gr
grgegr
gr
grgrro
ge
grgrge
gr
grgrgr

154/14 Herr Mayer ist ein Depp – kein normaler Mensch macht so etwas.
Seine Frau sollte Milch erhalten, aber keinen Zucker, seine Tochter Milch und Zucker, seine eigene Anweisung ist nicht eindeutig.

154/15
a) Es ist kein Gleichstand möglich, da insgesamt 15 Punkte vergeben werden. (Und natürlich kann keiner halbe Punkte bekommen.)
b) Er braucht mindestens 8 Punkte, darf also höchstens 3 Spiele verlieren (nämlich die Spiele 1, 2 und 3 oder 1, 2 und 4.)

Lösungen I.3

a) Das allgemeine Zählprinzip

188/1
Fragestellung nicht eindeutig… man kann jeder Person 48 verschiedene Briefe schreiben; falls es darum geht, eine bestimmte Person und für diese eine bestimmte Briefsorte auszuwählen, gibt es 1440 Möglichkeiten. Insgesamt gibt es für die gesamte Serienbriefsendung $48^{30} \approx 2{,}74 \cdot 10^{50}$ verschiedene Möglichkeiten.

188/2 a) 26·26·900 = 608 400 b) 29·29·9000 = 7 569 000

194/1 1680

Blatt:
15) a) 60 b) 12 c) 36 16) a) 125 b) 25 c) 75

22) a) 3024 b) 360 c) 1260 d) 1008 e) 1344 f) 126 g) 144

25) a) 24 b) 12 c) 8 d) 4 37) a) 32 b) 8 c) 16 d) 8 e) 1

b) Permutationen

194/2 24

194/8 10! = 3 628 800

195/14 126

196/1 a) $20! \approx 2{,}433 \cdot 10^{18}$ b) $10! \cdot 10! \approx 1{,}317 \cdot 10^{13}$ c) $4! \cdot (10! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 1!) \approx 2{,}508 \cdot 10^{11}$

195/13 a) 3! = 6 b) $\frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!} = 180$ c) $\frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 453\,600$

196/3 a) 3! = 6 b) $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ c) $\frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 12$ d) 5! = 120

Blatt: 13) 6; 24

c) Variationen

194/3
a) das von Philip (etwa $2{,}4812 \cdot 10^{18}$ Möglichkeiten, bei Mona nur 916 132 832)
b) bei Mona: etwa 10,6 Tage; bei Philip: etwa 78,7 Millionen Jahre

194/6 64 bzw. $2^{60} \approx 1{,}15 \cdot 10^{18}$

195/12 Alle Zahlen müssen noch mit der Anzahl der Druckereien multipliziert werden!
a) $2{,}6\cdot10^{9}$ b) $2{,}6\cdot10^{11}$ c) $2{,}6\cdot10^{13}$

195/16 1 594 323

195/17
In Telefonnummern gibt es keine führenden Nullen, bei 6-stelligen Telefonnummern müssen die entstehenden Zahlen also alle mindestens gleich 100 000 sein. Damit bleiben nur noch 900 000 Nummern.

194/7 $\frac{8!}{(8-7)!} = 40\ 320$

Blatt:
12) Münze: $|\Omega| = 2\cdot2\cdot\ldots\cdot2$ (n mal) $= 2^n$; Würfel: $|\Omega| = 6^n$

35) a) 4096 b) 1024 c) 2048 d) 1024 e) 512 36) mind. 6

d) Kombinationen

194/4 6

195/15 306

196/2
Daniel: Der erste stößt mit 22 an (mit sich selbst natürlich nicht), der zweite nur noch mit 21 (mit dem ersten hat er ja schon, und mit sich selbst natürlich auch nicht) usw., der vorletzte nur noch mit einem, der letzte mit keinem mehr (hat schon mit allen).
Stefan: jeweils 2 aus 23 auswählen; beide verschieden ➔ ohne Zurücklegen; Reihenfolge egal
Beide Gedankengänge sind richtig, das Ergebnis ist dasselbe (253).

196/6 Er müsste $\binom{49}{6} \approx 14$ Millionen Scheine ausfüllen. (mit Zusatzzahl: ≈ 140 Millionen)

196/7 $\binom{24}{3}\cdot\binom{20}{2} = 384\ 560$

196/8
Urne mit 20 Kugeln, beliebig viele Ziehen ohne Zurücklegen
$\binom{20}{0}+\binom{20}{1}+\binom{20}{2}+\cdots+\binom{20}{20}$ oder 2^{20} (bei jeder Zutat kann man sich entscheiden: nehmen oder nicht nehmen?); Ergebnis in beiden Rechnungen: 1 048 576

gemischt:

194/5
a) $\binom{15}{4} = 1365$ b) $\frac{15!}{(15-4)!} = 32\ 760$
c) $\frac{15!}{(15-4)!}+\binom{15}{4}\binom{15}{1}\cdot\frac{4!}{2!}\cdot\binom{14}{2}\cdot\frac{2!}{0!}+\binom{15}{2}\cdot\frac{4!}{2!}\cdot\frac{4!}{2!}+\binom{15}{1}\cdot\frac{4!}{3!}\cdot\binom{14}{1}+\binom{15}{1}\cdot1 = 81495$

