Lösungen I.1

15/1 a) ja (sms) c) nein (Umkehrung nicht eindeutig, s. Graph) d) ja (smf)

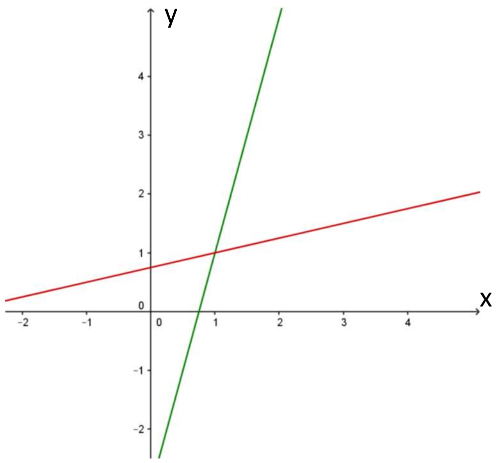
15/6
a) Eine Funktion wird genau dann dargestellt, wenn von jedem Punkt in X genau ein Pfeil ausgeht. Nicht an jedem Punkt der Zielmenge Y muss dabei ein Pfeil enden; diejenigen Punkte, an denen ein Pfeil endet, bilden die Wertemenge der Funktion.
b) Die Umkehrfunktion erhält man, indem man die Pfeilrichtungen umdreht. Eine Funktion ist umkehrbar, wenn an jedem Punkt in Y genau ein Pfeil endet.

21/3 „angeben" ist bei d,e nicht möglich – Rechnung nötig!
a) $]-\infty; 0]$ und $[0; \infty[$
b) $]-\infty; 2]$ und $[2; \infty[$
d) $]-\infty; 3]$ und $[3; \infty[$
e) $]-\infty; 3-\sqrt{11}]$, $[3-\sqrt{11}; 3+\sqrt{11}]$ und $[3+\sqrt{11}; \infty[$
22/
21/4 a) gelb, grün b) rot

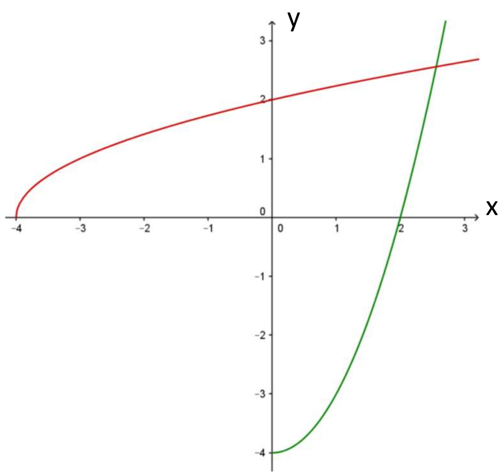
21/7
$f'(x) = n\,x^{n-1}$; n ungerade ➔ $n-1$ gerade ➔ $f'(x) \geq 0$ für $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ nur für $x = 0$
➔ G_f ist sms in $\mathbb{R}$ ➔ f ist umkehrbar in $\mathbb{R}$

22/8 vgl. Blatt „Grundwissen zu Umkehrfunktionen"

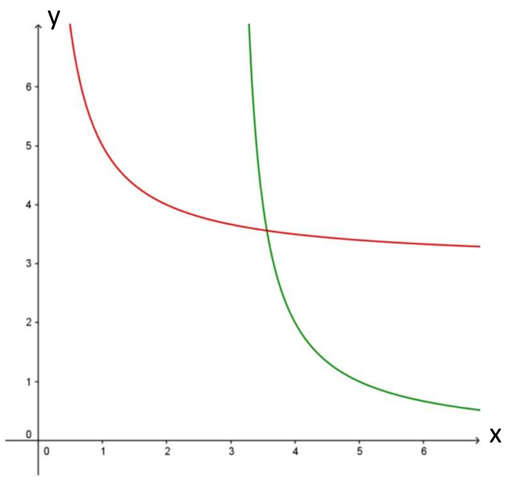
15/3 *jeweils grün: G_f; rot: $G_{f^{-1}}$*
a)



b)

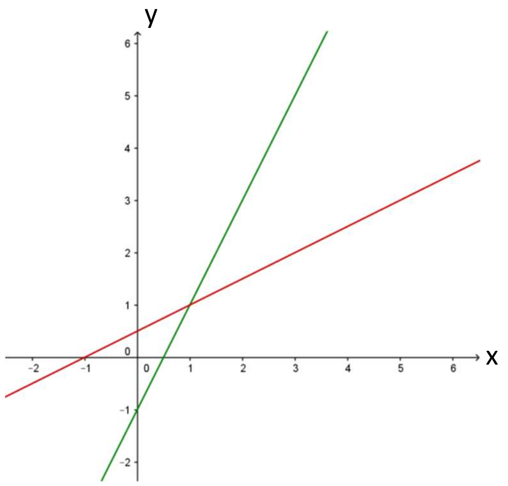


c)

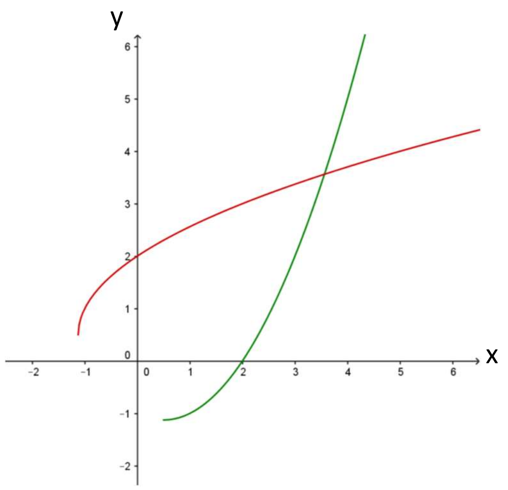


15/2 *jeweils grün: G_f; rot: $G_{f^{-1}}$*

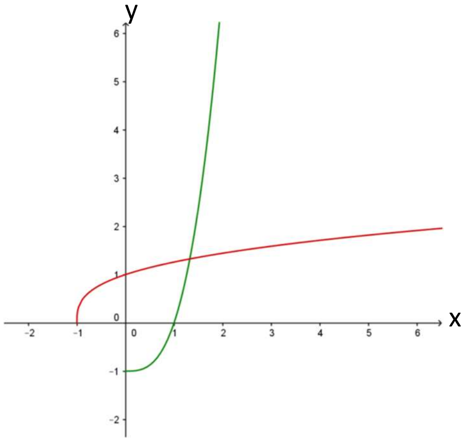
a) f^{-1}: $y = 0{,}5x + 0{,}5$; $D(f^{-1}) = W(f^{-1}) = \mathbb{R}$



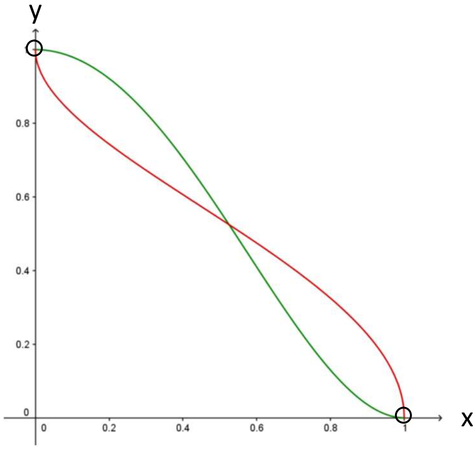
b) f^{-1}: $y = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + 2x}$; $D(f^{-1}) =]-1{,}125; \infty[$; $W(f^{-1}) =]0{,}5; \infty[$



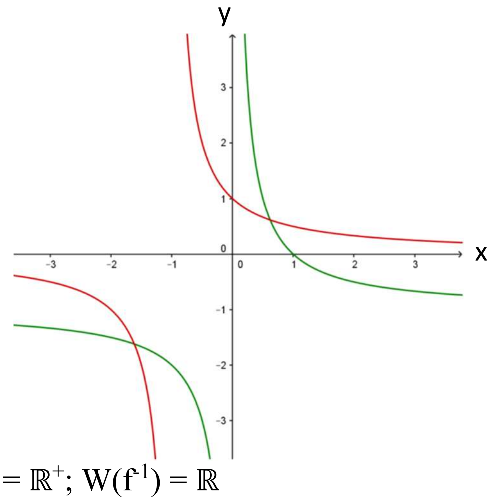
c) f^{-1}: $y = \sqrt[3]{x+1}$; $D(f^{-1}) =]-1; \infty[$; $W(f^{-1}) = \mathbb{R}^+$



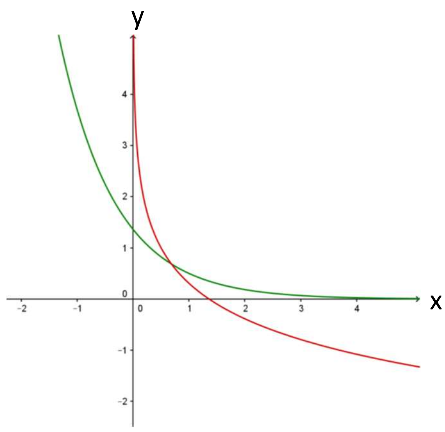
d) f^{-1}: $y = \sqrt{1-\sqrt{x}}$; $D(f^{-1}) = W(f^{-1}) =]0;1[$



e) f^{-1}: $y = \frac{1}{x+1}$; $D(f^{-1}) = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$; $W(f^{-1}) = \mathbb{R}\backslash\{0\}$



15/2   f) f^{-1}: $y = 1 - \ln(2x)$; $D(f^{-1}) = \mathbb{R}^+$; $W(f^{-1}) = \mathbb{R}$



15/4

a) G_f ist smf in $]-\infty; -1]$ ==> f^{-1}: $y = -\sqrt{2x+2} - 1$, sms in $[-1; \infty[$ ==> f^{-1}:$y = \sqrt{2x+2} - 1$

b) G_f ist sms in $\mathbb{R}$; f^{-1}: $y = 2\sqrt[3]{x}$ (bzw. $= 2\,\mathrm{sgn}(x)\sqrt[3]{|x|}$)

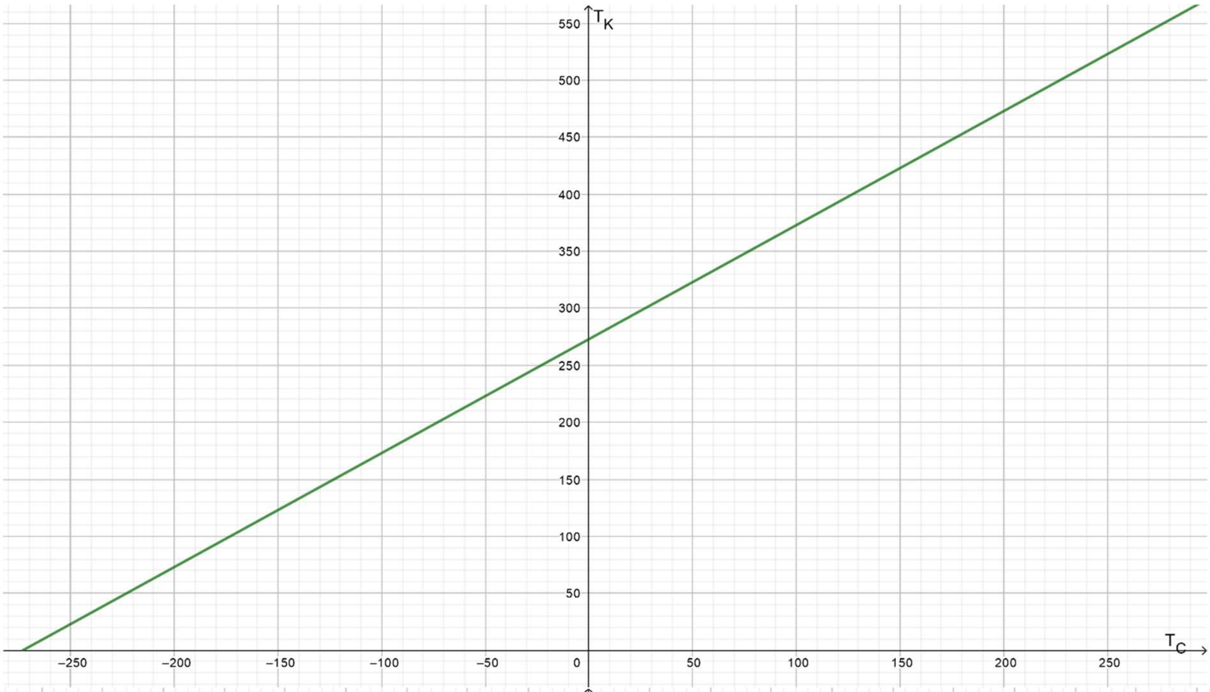
15/7

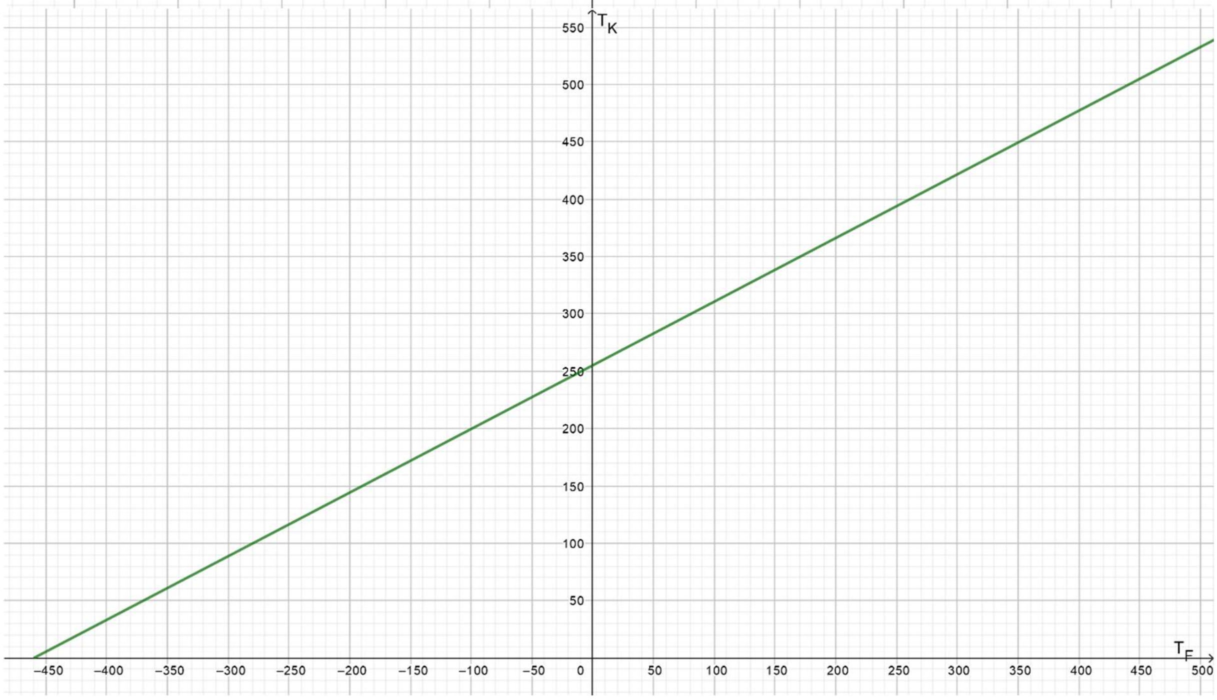
a) $T_K(T_C) = T_C + 273$; $T_K(T_F) = 0,\overline{5}\ T_F + 255,\overline{2}$

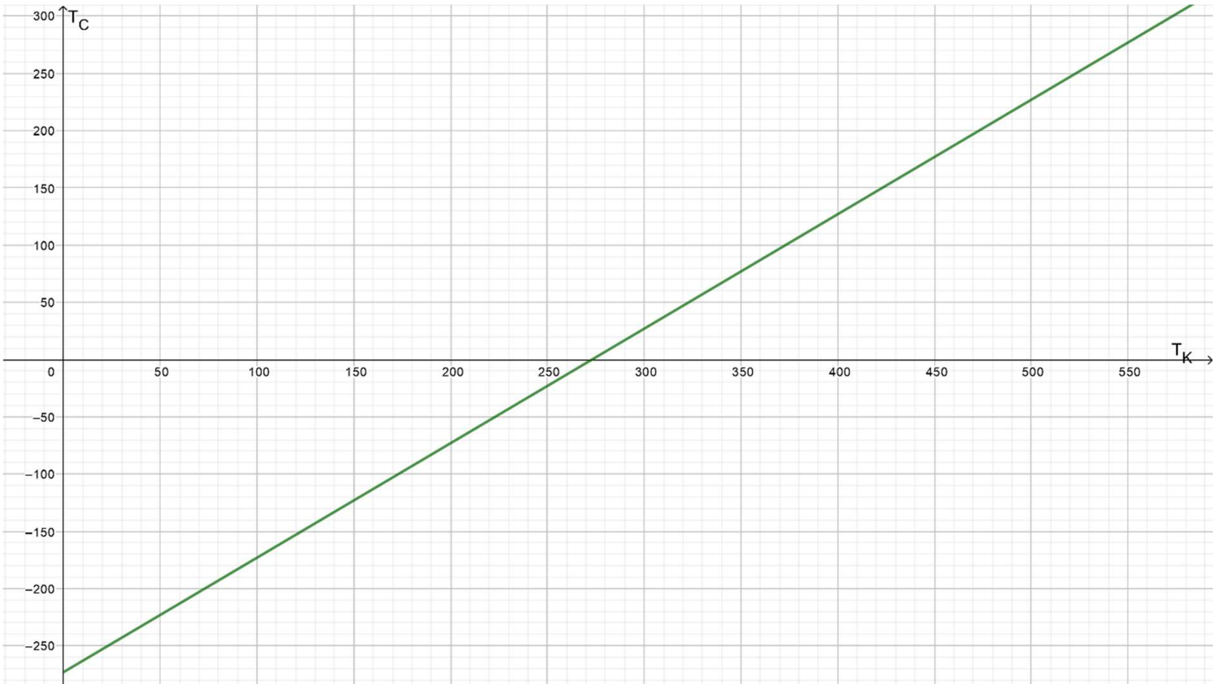
$T_C(T_K) = T_K - 273$; $T_F(T_K) = 1{,}8\ T_K + 459{,}4$