195/10 a) $1\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5 = 15\ 120$ b) $6! = 720$

195/18
18.1 a) 120 b) 24 c) 6
18.2 a) 60 b) 12 c) 3
18.4 a) 216 b) 36 c) 6

195/19 Die Kugeln können nun beliebig untereinander vertauscht werden, ohne etwas zu ändern.
a) gemeint ist hier dann wohl: „eine Kugel ist blau“? 240
b) „eine blau, eine grün“? 144
c) „eine schwarz, eine blau, eine weiß“? 144

195/20
Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…

196/4 a) $\binom{20}{15}$ = 15 504 b) 18 c) $\binom{20}{0}+\binom{20}{1}+\binom{20}{2}=211$

196/9
- Reihenfolge Duschen, Zähneputzen, Haare machen
  3 Kugeln von 3 ziehen, mit Reihenfolge, ohne Zurücklegen; 3! = 6
- Outfit wählen
  eine Kugel ziehen (oder jeweils eine für jedes Kleidungsstück)
- Müslizutaten wählen
  2 Kugeln (ja/nein), 80mal ziehen ohne Zurücklegen, mit Reihenfolge; $2^{80} \approx 1{,}2$ Quadrillionen
  oder: beliebig viele Kugeln ziehen von 80, ohne Zurücklegen
- Nummernschild
  zwei Urnen mit jeweils 26 Kugeln, eine mit 9, zwei mit 10; jeweils ziehen mit Zurücklegen mit Reihenfolge; 26·26·9·10·10 = 608 400
- Fingerabdrücke; Anzahl Möglichkeiten nicht berechenbar, da zu wenig Informationen
- PIN
  Urne mit 10 Kugeln, 4mal Ziehen mit Zurücklegen, mit Reihenfolge; 10^4 = 10 000
- Reihenfolge der Fächer
  ziehen ohne Zurücklegen mit Reihenfolge
  Anzahl nicht berechenbar (zu wenig Informationen)

Lösungen I.4

a) Häufigkeiten
Blatt:
63)
a) $h_{70}(\text{„Kinder-und Jugendsendungen"}) = h_{70}(\{\text{Kinder-und Jugendsendungen}\}) = \frac{3}{7} \approx 42{,}86\%$ b) $h_{70}(\text{„Filme"}) = h_{70}(\{\text{Spielfilme;Krimi-/Horrorfilme}\}) = \frac{19}{70} \approx 27{,}14\%$
c) $h_{70}(\text{„Krimis"}) = h_{70}(\{\text{Krimi-/Horrorfilme;Krimiserien}\}) = \frac{11}{70} \approx 15{,}71\%$

64)
a) $h_{200}(\text{„Clowns"}) = h_{200}(\{\text{Clowns}\}) = 12{,}5\%$
b) $h_{200}(\text{„Tiere"}) = h_{200}(\{\text{Katzen;Hasen;Mäuse}\}) = 23\%$
c) $h_{200}(\text{„Vertreter von Völkern"}) = h_{200}(\{\text{Indianer;Chinesen}\}) = 20{,}5\%$

65) a) $h_{200}(\{3\}) = 14{,}5\%$ b) $h_{200}(\{5\}) = 16{,}5\%$
c) $h_{200}(\text{„gerade Augenzahl"}) = h_{200}(\{2;4;6\}) = 50{,}5\%$
d) $h_{200}(\text{„prime Augenzahl"}) = h_{200}(\{2;3;5\}) = 48\%$
e) $h_{200}(\text{„gerade oder prime Augenzahl"}) = h_{200}(\{2;3;4;5;6\}) = 81{,}5\%$

164/1
a) $H_{80{,}7\text{ Mill.}}(\{0\}) \approx 33{,}1$ Mill.; $H_{80{,}7\text{ Mill.}}(\{A\}) \approx 34{,}7$ Mill.
b) $h_{80{,}7\text{ Mill.}}(\{B\}) \approx 11\%$; $h_{80{,}7\text{ Mill.}}(\{AB\}) \approx 5{,}1\%$
d) Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…

164/4
Relevant ist wohl die relative Häufigkeit der Reklamationen pro Band…?
City Glide: ≈ 7,7%; City Surf: ≈ 2%; Mountain Dispo: ≈ 2,4%; Mountain Constitution: ≈ 2,5%; Mountain Unlimited: ≈ 10%; man sollte also das letztere Band erneuern.