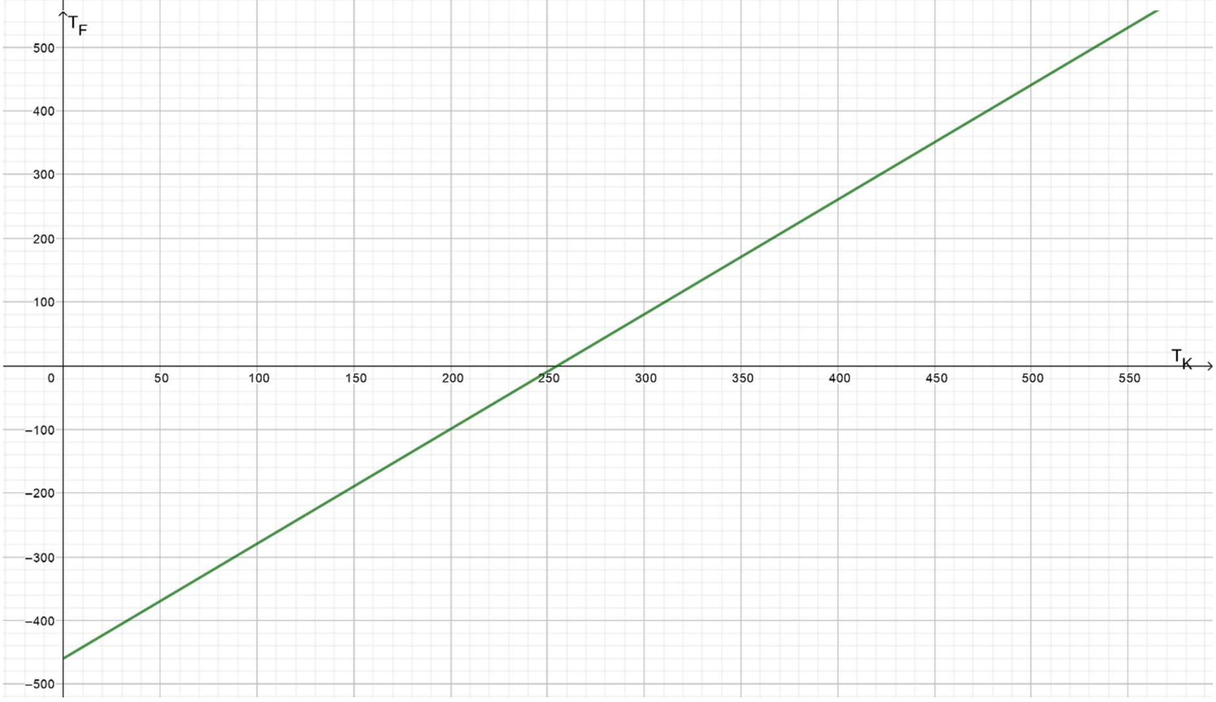
b) $T_C \in [-273; \infty[$; $T_F \in [-459{,}4; \infty[$; $T_K \in [0; \infty[$

c)









21/2 Begründung jeweils: Monotonie

a) $f^{-1}(x) = 4x - 8$; $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

b) $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{2}$; $D_{f^{-1}} = [-3; \infty[$

c) $f^{-1}(x) = 2\sqrt[3]{x+2}$; $D_{f^{-1}} = [2; \infty[$

22/10

a) Die Funktion ist nicht umkehrbar.

b) Lina: $\frac{x^2}{x^2-2} = 2 \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$

$\frac{x^2}{x^2-2} = 5 \Rightarrow x^2 = 5x^2 - 10 \Rightarrow x^2 = 2,5 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{2,5}$

Ulli: $\frac{x^2}{x^2-2} = y \Rightarrow x^2 = yx^2 - 2y \Rightarrow (y-1)\, x^2 = 2y \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2y}{y-1}}$

Das Ergebnis ist nicht eindeutig, je nach Definitionsmenge von f erhält man zwei unterschiedliche Umkehrfunktionen. Um beide Lösungen der Gleichung zu erhalten, muss man in beide Umkehrfunktionen einsetzen:

$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{2x}{x-1}}$ ➔ $f^{-1}(2) = 2$; $f^{-1}(5) = \sqrt{2{,}5}$

$f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{2x}{x-1}}$ ➔ $f^{-1}(2) = -2$; $f^{-1}(5) = -\sqrt{2{,}5}$

c) Sind nur wenige Gleichungen zu lösen (ein bis zwei), ist das Verfahren von Lina sicher schneller. Bei vielen Gleichungen geht es mit Ullis Verfahren schneller. Man muss aber eben aufpassen, dass es zwei verschiedene Umkehrfunktionen gibt, je nach Vorzeichen von x.

22/13

a) Machen Sie mal. Ich bin Physiker, kein Ökonom…

b) wirtschaftliche Bedeutung: Die Umkehrfunktion gibt an, welchen Preis man bei einer gewünschten Absatzmenge wählen sollte. (? Ich bin Physiker, kein Ökonom!)

$p(f) = 2 - \ln(f+2)$

c) $D_f = W_p =]0; 2-\ln(2)[$; $W_f = D_p =]0; e^2-2[$

15/5 a,b,c) alle: ja (ineinander einsetzen!)

21/1 a) nein b) ja c) ja d) nein e) ja (ineinander einsetzen!)

21/6

a) $f(x) = 0{,}0001x + 1{,}1$ (f in m); $D_f = [0; 19000]$

b) $f^{-1}(x) = 10000x - 11000$; $D_{f^{-1}} = [1{,}1; 3]$; $W_{f^{-1}} = [0; 19000]$

c) 1000 a; 6500 a; 19000 a

d) Die Wasser- und Kalkzufuhr sind sicher nicht immer gleich stark. Außerdem wird der Stalagmit auch breiter, dadurch wird das Höhenwachstum langsamer.

22/9

a) Man wendet die Umkehrfunktion an, $f^{-1}(x) = 0{,}5x + 5{,}5$. Danach wandelt man die Zahlen wieder in Buchstaben um.

b) Sie muss umkehrbar sein.

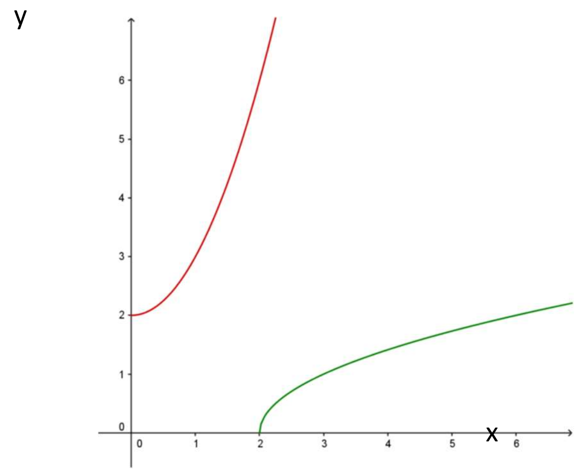
c)

MATHE	ESSEN	MACH
MACHT	OHNE	MAL
SPASS	REUE	PAUSE

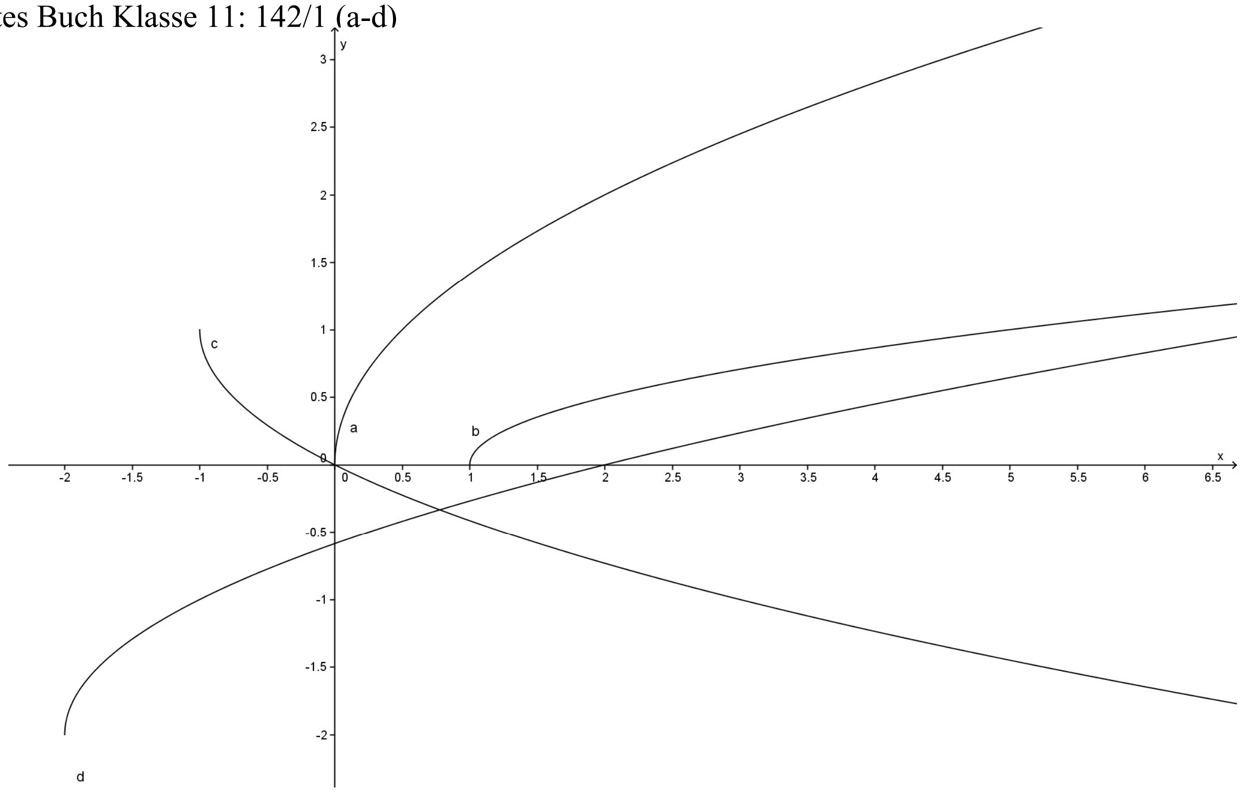
d) Man kann zählen, wie häufig jeweils welche Zahl vorkommt, und mit bekannten Buchstabenstatistiken rückschließen, für welche Buchstaben die Zahlen jeweils stehen sollte. Unter der Annahme, dass die Kodierfunktion linear ist, kann man sie leicht ermitteln, wenn man nur die Zahlen für zwei Buchstaben kennt.

Lösungen I.2

a) Begriff und Graphen
15/3
d)



altes Buch Klasse 11: 142/1 (a-d)



b) Definitionsmenge

altes Buch Klasse 11: 146/3

a) $D = [-1;\infty[$ b) $D = [7;\infty[$
c) $D = [1{,}5;\infty[$ d) $D = [-\frac{16}{7};\infty[$
e) $D =]-\infty;4{,}25]$ f) $D = [-1;\infty[$
g) $D = [3;\infty[$ h) $D = [5;\infty[$
i) $D = \{\}$ k) $D = [-\frac{5}{12};\infty[$
l) $D = [-0{,}5;\infty[$
m) $D = [3;\infty[$ n) $D = [0;\infty[$

c) Wurzelgleichungen

altes Buch Klasse 11: 146/3

a) $x_1 = -1$; $x_2 = 3$ b) $x_1 = 16$
c) keine Lösung (Probe!) d) nur $x_1 = 12$ (Probe!)
e) nur $x_1 = 4$ (Probe!) f) $x_1 = -0{,}75$; $x_2 = 3$
g) keine Lösung (Probe!) h) keine Lösung (Probe!)
i) $D = \{\}$ ➔ keine Lösung k) $x_{1,2} = \pm\frac{1}{3}$
l) $x_1 = 4$ (Gleichung 4. Grades mithilfe von Polynomdivision lösen – viel Spass...!)
m) $x_1 = 4$; $x_2 = 7$ n) nur $x_1 = 4$ (Probe!)

21/2 Begründung jeweils: Monotonie
d) $f^{-1}(x) = x^2$; $D_{f^{-1}} = [0; \infty[$

d) einfache Wurzelungleichungen

Lösungen I.3

a) Begriff und Graphen

15/1 b) ja (sms)

Lambacher-Schweizer Analysis 2: 316/12
a) um 1 nach unten verschoben
b) um 1 nach links verschoben
c) mit 2 in y-Richtung gestreckt
d) an x-Achse gespiegelt
e) an y-Achse gespiegelt
f) an x- und y-Achse gespiegelt (also am Ursprung gespiegelt)
g) mit 0,5 in x-Richtung gestaucht
h) mit 4 in x-Richtung gestreckt
i) an y-Achse gespiegelt, dann um 1 nach rechts verschoben
k) mit 0,5 in x-Richtung gestaucht, dann um 0,5 nach links verschoben

b) Definitionsmenge
altes Buch Klasse 12: 123/3
a) $D = \mathbb{R}^+$; $x_1 = 0{,}5$ b) $D =]-2; \infty[$; $x_1 = -1$ c) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; $x_{1,2} = \pm 1$
d) $D =]-\infty; 2[\backslash\{0\}$; $x_1 = -2$, $x_2 = 1$ e) $D =]-\infty; -2[\cup]0; \infty[$; $x_1 = 2$ f) $D =]-4; \infty[\backslash\{0\}$; $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$
g) $D =]-2; 2[$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$ h) $D =]0; 4[$; $x_1 = 2$ i) $D =]0; \infty[$; $x_1 = 1$
k) $D =]-\infty; 1[\cup]4; \infty[$; keine Nullstelle l) $D =]1; \infty[$; $x_1 = 4$ m) $D =]0; \infty[\backslash\{1\}$; keine Nullstelle

c) Gleichungen
15/8
a) Tamara überprüft, ob die Gleichung f(x) = a für jedes $a \in \mathbb{R}$ höchstens eine Lösung x hat, d. h. ob der Graph von f jede Parallele zur x-Achse höchstens einmal schneidet. Genau dann, wenn dies der Fall ist, ist f umkehrbar. Der Ansatz ist prinzipiell richtig, aber etwas umständlich: Verwendet man y statt a, so erhält man direkt die Gleichung der Umkehrfunktion. (Nachdem man dann noch x und y vertauscht hat.)
b) $D_f =]-\infty; 4] = W_{f^{-1}}$; $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$; $f^{-1}(x) = -2(e^x - 2)$

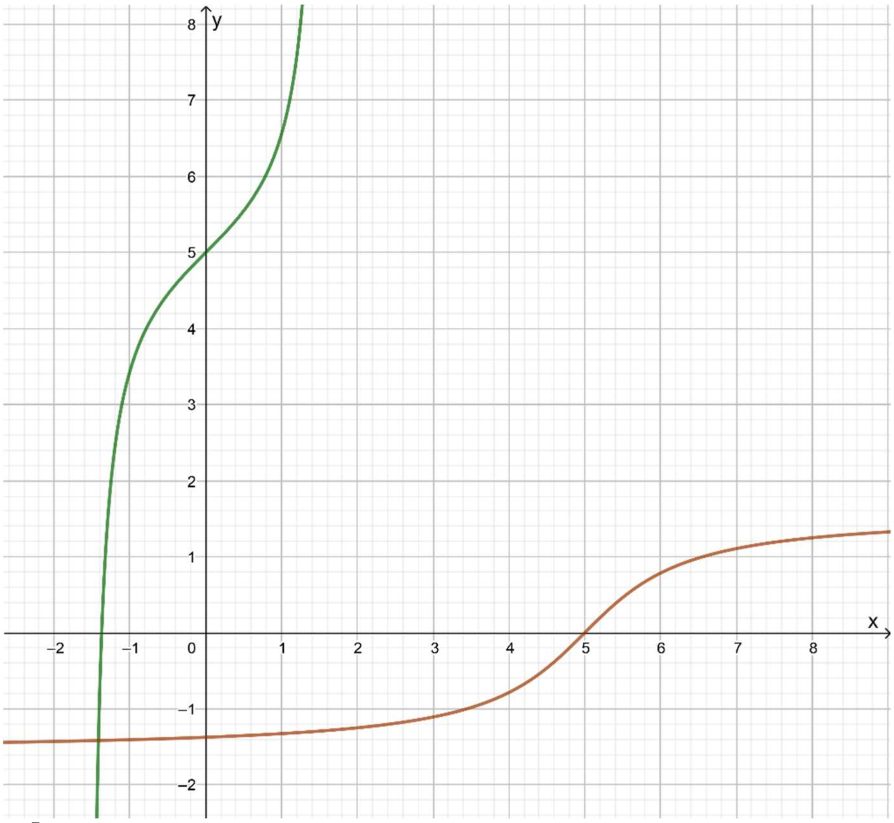
Lambacher-Schweizer Analysis 2: 320/4
a) $x = \dfrac{e}{2}$ b) $x = \dfrac{1}{3e}$ c) $x = \dfrac{2}{\sqrt{e}}$ d) $x = \sqrt{e}$ e) $x = 2$ f) $x = 0$ g) $x_{1,2} = \pm\sqrt{1 - \dfrac{1}{e^2}}$ h) $x = 2$

d) Ungleichungen

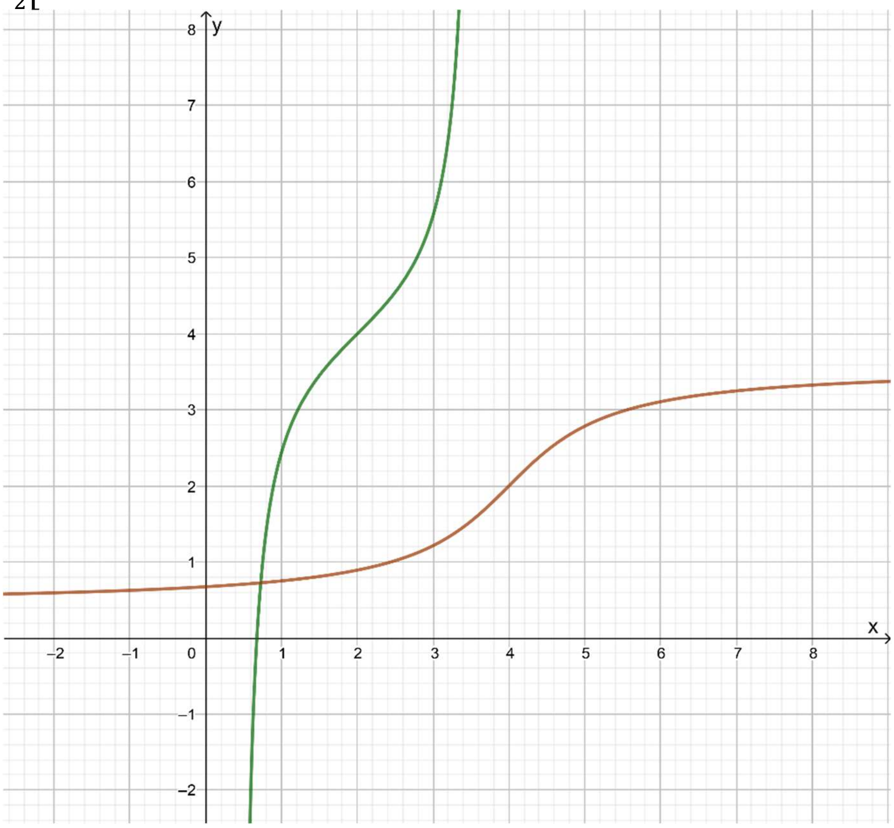
Lösungen I.4

31/1 *eine Definitionsmenge, nicht „die" Definitionsmenge! jeweils rot: f, grün: f^{-1}*

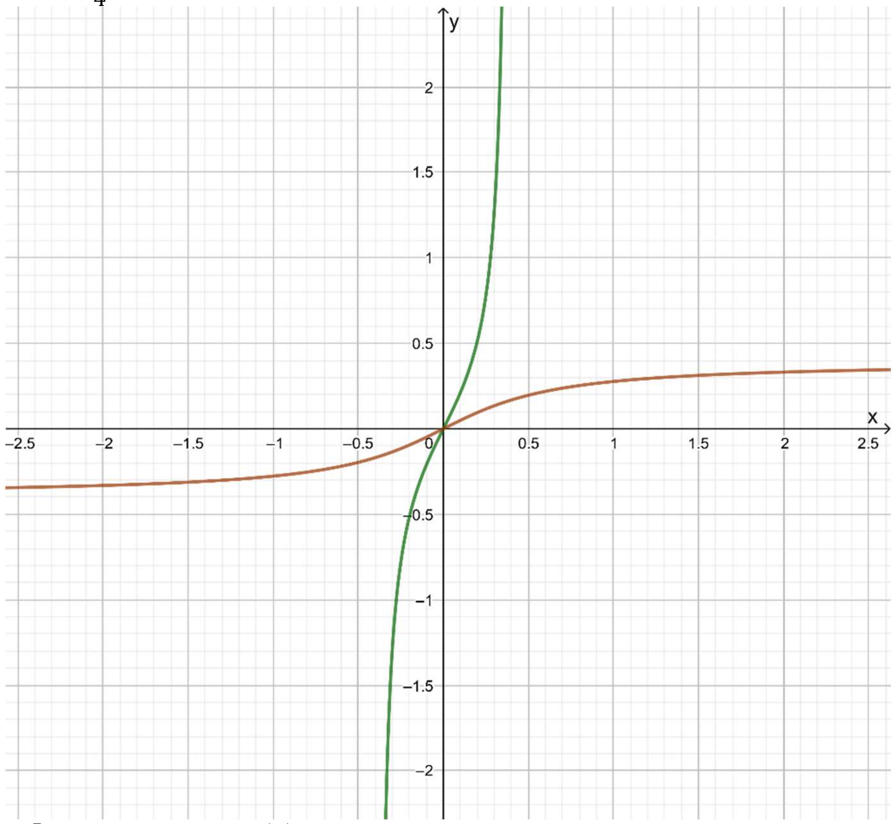
a) $D_f = \left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$; $f^{-1}(x) = \arctan(x-5)$



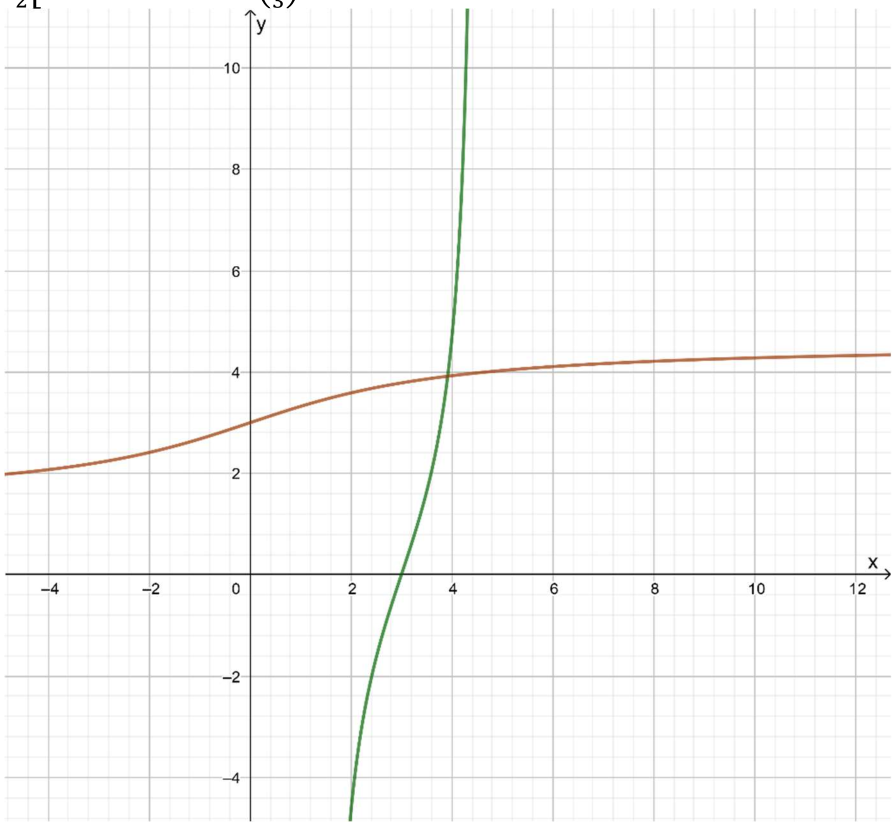
b) $D_f = \left]2-\frac{\pi}{2};\ 2+\frac{\pi}{2}\right[$; $f^{-1}(x) = \arctan(x-4)+2$



c) $D_f = \left]-\frac{\pi}{8};\ \frac{\pi}{8}\right[$; $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}\arctan(2x)$



d) $D_f = \left]3-\frac{\pi}{2};\ 3+\frac{\pi}{2}\right[$; $f^{-1}(x) = \arctan\left(\frac{x}{3}\right) + 3$



31/2

a) $D_f = [3; \infty[$; $x_1 = 3$

b) $D_f = \mathbb{R}$; $x_{1,2} = \pm 4$

c) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; keine Nst.

d) $D_f =]-\infty; -0{,}5] \cup [0{,}5; \infty[$; $x_{1,2} = \pm 0{,}5$

32/3

a) $\alpha = \frac{360°}{\pi} \arctan\left(\frac{d}{2e}\right)$

(„Radius kann vernachlässigt werden" soll wohl bedeuten, dass man diesen bei d nicht berücksichtigen muss?)

b) Jupiter: 32,1" bis 48,1"; Mars: 3,51" bis 25"; Saturn: 14,4" bis 19,9"; Polarstern: 0,0022"; Große Magellan'sche Wolke: 8,4°

97/3 a) rot, gelb

Lösungen I.5

a) allgemein

20/3

c) $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ➔ $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-x}$ ➔ $f^{-1\prime}(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

bzw. $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ ➔ $f^{-1\prime}(x) = (\,f^{-1}(x)\,)^2 = \frac{1}{(x-1)^2}$

bzw. $y = 1 - \frac{1}{x}$ ➔ $x = \frac{1}{1-y}$ und $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2}$ ➔ $\frac{dx}{dy} = x^2 = \frac{1}{(y-1)^2}$

20/2 c) $y = -4x + 7$

21/5

a) wahr, da G_f dort sms ist ($f'(x) > 0$ in $]-1;2[$)

b) falsch, da G_f in diesem Bereich einen HoP hat (VZW von f' von + nach – bei x = 2) ➔ G_f wird in der Umgebung von x = 2 von Parallelen zur x-Achse jeweils zweimal geschnitten

c) nicht zu entscheiden: W_f ist nicht eindeutig ➔ es ist nicht klar, ob 0 zu $W_f = D_{f^{-1}}$ gehört

d) nicht zu entscheiden, siehe (c)

e) nicht zu entscheiden, vgl. (c), (d) *(evtl. Tippfehler in Angabe? mit $P \in G_f$ wäre es richtig! dagegen ist $P \in G_{f'}$ offensichtlich falsch!)*

22/11

$g'(x) = \frac{-8\,(x-1)}{(x+1)^2\,(x-3)^2} < 0$ in D_g ➔ G_g ist smf in D_g ➔ g ist umkehrbar

$g^{-1}(x) = 1 + 2\sqrt{\frac{y}{y-1}}$; $D_{g^{-1}} =]1;\infty[$

m = –4,5

b) Wurzelfunktionen

20/1 a) $f'(x) = \frac{5}{4}\sqrt[4]{x} = 1{,}25\, x^{0,25}$ d) $f'(x) = \frac{1}{6} x^{-5/6} = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$

20/3

a) $f^{-1}(x) = 2 - x^2$ ➔ $f^{-1\prime}(x) = -2x$

bzw. $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$ ➔ $f^{-1\prime}(x) = -2\sqrt{2 - f^{-1}(x)} = \ldots = -2x$

bzw. $y = \sqrt{2-x}$ ➔ $x = 2 - y^2$ und $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$ ➔ $\frac{dx}{dy} = -2\sqrt{2-x} = -2y$

21/3 „angeben" ist nicht möglich – Rechnung nötig!

c) $]-\infty; 0]$ und $[0;\infty[$

15/4 c) G_f ist sms in $[-1;\infty[$; $y = 0{,}5\,(x+1)^2 - 1$ *(vgl. (a) !)*

108/1

a) f(x) = $2x^{5/2}$ ➔ f‘(x) = $5x\sqrt{x}$; f‘‘(x) = $7{,}5\sqrt{x}$

e) f‘(x) = $\frac{x^2+0.5}{\sqrt{x^2+1}}$; f‘‘(x) = $\frac{x^3+1{,}5x}{\sqrt{x^2+1}^3}$

h) f‘(x) = $\frac{3x^3+7x}{\sqrt{x^2+4}}$; f‘‘(x) = $\frac{6x^4+36x^2+2}{\sqrt{x^2+4}^3}$

107/2

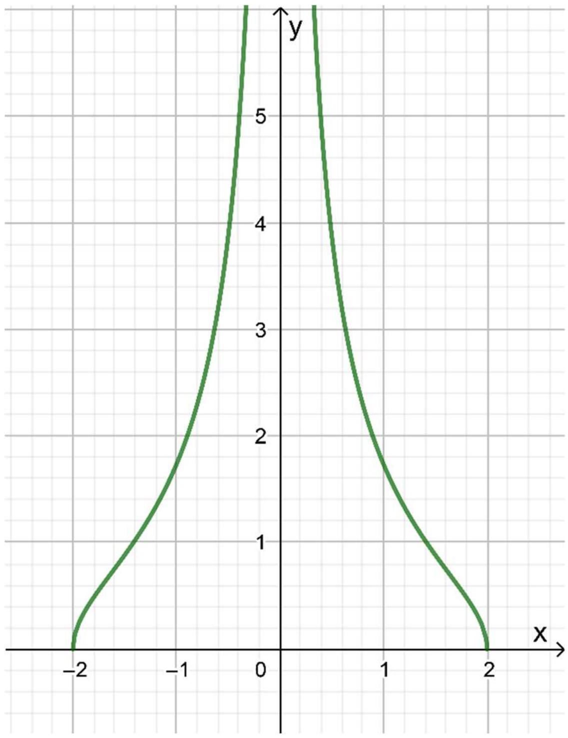
$D_g =]-\sqrt{2};-3] \cup [-1;0[\cup]0;\infty[$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} g(x) = \infty$; g(–3) = g(–1) = 0

Nst.: x_1 = –3; x_2 = –1;   Rand-TiP$_1$(–3|0), Rand.-TiP$_2$(–1|0), Maxst. für x < –3

108/5

a) $D_g = [-2;0[\cup]0;2]$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} g(x) = \infty$;   g($\pm$2) = 0



109/11

a) falsch (z. B. für x = –3 $\in]-\infty;-1[$ ist der Bruch negativ ➔ Wurzel ist nicht definiert)

b) wahr (f(x) = 0 ⇔ x + 2 = 0 ⇔ x = –2)

c) wahr (direkt nachrechnen, oder so: Die Monotonie von f ist dieselbe wie die von g mit

g(x) = $\frac{x+2}{(x+1)^2} = \frac{x+1+1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$. Beide Summanden und damit auch g selbst sind smf in $]-1;\infty[$.)

d) wahr (Die Wurzel ergibt immer ein Ergebnis ≥ 0; 0 ∈ W_f wegen (b), f(x) → ∞ für x → -1; f ist stetig)

110/13   c) 1h, 2g, 3f

<u>c) Natürliche Logarithmusfunktion</u>

20/1   b) f‘(x) = $\frac{1}{x+2}$ c) f‘(x) = $\frac{3}{x}$ e) f‘(x) = 5 ln(–x) + 5

97/2

$D_g =]-\sqrt{2};0[\cup]0;\sqrt{2}[$; $\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^+} g(x) = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-} g(x) = \lim\limits_{x\to 0^\pm} g(x) = -\infty$

Monotonie von g = Monotonie von f (in D_g!), da VZ von g‘ = VZ von f‘/f und f > 0 in D_g

➔ selbe Extremstellen (Art und Abszissen);   HoP$_{1,2}$($\pm$1|0)

G_g ist sms in $]-\sqrt{2};-1]$ und]0;1], smf in [–1;0[und [1; $\sqrt{2}$[

107/2

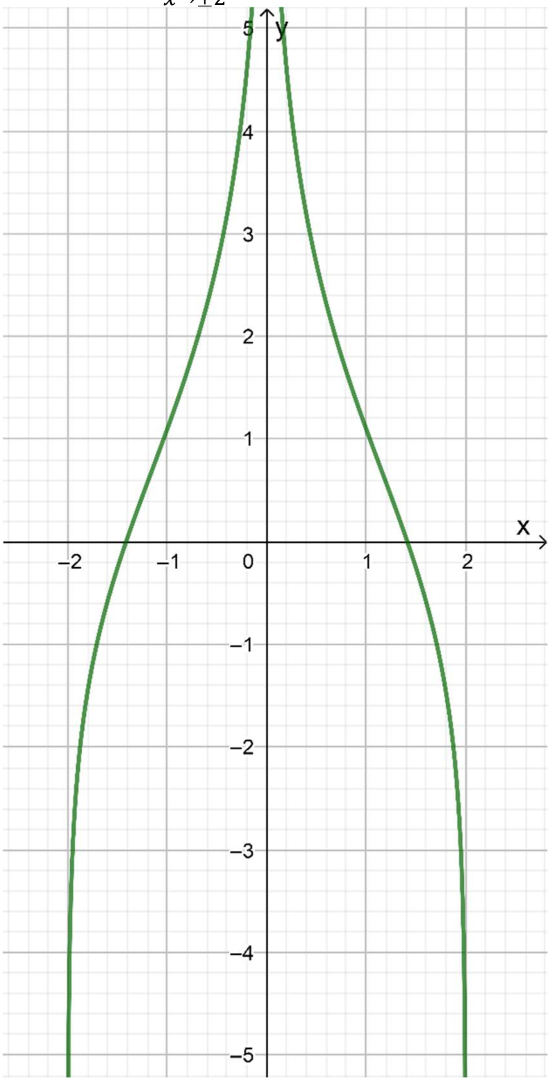
$D_h =]-\infty; -3[\cup]-1; 0[\cup]0; \infty[$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to -3^-} h(x) = \lim\limits_{x\to -1^+} h(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} h(x) = \infty$

Nst.: $x_1 \approx -0{,}95$; $x_2 \approx 1$; Maxst. für $x < -3$

108/5

b) $D_g =]-2; 0[\cup]0; 2[$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} g(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to \pm 2} g(x) = -\infty$



108/6

a) wahr, weil dort g gegen $-\infty$ geht

b) wahr, da g(2) = 0

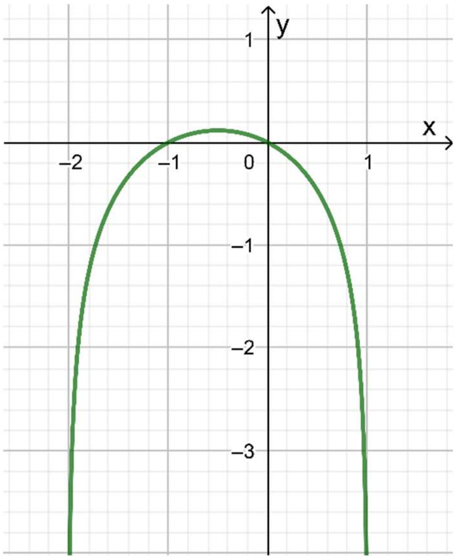
c) falsch: Die Monotonie und damit auch die Extremstellen (Art und Abszisse) von f und g sind gleich.

d) keine Aussage ist möglich: falls f dort definiert, aber negativ ist, dann gehört dieser Bereich nicht zur Definitionsmenge von g – f kann dort aber durchaus smf sein

e) wahr, vgl. (c)

109/10 *Maßstab fehlt! Annahme: 1 LE = 1; dann: $f(x) = -0{,}5\,(x-1)\,(x+2)$*

a_1)



b_1) $D_g =]-2; 1[$

2 Nst.: $x_1 = -1$; $x_2 = 0$

G_g ist sms in $]-2; -0{,}5]$, smf in $[-0{,}5; 1[$; Maxst.: $x_1 = -0{,}5$

110/13 a) 1h, 2f, 3g

20/2

a) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

b) $y = \frac{1}{4}x + 2$ ***(Fehler in Buch, es müsste P(2|0) sein!)***

d) $y = 0{,}5x + 2$

20/3

b) $f^{-1}(x) = \ln(e^x + 1) \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

bzw. $f'(x) = \frac{e^x}{e^x-1} \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \frac{e^{f^{-1}(x)}-1}{e^{f^{-1}(x)}} = \ldots = \frac{e^x}{e^x+1}$

bzw. $y = \ln(e^x - 1) \Rightarrow x = \ln(e^y + 1)$ und $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{e^x-1} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{e^x-1}{e^x} = \cdots \frac{e^y}{e^y+1}$

d) $f^{-1}(x) = \sqrt{-2\ln(x/2)} \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \ldots = -\frac{1}{x\sqrt{-2\ln(x/2)}}$

bzw. $f'(x) = -2x\, e^{-\frac{1}{2}x^2} \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \frac{1}{-2\, e^{-\frac{1}{2}(f^{-1}(x))^2}} = \ldots = -\frac{1}{x\sqrt{-2\ln(x/2)}}$

bzw. $y = 2e^{-\frac{1}{2}x^2} \Rightarrow x = \sqrt{-2\ln(y/2)}$ und $\frac{dy}{dx} = -2x\, e^{-\frac{1}{2}x^2} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{-2x\, e^{-\frac{1}{2}x^2}} = \ldots = -\frac{1}{y\sqrt{-2\ln(y/2)}}$

e) $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{e^x+2}{3}} \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \ldots = \frac{e^x}{2\sqrt{3\,(e^x+2)}}$

bzw. $f'(x) = \frac{6x}{3x^2-2} \Rightarrow f^{-1}{}'(x) = \frac{1}{\frac{6f^{-1}(x)}{3\left(f^{-1}(x)\right)^2-2}} = \ldots = \frac{e^x}{2\sqrt{3\,(e^x+2)}}$

bzw. $y = \ln(3x^2 - 2) \Rightarrow x = \sqrt{\frac{e^y+2}{3}}$ und $\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{3x^2-2} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{6x}{3x^2-2}} = \ldots = \frac{e^y}{2\sqrt{3\,(e^y+2)}}$

20/4

a) G_h ist smf in $D_h \Rightarrow$ h ist umkehrbar

$y = -2{,}25x - 1 + \ln(3)$

b) $h^{-1}(x) = -\ln\left(1 - \sqrt{-x}\right)$; $D_{h^{-1}} = \mathbb{R}_0^-$

22/12

g'(x) = $\frac{8}{x\,(4-x^2)}$ > 0 in D_g ➔ G_g ist sms in D_g ➔ g ist umkehrbar

y = $\frac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2}$

$g^{-1}(x) = 2\sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}}$; $D_{g^{-1}} = \mathbb{R}$

d) Arcustangens

32/4

a) f'(x) = $\frac{2x}{x^4+14x^2+5}$

b) f'(x) = $\frac{1}{(2x+3)\sqrt{x+0,5}}$

c) f'(x) = $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$

d) f'(x) = 0 (Vorsicht: Daraus folgt ***nicht***, dass f(x) = C ist! D_f beachten!)