164/7 a: falsch; b,c: wahr

b) Häufigkeiten bei verknüpften Ereignissen

169/1
a)

	B	$\bar{B}$	Σ
A	0,25	0,25	0,5
$\bar{A}$	0,1	0,4	0,5
Σ	0,35	0,65	1

b)

	B	$\bar{B}$	Σ
A	0,2	0,43	0,63
$\bar{A}$	0,32	0,05	0,37
Σ	0,52	0,48	1

164/1
c) $H_{80,7\ Mill.}(F) \approx 67{,}8$ Mill.; $h_{80,7\ Mill.}(F) \approx 84\%$
$H_{80,7\ Mill.}(G) \approx 71{,}7$ Mill.; $h_{80,7\ Mill.}(G) \approx 89\%$
$H_{80,7\ Mill.}(H) \approx 12{,}9$ Mill.; $h_{80,7\ Mill.}(H) \approx 16\%$
$H_{80,7\ Mill.}(K) = H_{80,7\ Mill.}(G)$; $h_{80,7\ Mill.}(K) = h_{80,7\ Mill.}(G)$
$H_{80,7\ Mill.}(L) = H_{80,7\ Mill.}(F)$; $h_{80,7\ Mill.}(L) = h_{80,7\ Mill.}(F)$

164/2 a) $H_{250}(\bar{M} \cap \bar{A}) = 38$ b) $H_{250}(M \cup A) = 212$

	A	$\bar{A}$	Σ
M	23	32	55
$\bar{M}$	157	38	195
Σ	180	70	250

164/3
a) b) $h_{500}(\bar{D} \cap \bar{F}) = 10\%$ c) $h_{500}(D \cup F) = 90\%$

	D	$\bar{D}$	Σ
F	8%	34%	42%
$\bar{F}$	48%	10%	58%
Σ	56%	44%	100%

164/5
a) $h_{50}(\{\text{sehr gut}\}) = 8\%$; $h_{50}(\{\text{gut}\}) = 24\%$; $h_{50}(\{\text{befriedigend}\}) = 36\%$; $h_{50}(\{\text{ausreichend}\}) = 20\%$; $h_{50}(\{\text{mangelhaft}\}) = 10\%$; $h_{50}(\{\text{ungenügend}\}) = 2\%$;
b) $H_{50}(A) = 16$; $h_{50}(A) = 32\%$
$H_{50}(B) = 6$; $h_{50}(B) = 12\%$
$H_{50}(C) = 49$; $h_{50}(C) = 98\%$
$H_{50}(D) = 0$; $h_{50}(D) = 0\%$
F = A ➔ …; G = {mangelhaft} ➔ …

164/6

a)

	A	$\bar{A}$	Σ
F	8%	34%	42%
$\bar{F}$	48%	10%	58%
Σ	56%	44%	100%

b) h(B) = 97%; B: „Fahrzeug ist alt oder fahrbereit‘‘
h(C) = 69%; C: „Fahrzeug ist nicht gleichzeitig alt und fahrbereit‘‘
h(D) = 7%; D: „Fahrzeug ist alt und nicht fahrbereit‘‘
h(E) = 3%

181/5

a) 50 haben sowohl A als auch B gekauft:

	A	$\bar{A}$	Σ
B	50	150	200
$\bar{B}$	200	100	300
Σ	250	250	500

b) 50% bzw. 40% c) 20%

181/6 $\frac{520}{570} \approx 91\%$ der Mädchen konnten die Aufgabe lösen

	J	M	Σ
A	180	520	700
$\bar{A}$	250	50	300
Σ	430	570	1000

Satz von Sylvester (für absolute Häufigkeiten):
$H_{1000}(J \cup A) = 180 + 520 + 250 = 950$
$= H_{1000}(J) + H_{1000}(A) - H_{1000}(J \cap A) = 430 + 700 - 180 = 950$

181/7 $\frac{2}{5}$ der Teilnehmer sollten dem Kabinenbahnbetreiber gemeldet werden:

	W	$\bar{W}$	Σ
K	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
$\bar{K}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
Σ	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

182/15

	B	$\bar{B}$	Σ
A	10	80	90
$\bar{A}$	45	5	50
Σ	55	85	140

	B	$\bar{B}$	Σ
A	0,08	0,88	0,96
$\bar{A}$	0,02	0,02	0,04
Σ	0,1	0,9	1

182/16

	O	$\bar{O}$	Σ
M	0,6	0,04	0,64
J	0,24	0,12	0,36
Σ	0,84	0,16	1

183/17

a)

	R	$\bar{R}$	Σ
E	3	5	8
$\bar{E}$	1	1	2
Σ	6	4	10

b)

	G	$\bar{G}$	Σ
T	1	2	3
$\bar{T}$	4	3	7
Σ	5	5	10

183/18

J: Jugendlicher; F: Film schon gesehen

	J	$\bar{J}$	Σ
F	90	15	105
$\bar{F}$	135	60	195
Σ	225	75	300

c) Das Gesetz der großen Zahlen und die statistische Wahrscheinlichkeit

169/5

a) Machen Sie mal.

b) Zu begründen ist: (1) Die beiden Wahrscheinlichkeiten sind positiv – das ist offensichtlich wahr. (2) Die Wahrscheinlichkeit, dass die Reißzwecke auf dem Kopf oder auf der Seite landet, ist 1 – ebenfalls offensichtlich wahr. (3) Da die beiden Elementarereignisse offensichtlich unvereinbar sind, läuft das letztlich auf dasselbe hinaus wie (2).

c) Machen Sie mal.