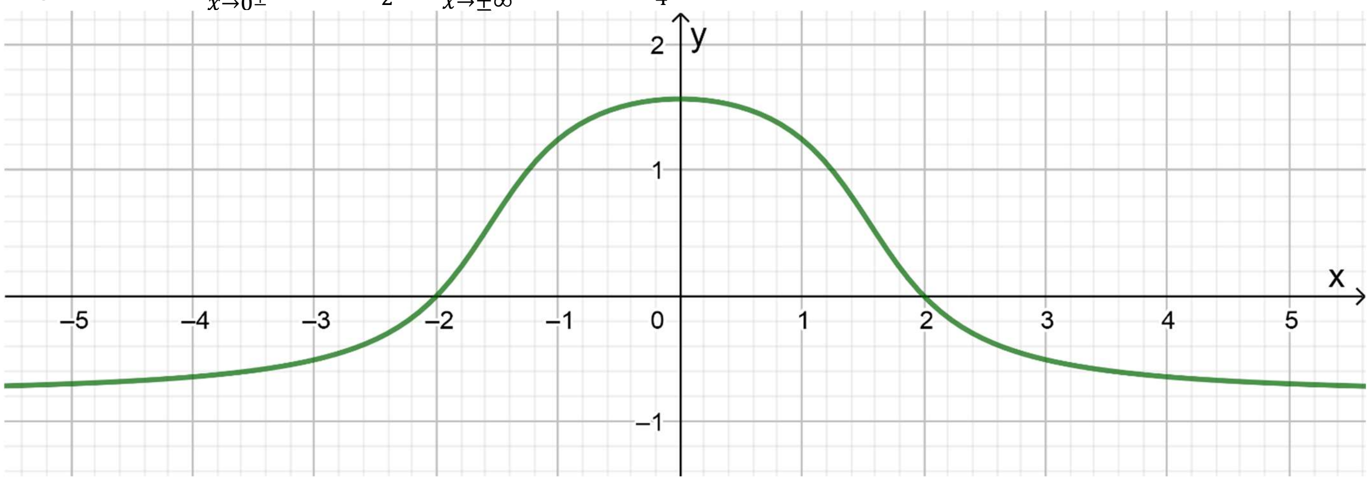
107/2

$D_j = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} j(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} j(x) = \frac{\pi}{2}$; j(–3) = j(–1) = 0

Nst.: x_1 = –3; x_2 = –1; Maxst. für x < –3, Minst.: $x_1 \approx$ –1,3

108/5

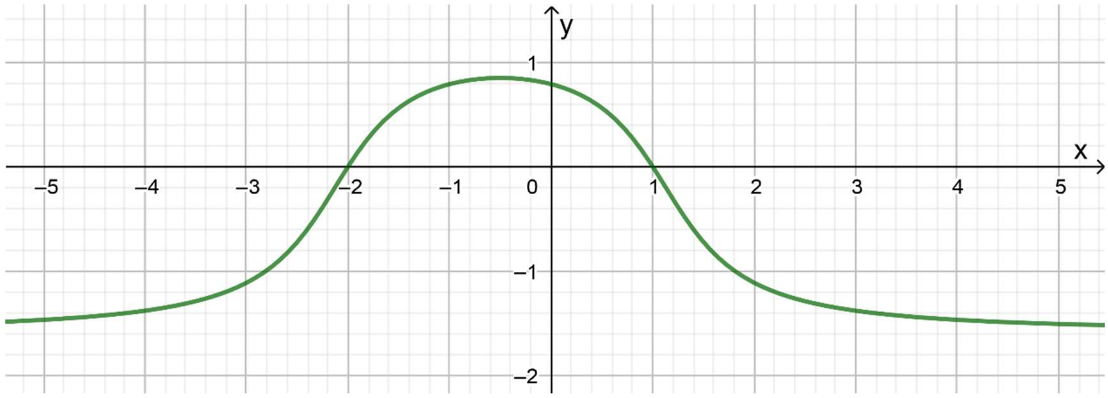
c) $D_g = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} g(x) = \frac{\pi}{2}$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = -\frac{\pi}{4}$



109/7 a) gelb b) gelb

109/10 *Maßstab fehlt! Annahme: 1 LE = 1; dann: f(x) = –0,5 (x – 1) (x + 2)*

a_3)



b_3) $D_g = \mathbb{R}$

2 Nst.: x_1 = –2; x_2 = 1; G_g ist sms in $]-2; -0,5]$, smf in $[-0,5; 1[$; Maxst.: x_1 = –0,5

Lösungen I.6

a) Wurzelfunktionen

97/1

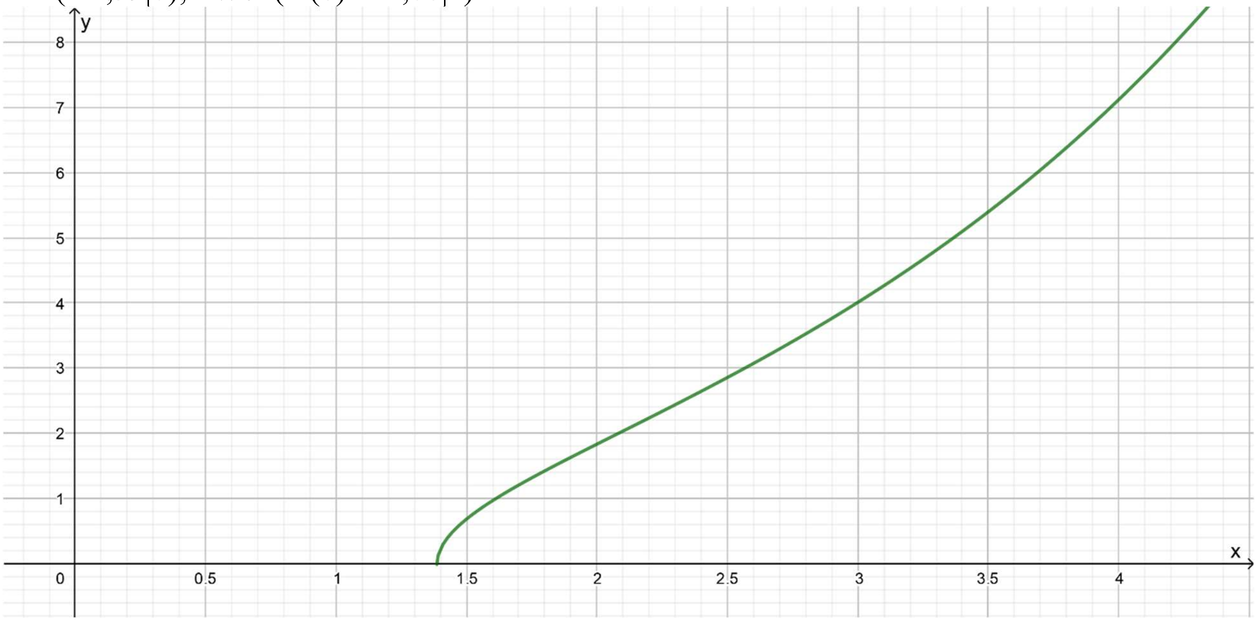
g) $D_f = [\ln(4)\,;\infty[$; nicht symm. zum KS; $x_1 = \ln(4) \approx 1{,}39$

$f(\ln(4)) = 0$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; keine As.

G_f ist sms in $[\ln(4); \infty[$,

rechtsgekr. in $[\ln(4);\ln(8)]$, linksgekr. in $[\ln(8); \infty[$

Rand-TiP($\approx 1{,}39|0$); WeP($\ln(8) \approx 2{,}08|2$)



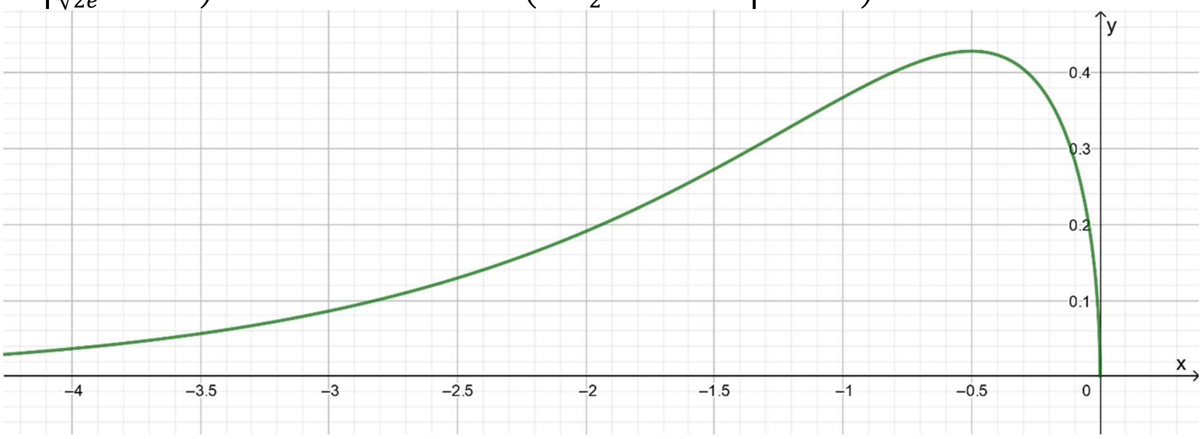
h) $D_f = \mathbb{R}_0^-$; nicht symm. zum KS; $x_1 = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$; $f(0) = 0$; w. As.: $y = 0$

G_f ist sms in $]-\infty; -0{,}5]$, smf in $[-0{,}5; 0]$,

linksgekr. in $\left]-\infty; -\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right]$, rechtsgekr. in $\left[-\frac{\sqrt{2}+1}{2}; 0\right]$

HoP$\left(-0{,}5\middle|\frac{1}{\sqrt{2e}} \approx 0{,}43\right)$, Rand-TiP(0|0); WeP$_2\left(-\frac{\sqrt{2}+1}{2} \approx -1{,}21\middle| \approx 0{,}33\right)$



107/3

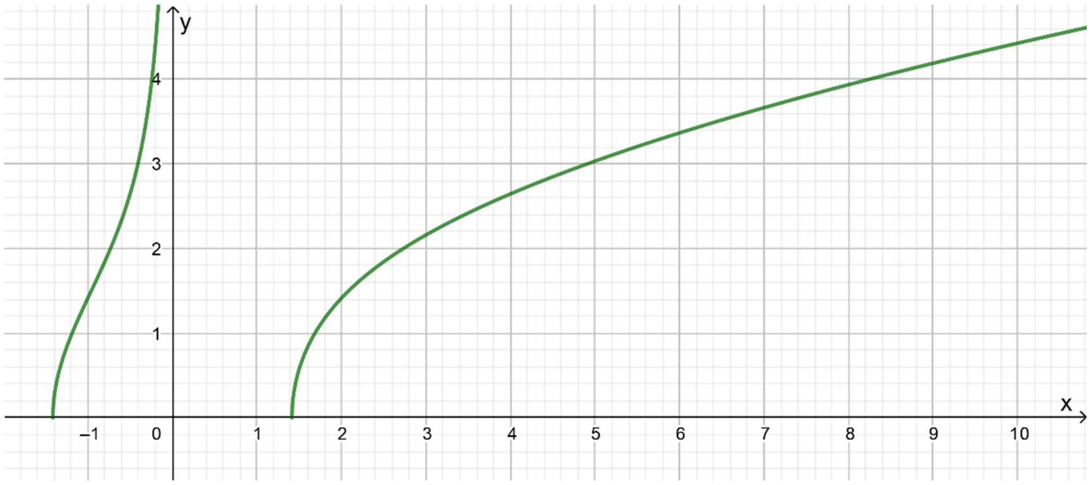
e) $D_f = [-\sqrt{2}; 0[\cup [\sqrt{2}; \infty[$; nicht symm. zum KS; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2} \approx \pm 1{,}41$

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; $f(\pm\sqrt{2}) = 0$; s. As.: $x = 0$

G_f ist sms in $[-\sqrt{2}; 0[$ und in $[\sqrt{2}; \infty[$ *(aber nicht in $[-\sqrt{2}; 0[\cup [\sqrt{2}; \infty[$!)*,

rechtsgekr. in $[-\sqrt{2}; -\sqrt{4\sqrt{3}-6}]$ und $[\sqrt{2}; \infty[$, linksgekr. in $[-\sqrt{4\sqrt{3}-6}; 0[$

Rand-TiP$_{1,2}$($\pm\sqrt{2}|0$); WeP$\left(-\sqrt{4\sqrt{3}-6} \approx -0{,}96\middle| \approx 1{,}49\right)$



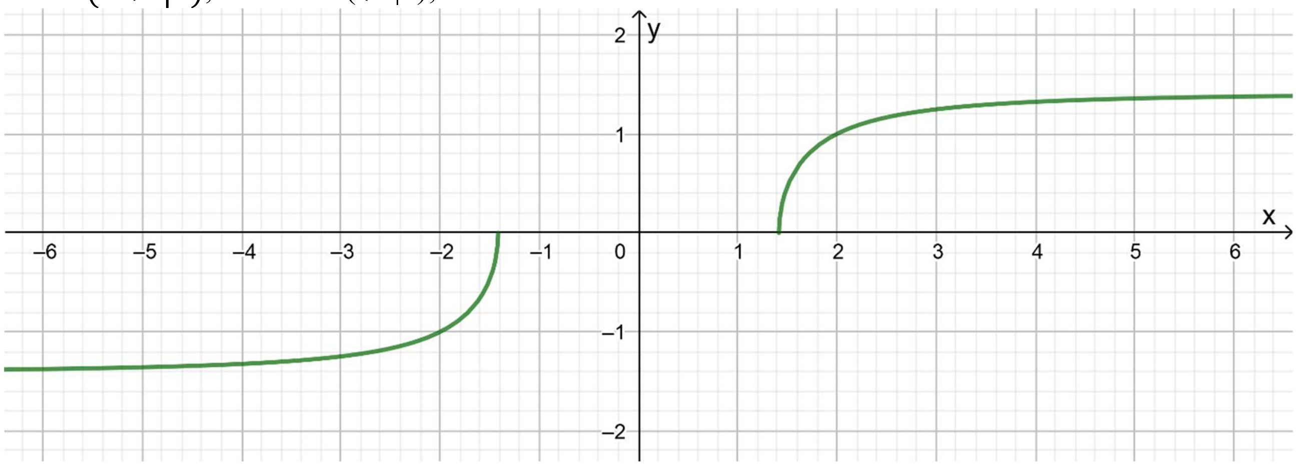
f) $D_f =]-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; \infty[$;   symm. zum Ursprung; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2} \approx \pm 1{,}41$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\sqrt{2}$; $f(\pm\sqrt{2}) = 0$;   w. As.: $y = -\sqrt{2}$, $y = \sqrt{2}$

G_f ist sms in $]-\infty; -\sqrt{2}]$ und in $[\sqrt{2}; \infty[$,

linksgekr. in $]-\infty; -\sqrt{2}]$, rechtsgekr. in $[\sqrt{2}; \infty[$

Rand-HoP$(-\sqrt{2}|0)$, Rand-TiP$(\sqrt{2}|0)$;   keine WeP



108/3

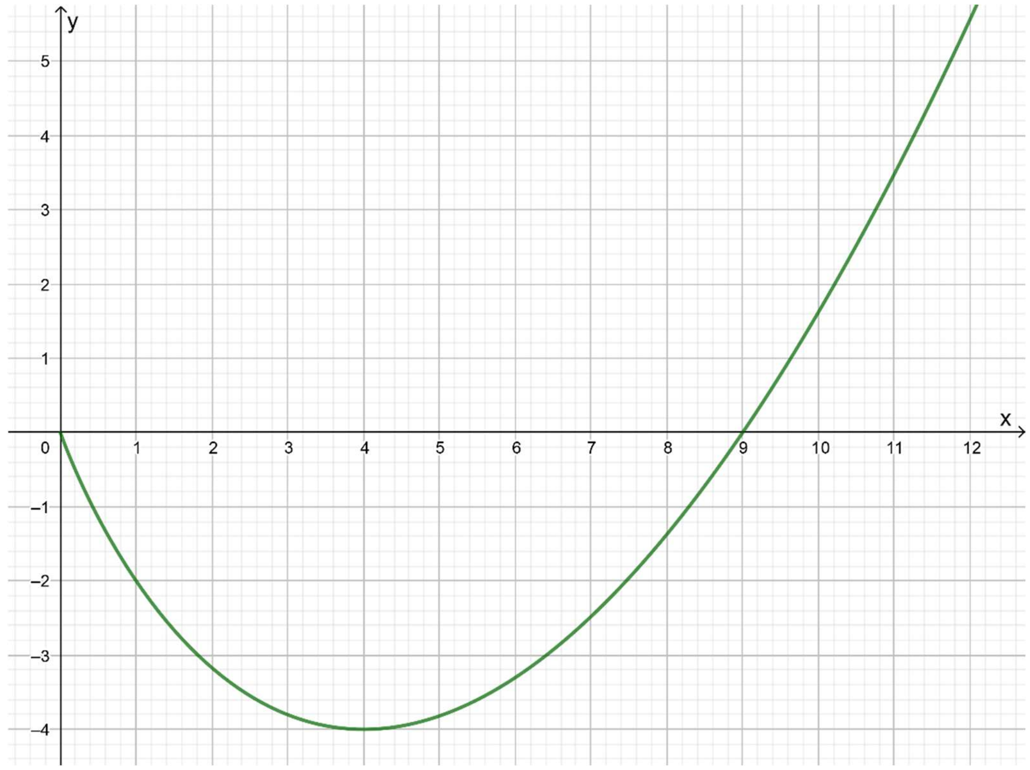
a) $D_f = \mathbb{R}_0^+$;   nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; $f(0) = 0$

$S_y(0|0) = N_1$; $N_2(9|0)$

Rand-HoP$(0|0)$, HoP$(4|-4)$;   keine WeP

$W_f = [-4; \infty[$



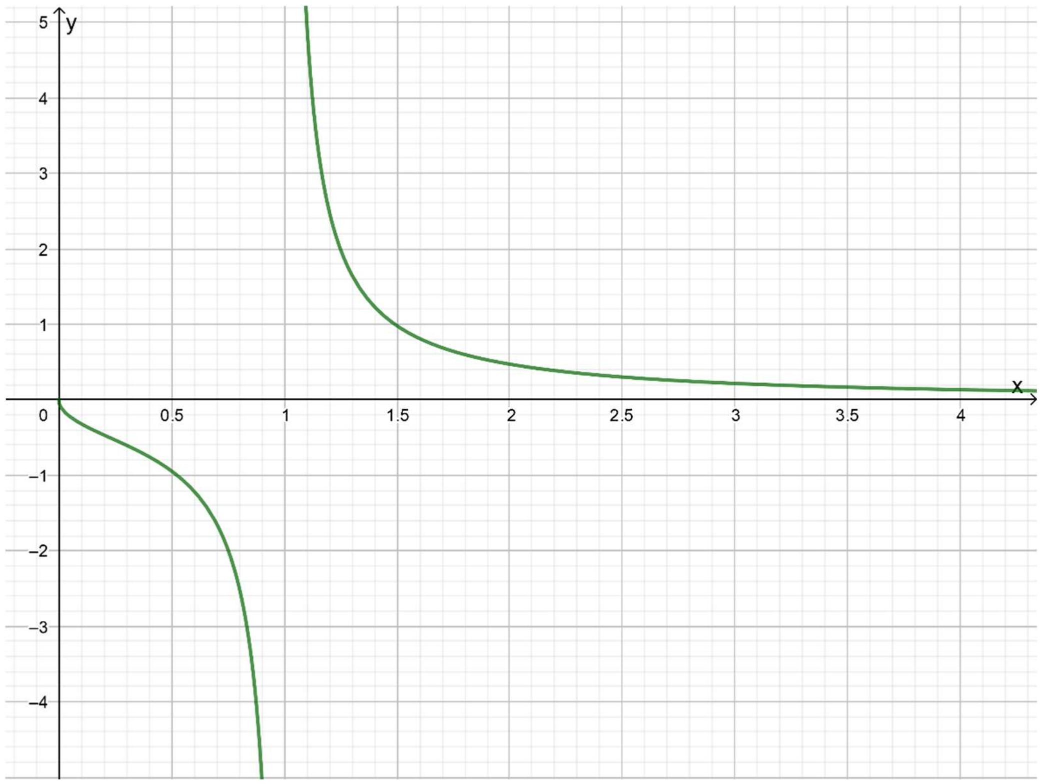
b) $D_f = \mathbb{R}_0^+\backslash\{1\}$;   nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$; $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}} f(x) = \pm\infty$; $f(0) = 0$

$S_y(0|0) = N$

Rand-HoP$(0|0)$;   WeP$(\approx 0{,}23| \approx -0{,}51)$

$W_f = \mathbb{R}$

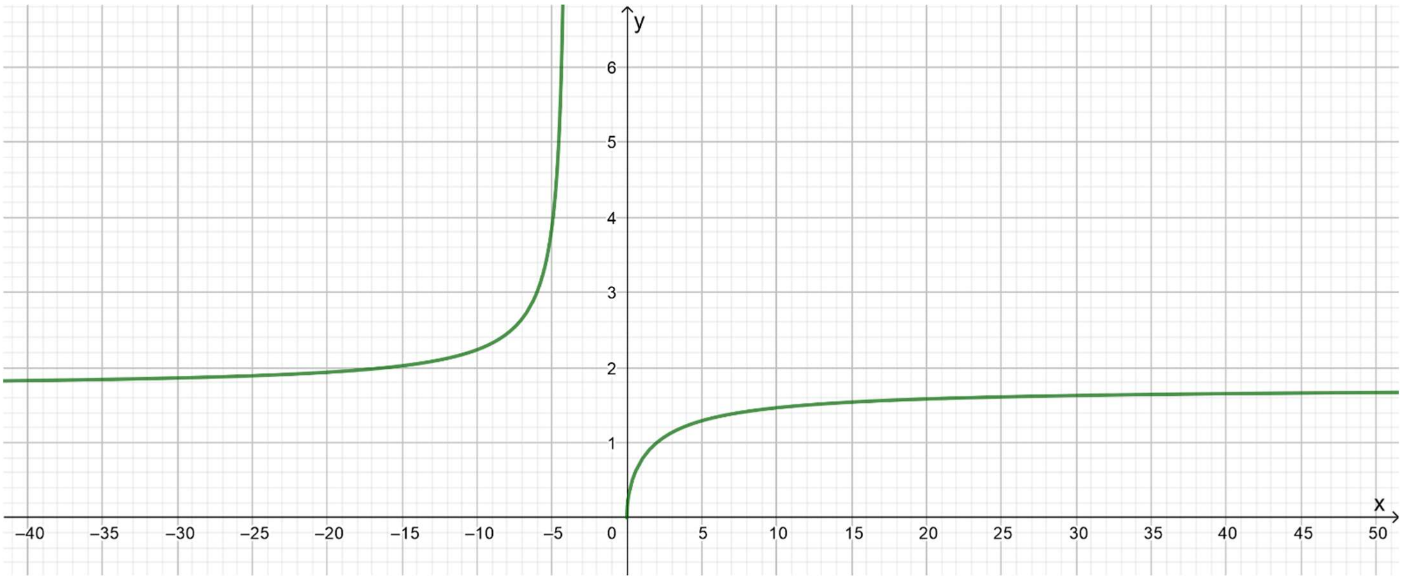


c) $D_f =]-\infty;-4[\, \cup\, [0;\infty[$;   nicht symm. zum KS

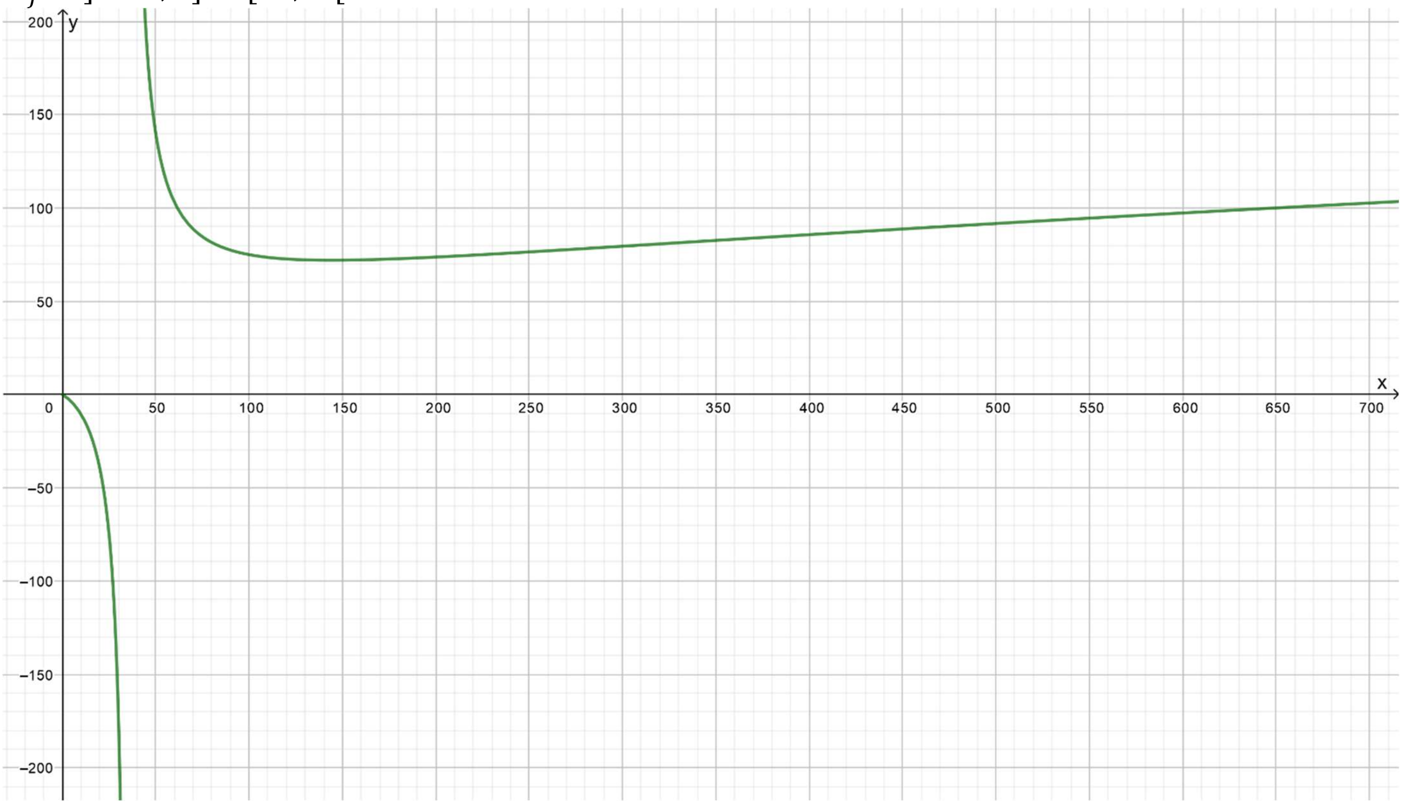
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \sqrt{3}^{\mp}$; $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x) = \infty$; $f(0) = 0$

$S_y(0|0) = N =$ Rand-TiP;   keine WeP

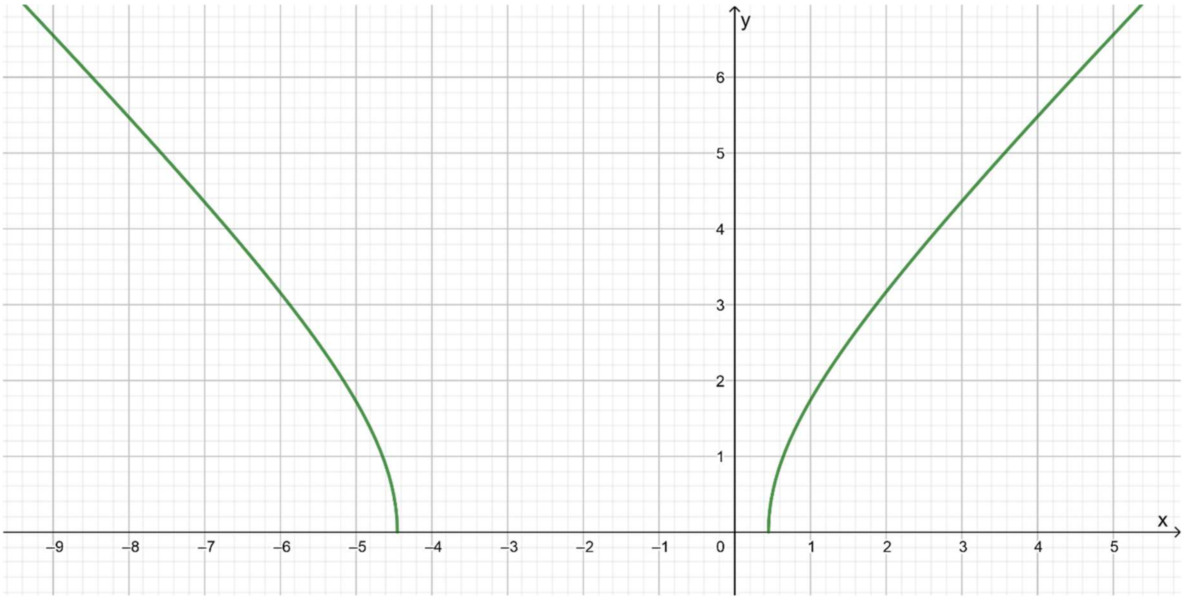
$W_f = \mathbb{R}_0^+\backslash\{\sqrt{3}\}$



d) $D_f = \mathbb{R}_0^+\setminus\{36\}$ nicht symm. zum KS
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to 36^\pm} f(x) = \pm\infty$; f(0) = 0
$S_y(0|0)$ = N = Rand-HoP
TiP(144|72); WeP(324|81)
$W_f =]-\infty; 0] \cup [72; \infty[$



e) $D_f =]-\infty; -2-\sqrt{6}] \cup [-2+\sqrt{6}; \infty[$; nicht symm. zum KS (aber zu x = –2)
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$; $f(-2\pm\sqrt{6}) = 0$
kein S_y; $N_1(-2-\sqrt{6} \approx -4{,}45|0)$ = Rand-TiP_1, $N_2(-2+\sqrt{6} \approx 0{,}45|0)$ = Rand-TiP_2; keine WeP
$W_f = \mathbb{R}_0^+$

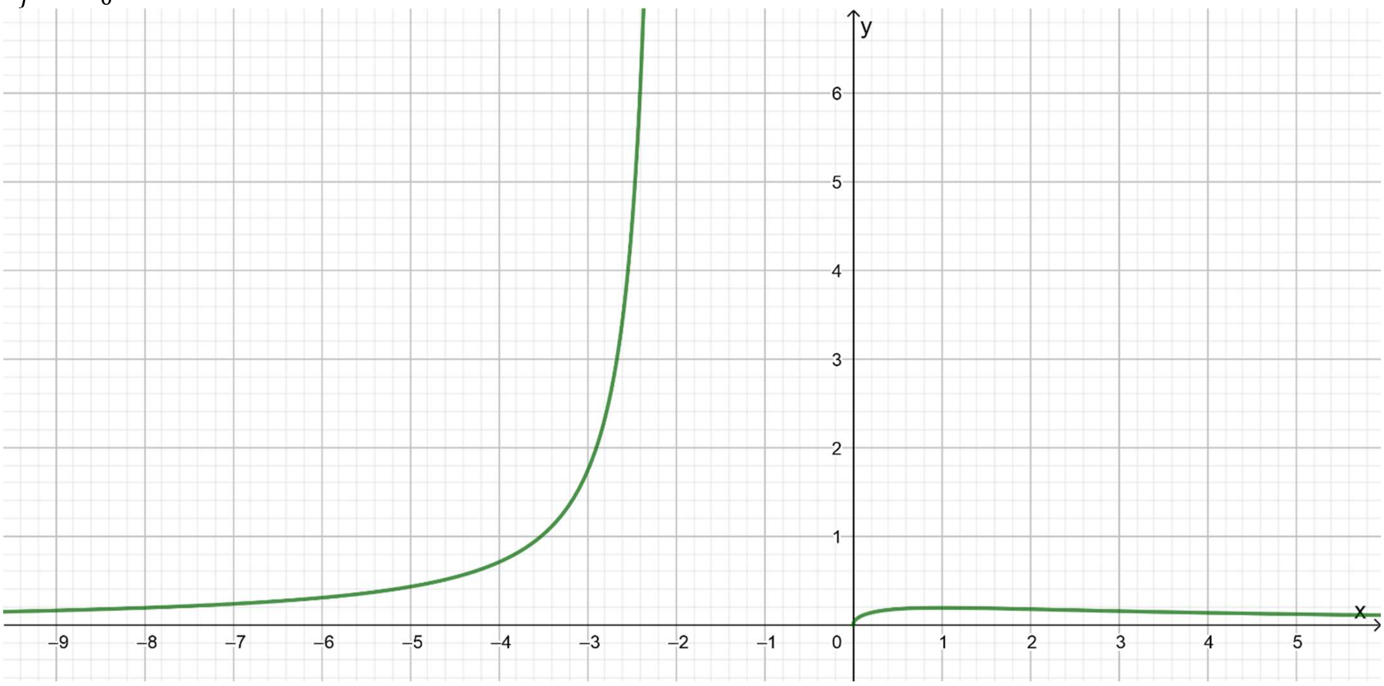


f) $D_f =]-\infty; -2[\cup [0; \infty[$;   ;   nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$; $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = \infty$;   f(0) = 0

$S_y(0|0)$ = N = Rand-TiP;   HoP$\left(1\middle|\frac{\sqrt{3}}{9} \approx 0{,}19\right)$;   WeP$\left(1+\frac{\sqrt{6}}{2} \approx 2{,}22\middle| \approx 0{,}17\right)$

$W_f = \mathbb{R}_0^+$

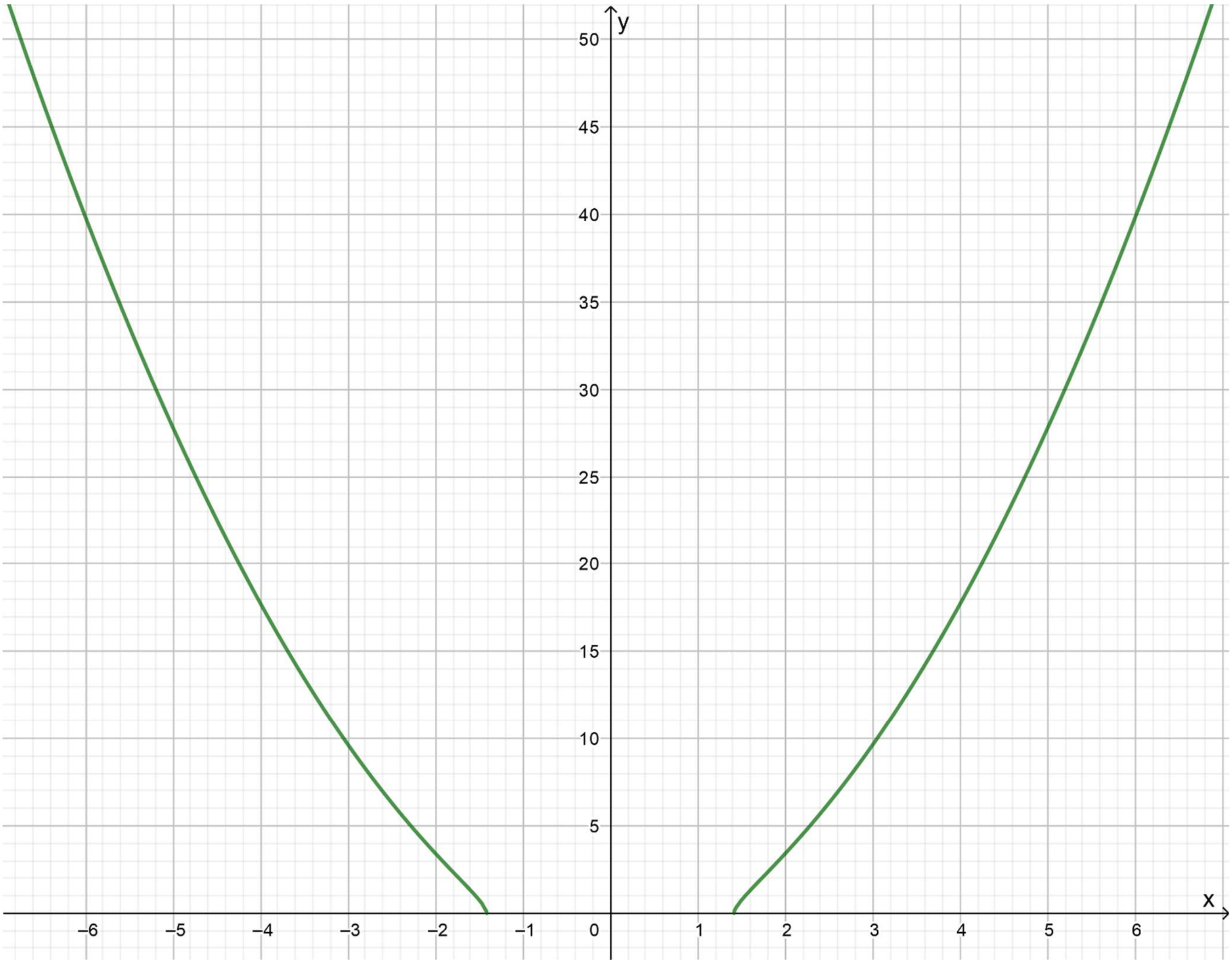


g) $D_f =]-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; \infty[$;   symm. zur y-Achse

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$; $f(\pm\sqrt{2}) = 0$

kein S_y; $N_{1,2}(\pm\sqrt{2} \approx \pm 1{,}41|0)$ = Rand-$TiP_{1,2}$; $WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{3} \approx \pm 1{,}72\middle|2\right)$

$W_f = \mathbb{R}_0^+$



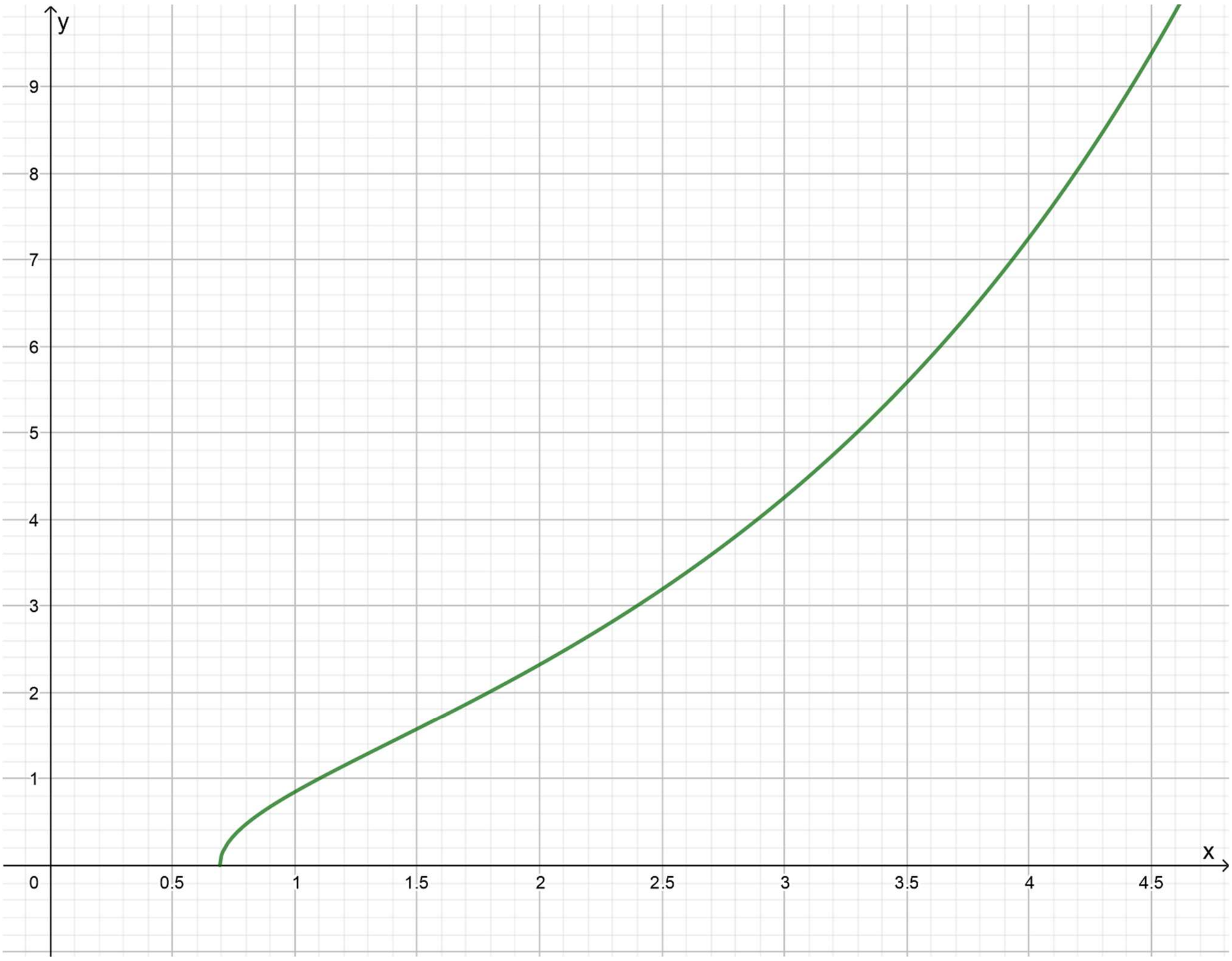
a) ***vgl. 97/1g!***

$D_f = [\ln(2)\,;\infty[$;   nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$; $f(\ln(2)) = 0$

kein S_y; $N(\ln(2) \approx 0{,}69|0)$ = Rand-TiP; $WeP\left(\ln(4) \approx 1{,}39\middle|\sqrt{2} \approx 1{,}41\right)$

$W_f = \mathbb{R}_0^+$



<u>b) Natürlicher Logarithmus</u>

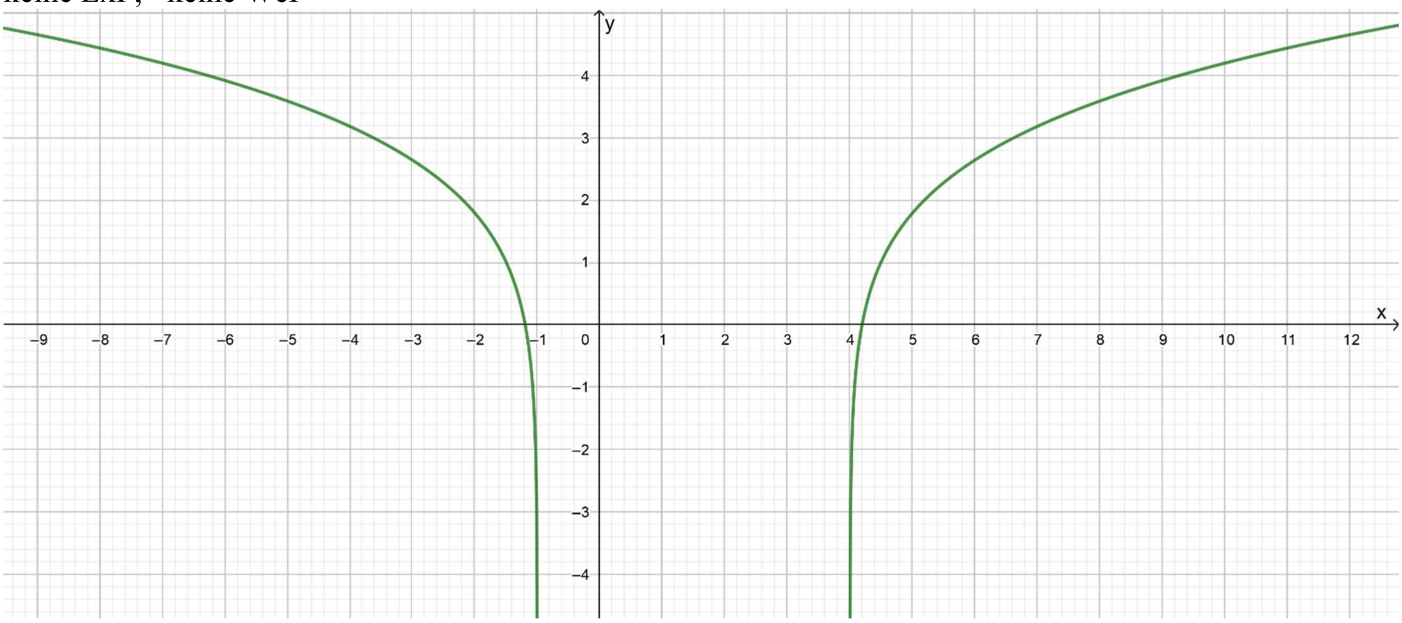
97/1

b) $D_f =]-\infty; -1[\cup]4; \infty[$;   nicht symm. zum KS (aber zu x = 1,5); $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \approx \begin{cases} -1{,}19 \\ 4{,}19 \end{cases}$

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to 4^+} f(x) = -\infty$;   s. As.: x = −1, x = 4

G_f ist smf in $]-\infty; -1[$, sms in $]4; \infty[$, rechtsgekr. in $]-\infty; -1[$ und $]4; \infty[$

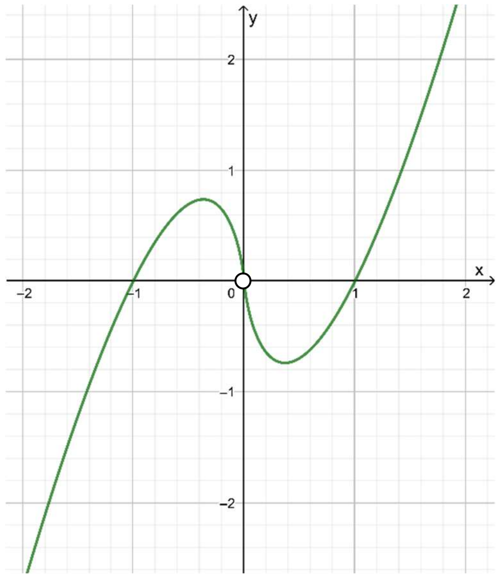
keine ExP;   keine WeP



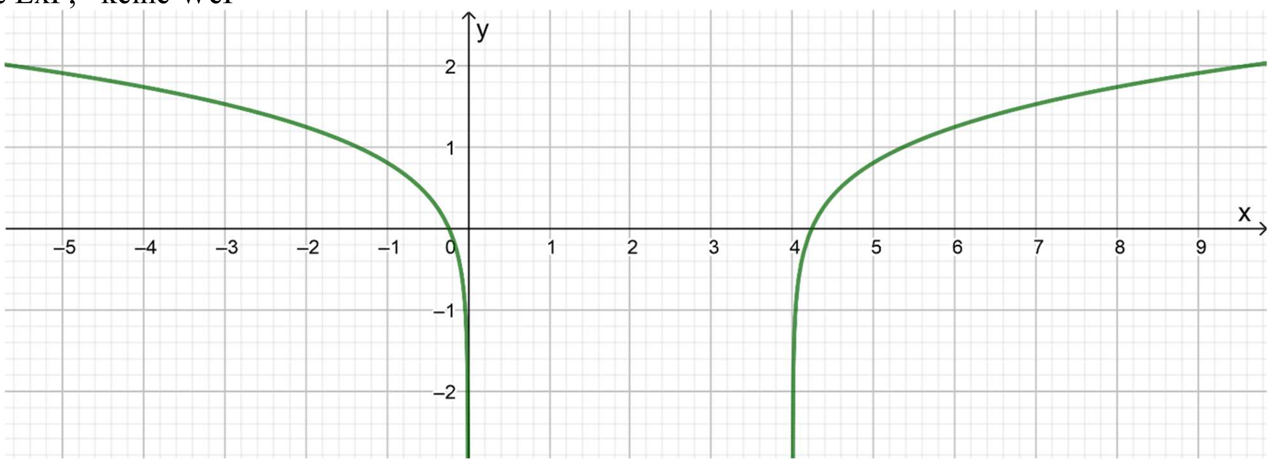
c) ***f(x) = 2x ln|x| !***

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;   symm. zum Ursprung; $x_{1,2,3} = \pm 1$

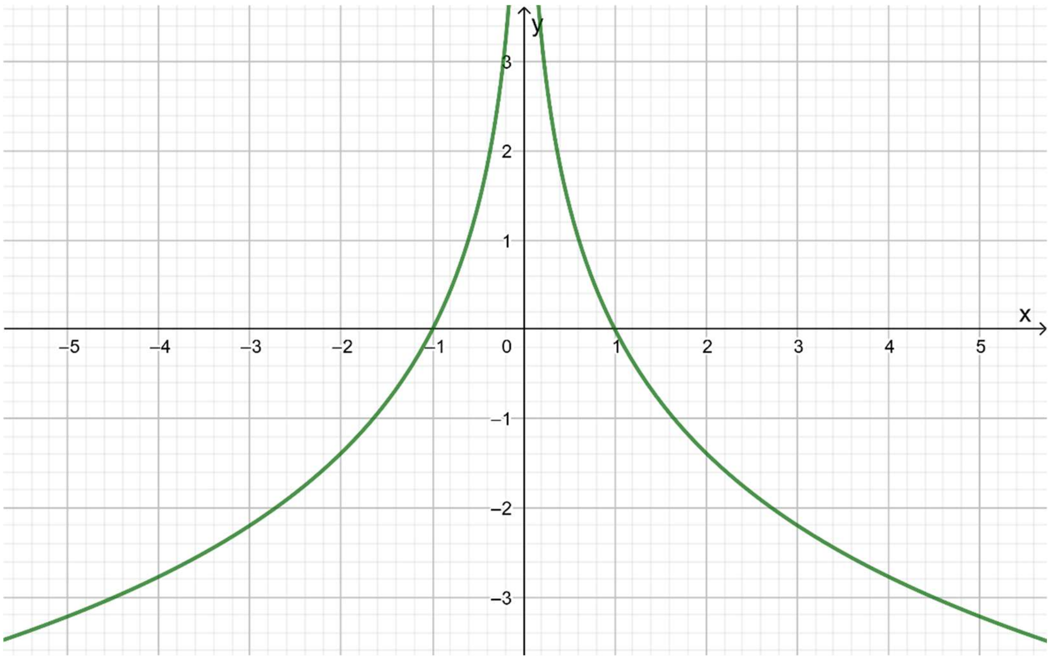
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^{\pm}} f(x) = 0^{\pm}$; keine As.
G_f ist sms in $\left]-\infty; -\frac{1}{e}\right]$ und $\left[\frac{1}{e}; \infty\right[$, smf in $\left[-\frac{1}{e}; 0\right[$ und $\left]0; \frac{1}{e}\right]$,
rechtsgekr. in $]-\infty; 0[$, linksgekr. in $]0; \infty[$
HoP$\left(-\frac{1}{e} \approx -0{,}37 \,\middle|\, \frac{2}{e} \approx 0{,}74\right)$, TiP$(\approx 0{,}37 | \approx -0{,}74)$; keine WeP (beachte: $0 \notin D_f$!)



d) ***f(x) = 0,5 ln(x² – 4x) !***
$D_f =]-\infty; 0[\cup]4; \infty[$; nicht symm. zum KS (aber zu x = 12); $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5} \approx \begin{cases} -0{,}24 \\ 4{,}24 \end{cases}$
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = -\infty$; s. As.: x = 0, x = 4
G_f ist smf in $]-\infty; 0[$, sms in $]0; \infty[$, rechtsgekr. in $]-\infty; 0[$ und $]4; \infty[$
keine ExP; keine WeP



107/3
a) ***f(x) = –2 ln|x| !***
$D_f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; symm. zur y-Achse; $x_{1,2} = \pm 1$
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^{\pm}} f(x) = \infty$; s. As.: x = 0
G_f ist sms in $]-\infty; 0[$, smf in $]0; \infty[$,
linksgekr. in $]-\infty; 0[$ und $]0; \infty[$ *(nicht in $\mathbb{R}\setminus\{0\}$!)*
keine ExP, keine WeP



b) ***f(x) = 0,5 ln(x) – ln(x+2) !***

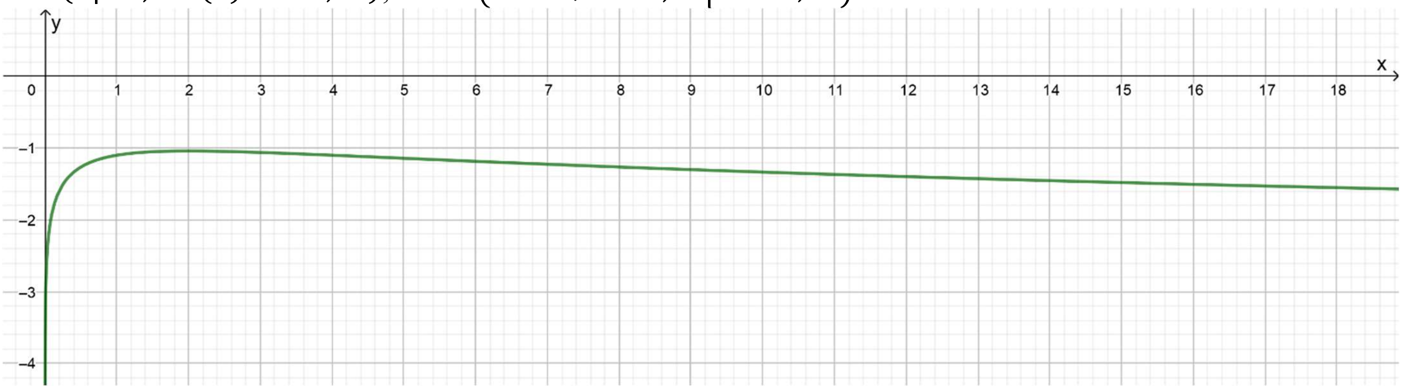
$D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS; keine Nst.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$; s. As.: x = 0

G_f ist sms in $]0; 2]$, smf in $[2; \infty[$,

rechtsgekr. in $]0; 2 + 2\sqrt{2}]$, linksgekr. in $[2 + 2\sqrt{2}; \infty[$

HoP$(2|-1{,}5\ln(2) \approx -1{,}04)$; WeP$\left(2 + 2\sqrt{2} \approx 4{,}83\right| \approx -1{,}13)$

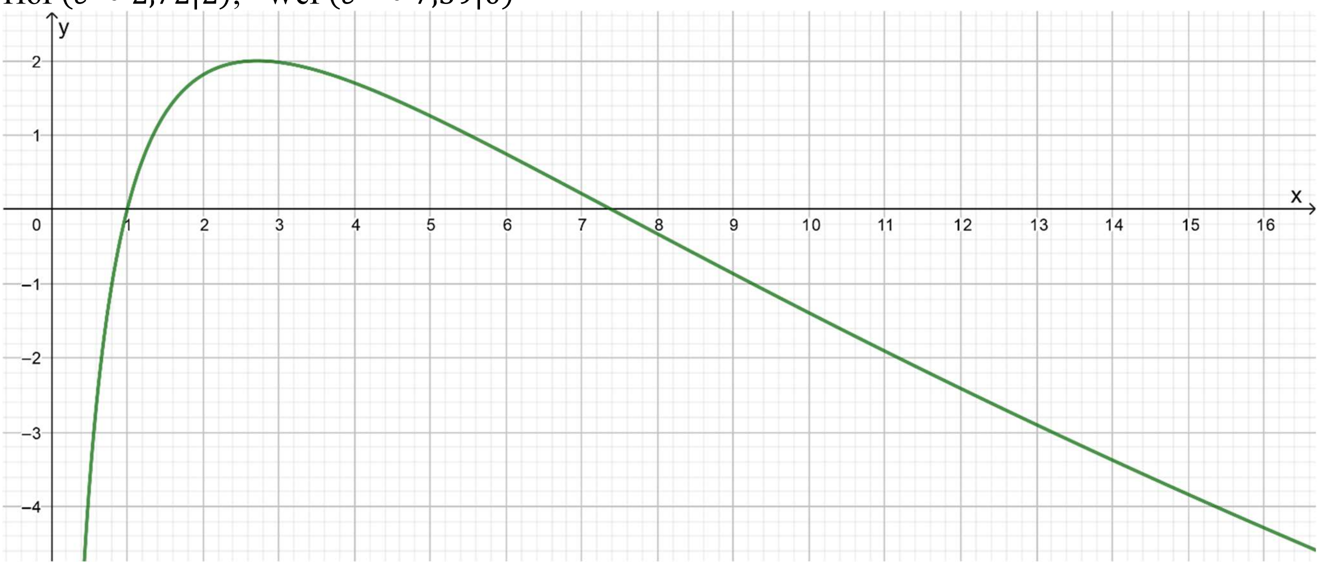


i) $D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS; $x_1 = 1$, $x_2 = e^2 \approx 7{,}39$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$; s. As.: x = 0

G_f ist sms in $]0; e]$, smf in $[e; \infty[$, rechtsgekr. in $]0; e^2]$, linksgekr. in $[e^2; \infty[$

HoP$(e \approx 2{,}72|2)$; WeP$(e^2 \approx 7{,}39|0)$



108/2

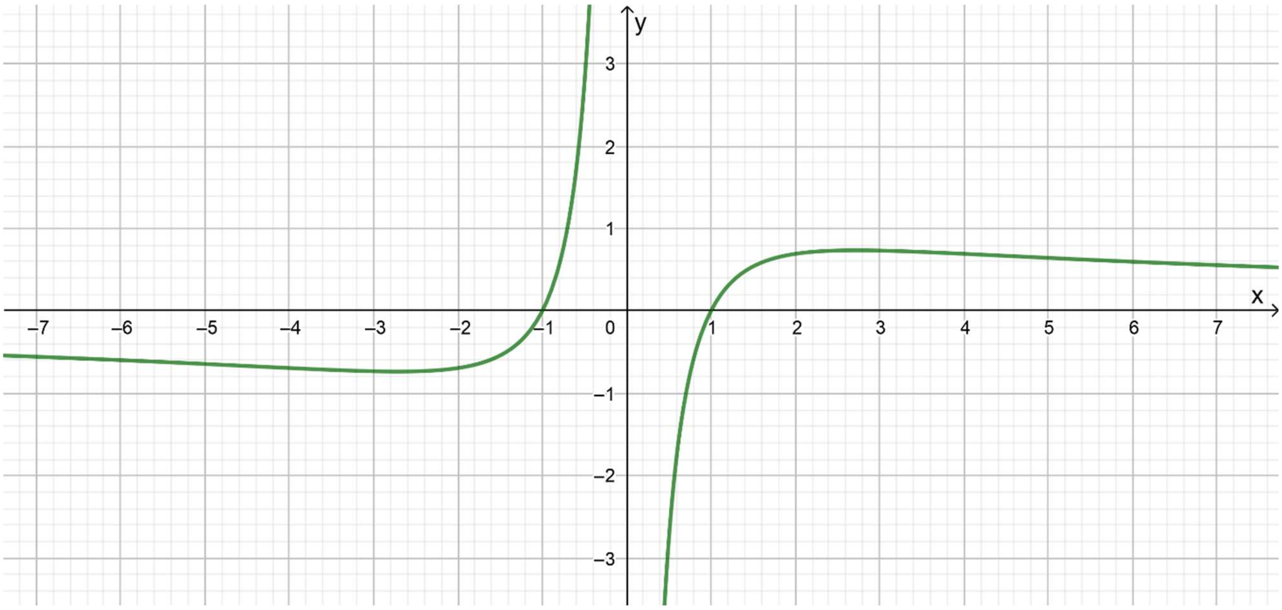
a) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; symm. zum Ursprung

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$; $\lim\limits_{x\to 0^{\pm}} f(x) = \mp\infty$

kein S_y; $N_{1,2}(\pm 1|0)$

TiP$\left(-e \approx 2{,}72\middle|-\frac{2}{e} \approx -0{,}74\right)$, HoP$(\approx 2{,}72| \approx 0{,}74)$; WeP$_{1,2}\left(\pm e^{3/2} \approx 4{,}48\middle|\pm\frac{3}{e^{3/2}} \approx \pm 0{,}67\right)$

$W_f = \mathbb{R}$



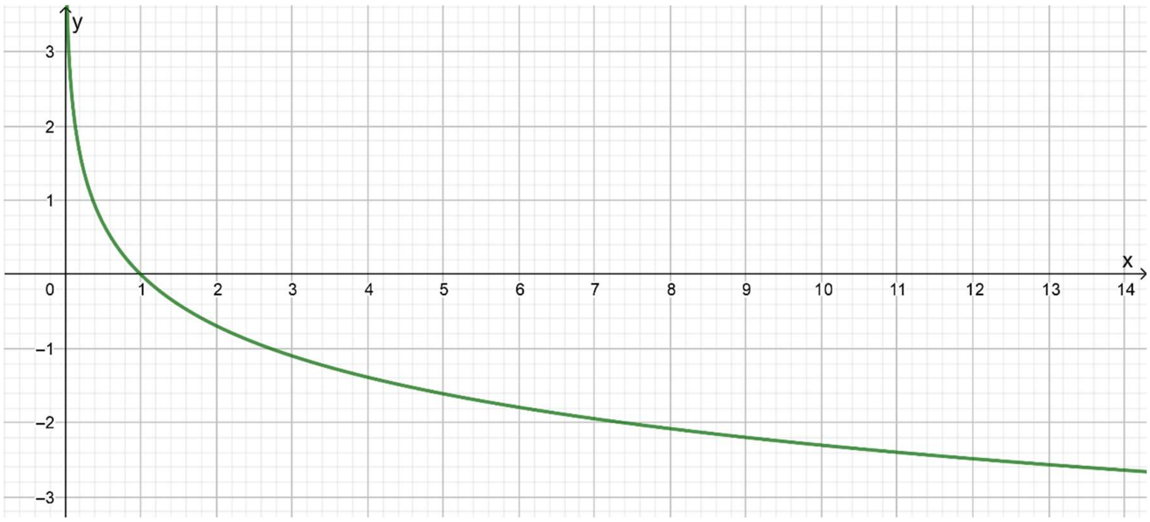
b) ***f(x) = –ln(x) !***

$D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

kein S_y; N(1|0); keine ExP; keine WeP

$W_f = \mathbb{R}$



c) $D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS

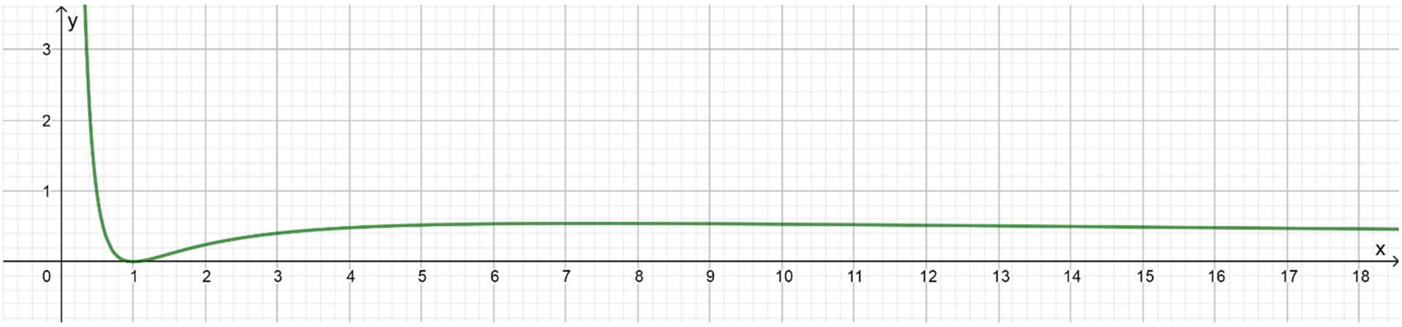
$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0^+$

kein S_y; N(1|0)

TiP$(1|0)$, HoP$\left(e^2 \approx 7{,}39\middle|\frac{4}{e^2} \approx 0{,}54\right)$

WeP$_1\left(e^{(3-\sqrt{5})/2} \approx 1{,}47\middle| \approx 0{,}10\right)$, WeP$_2\left(e^{(3+\sqrt{5})/2} \approx 13{,}71\middle| \approx 0{,}50\right)$

$W_f = \mathbb{R}_0^+$



d) $D_f = \mathbb{R}^+\backslash\{e\}$; nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to e^\pm} f(x) = \pm\infty$;

kein S_y; $N\left(\frac{1}{e} \approx 0{,}37 \middle| 0\right)$

keine ExP; WeP = N

$W_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

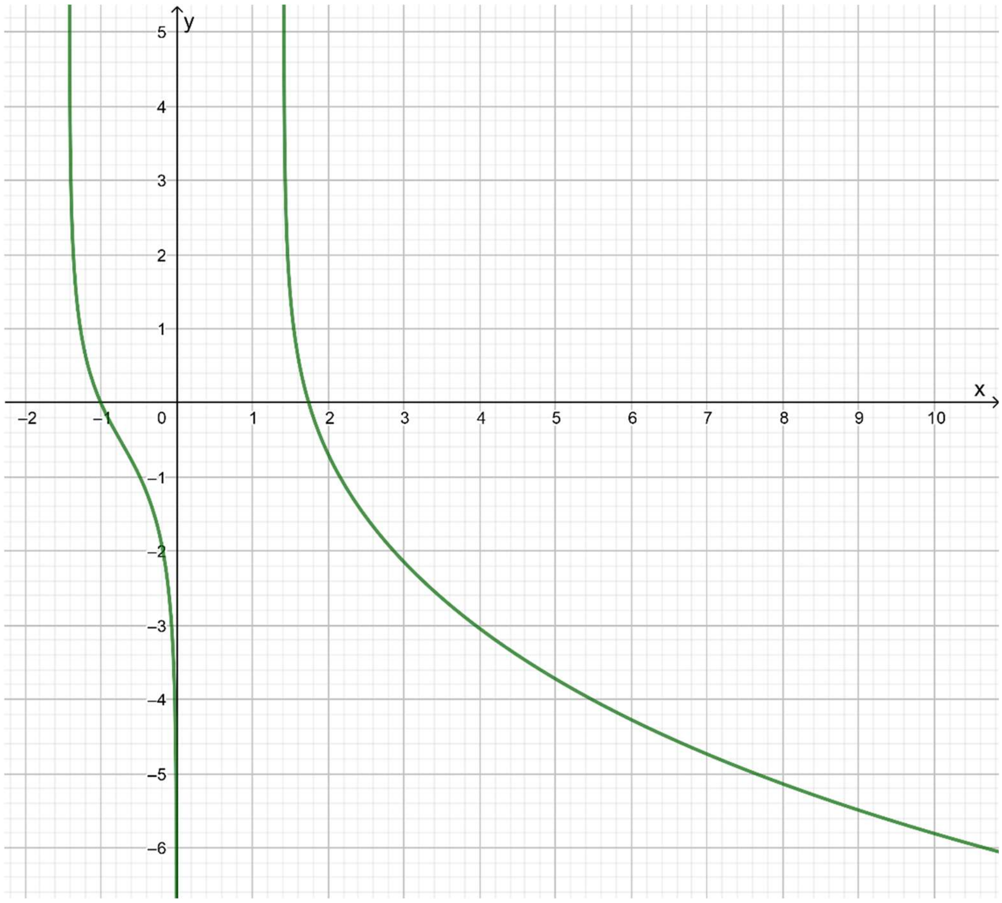
e) $D_f =]-\sqrt{2}; 0[\cup]\sqrt{2}; \infty[$; nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$;

kein S_y; $N_1(-1|0)$, $N_2(\approx 1{,}74|0)$ ***N_2: nur mit CAS lösbar!***

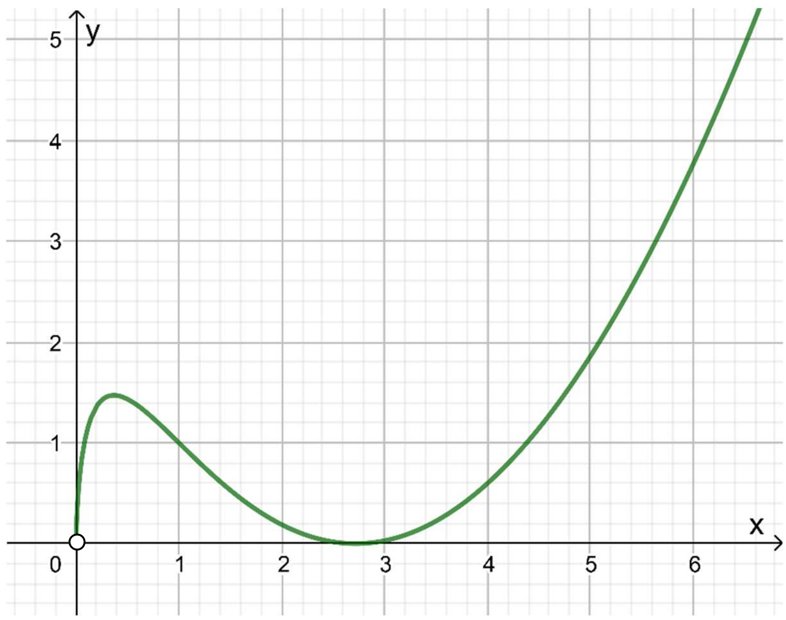
keine ExP; $\text{WeP}(\approx -0{,}73| \approx -0{,}53)$

$W_f = \mathbb{R}$

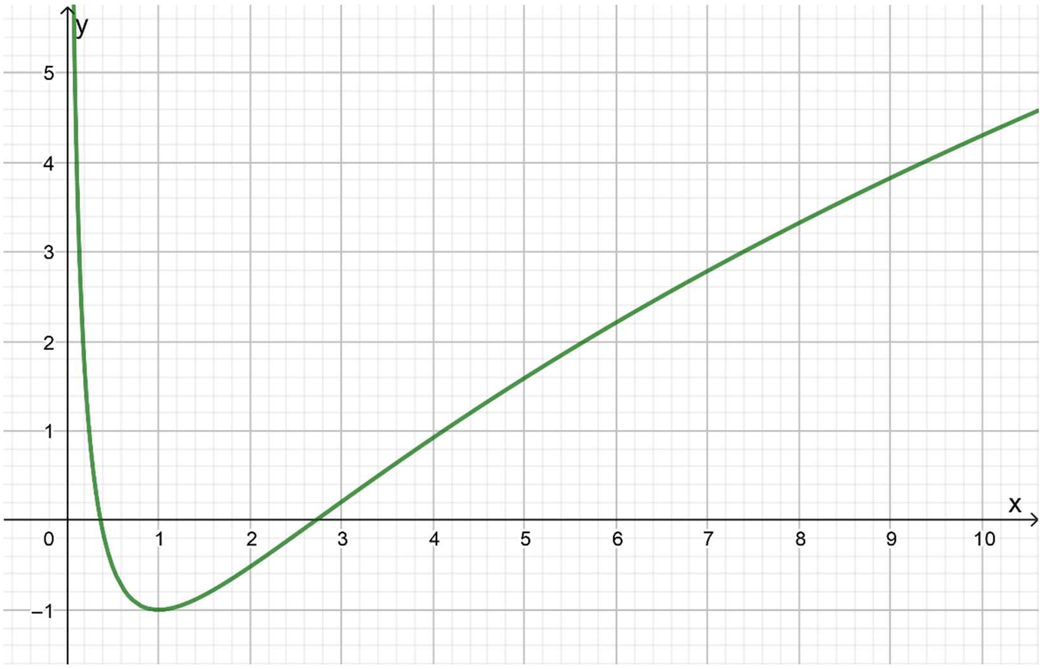


f) ***identisch zu 97/1c***

g) $D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS
$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$
kein S_y; $N(e \approx 2{,}72|0)$
$HoP\left(\frac{1}{e} \approx 0{,}37 \middle| \frac{4}{e} \approx 1{,}47\right)$, TiP = N; $WeP(1|1)$
$W_f = \mathbb{R}_0^+$



h) $D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS
$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$
kein S_y; $N_1\left(\frac{1}{e} \approx 0{,}37 \middle| 0\right)$, $N_2(e \approx 2{,}72|0)$
$TiP(1|-1)$; WeP = N_2
$W_f = [-1; \infty[$



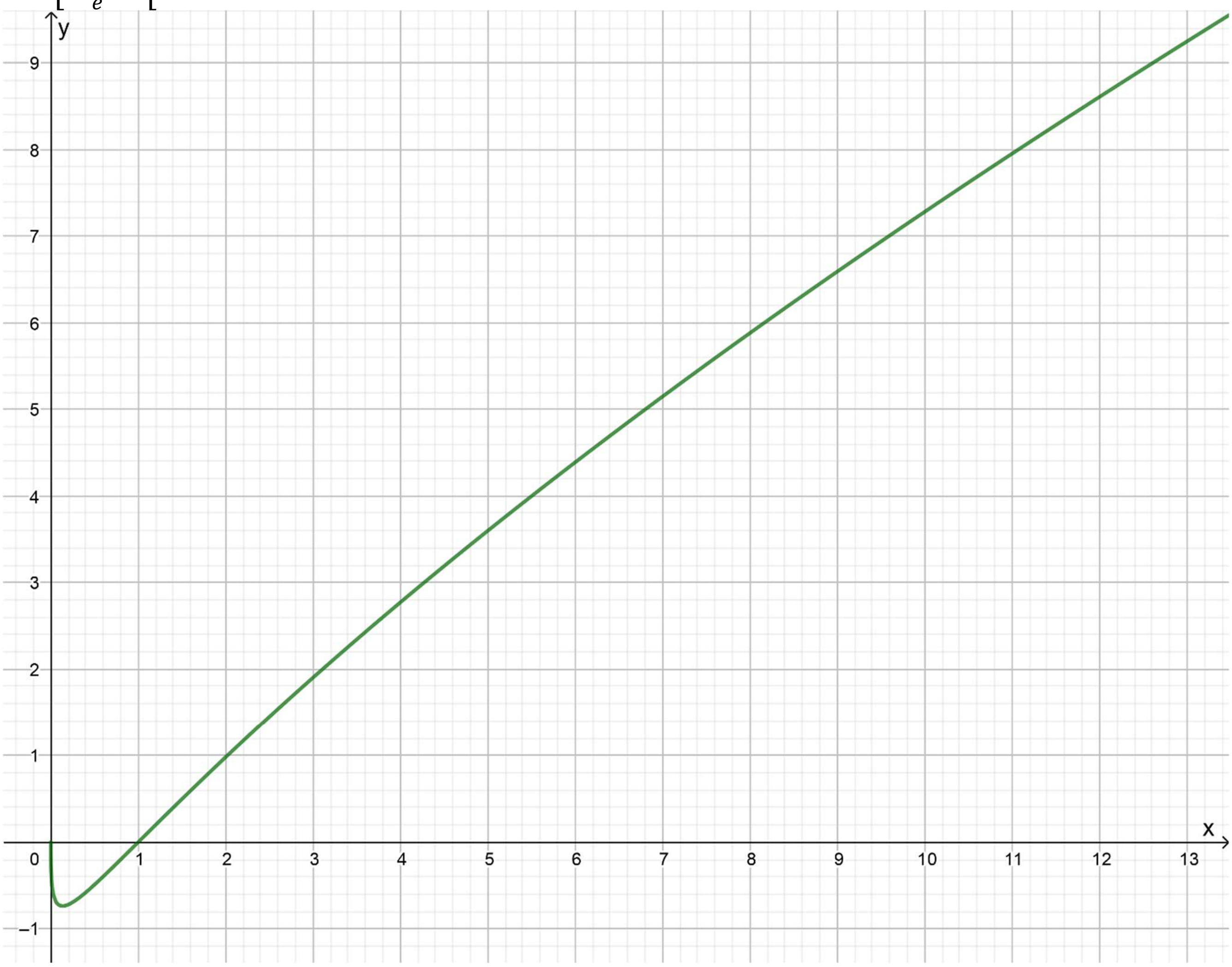
108/3

h) $D_f = \mathbb{R}^+$; nicht symm. zum KS

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0^-$; $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

kein S_y; N(1|0) = WeP; TiP$\left(\frac{1}{e^2} \approx 0{,}14 \middle| -\frac{2}{e} \approx -0{,}74\right)$

$W_f = \left[-\frac{2}{e}; \infty\right[$



110/15

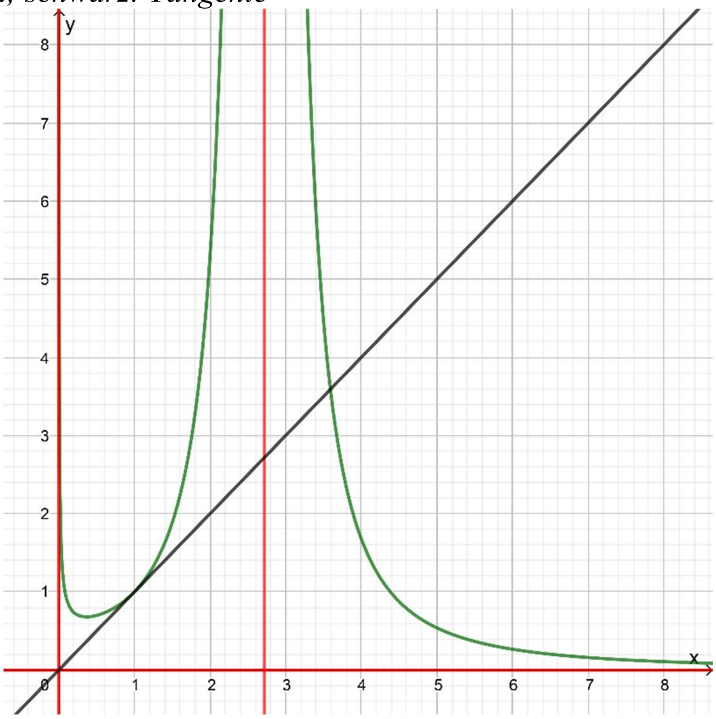
a) wegen ln: x > 0; Nenner ≠ 0 ➔ x≠0 (schon erledigt wegen x > 0) und 1 – ln(x) ≠ 0 ➔ x ≠ e

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to e} f(x) = \infty$; $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^+$ ➔ s. As. x = 0, x = e; w. As. y = 0

b) G_f ist smf in $\left]0;\frac{1}{e}\right]$ und $]e;\infty[$, sms in $\left[\frac{1}{e};e\right[$ ➔ TiP$\left(\frac{1}{e}\approx 0{,}37\middle|\frac{e}{4}\approx 0{,}68\right)$

c) B(1|1); t: y = x

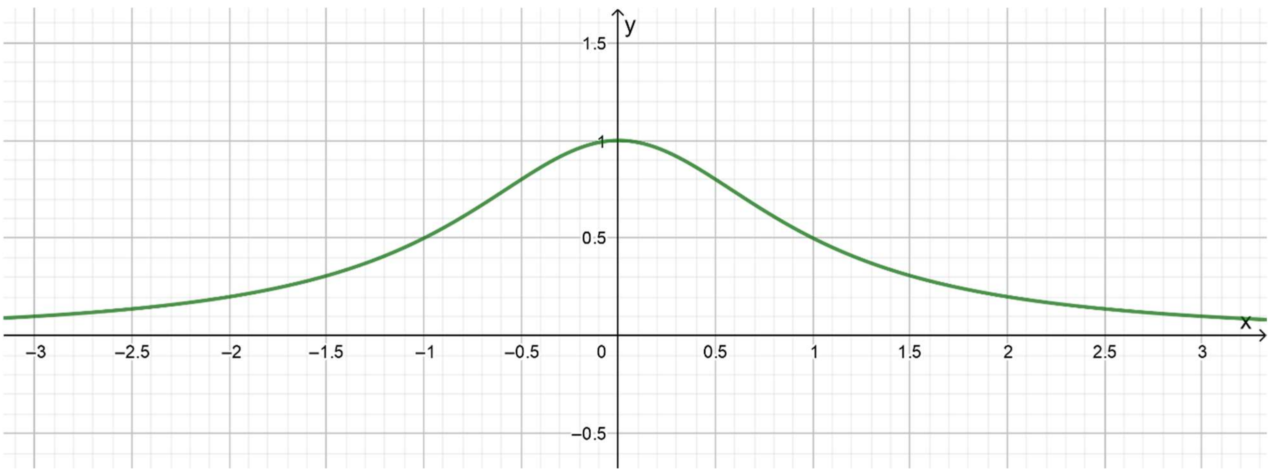
d) *grün: f; rot: Asymptoten; schwarz: Tangente*



<u>c) Arcustangens</u>

32/6

a)



b) G_g ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = 0$; $S_y\left(0\middle|\frac{\pi}{4}\right)$, keine N; HoP = S_y;

WeP$\left(\pm\sqrt{\frac{\sqrt{7}-1}{3}}\approx \pm 0{,}74\middle|\sqrt{7}-2\approx 0{,}57\right)$

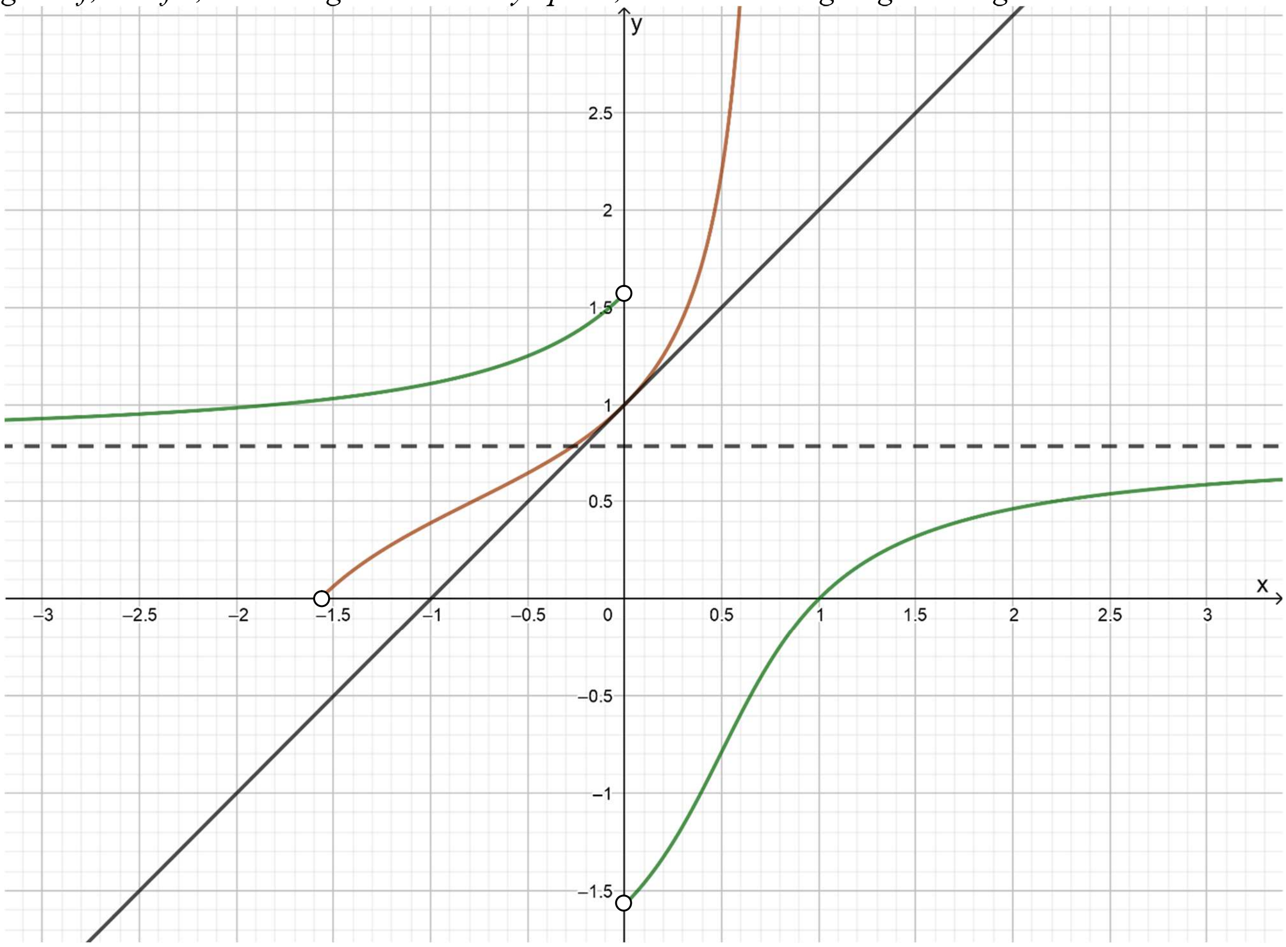
32/7

a) $x_1 = 1$; $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; w. As.: $y = \frac{\pi}{4}$

b) G_f ist sms in $]-\infty;0[$ und in $]0;\infty[$ (aber nicht in $\mathbb{R}\backslash\{0\}$!); keine ExP

c) G_f ist linksgekrümmt in $]-\infty;0[$ und $]0;0{,}5]$, rechtsgekrümmt in $[0{,}5;\infty[$; WeP$\left(0{,}5\middle|-\frac{\pi}{4}\right)$

d,e) *grün: f; rot: f^{-1}; schwarz gestrichelt: Asymptote; schwarz durchgezogen: Tangente*



e) G_f ist sms in $]0;\infty[$ ➔ f ist umkehrbar in $]0;\infty[$

t: $y = x + 1$

32/8

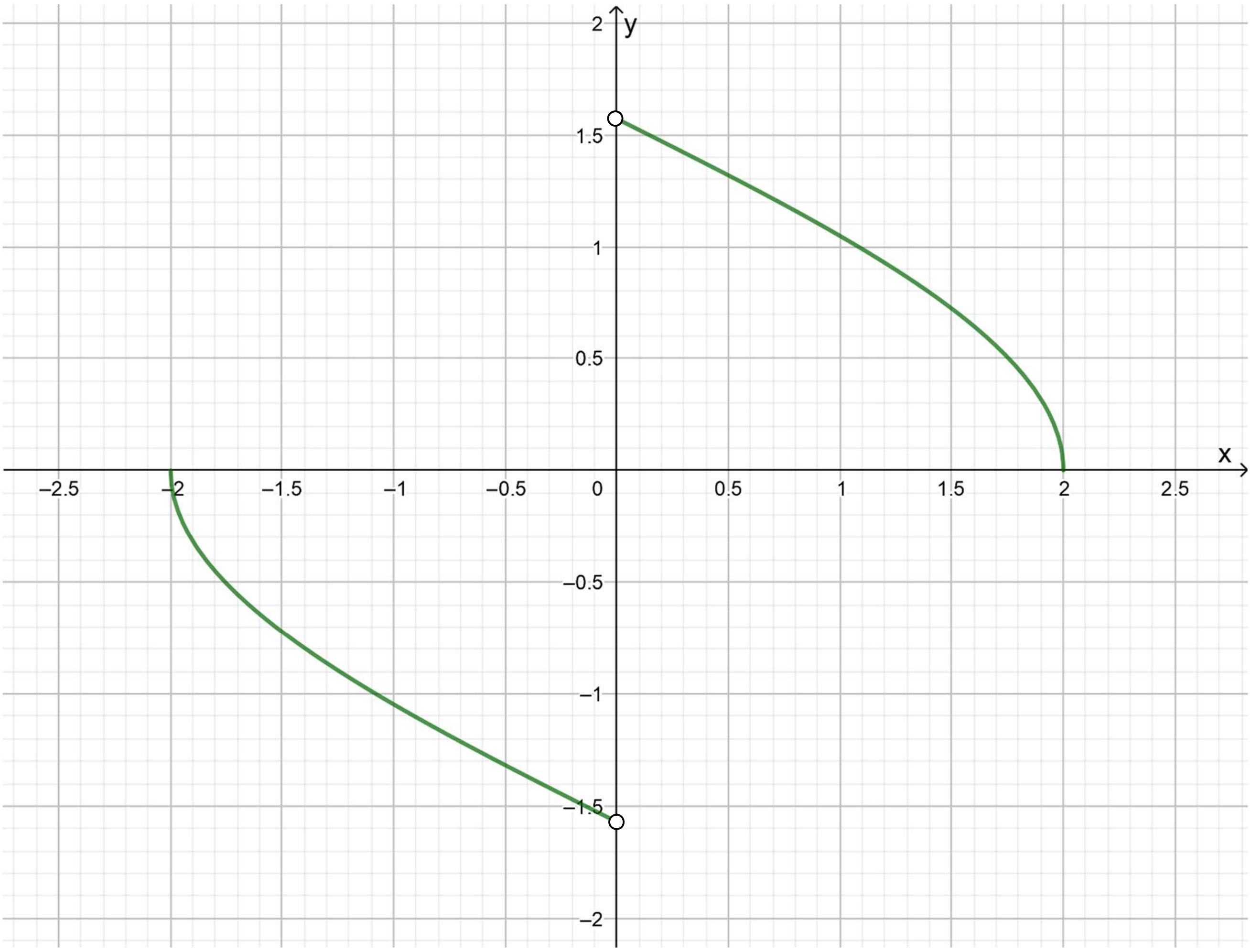
a) $D_f = [-2; 0[\, \cup\,]0; 2]$; $x_{1,2} = \pm 2$; G_f ist symmetrisch zum Ursprung; $\lim\limits_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$

b) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$; G_f ist smf in $[-2; 0[$ und in $]0; 2]$ (aber nicht in $[-2; 0[\, \cup\,]0; 2]$!);

$\lim\limits_{x\to 0^\pm} f'(x) = -\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$

Rand-HoP(–2|0); Rand-TiP(2|0)

c)



97/1

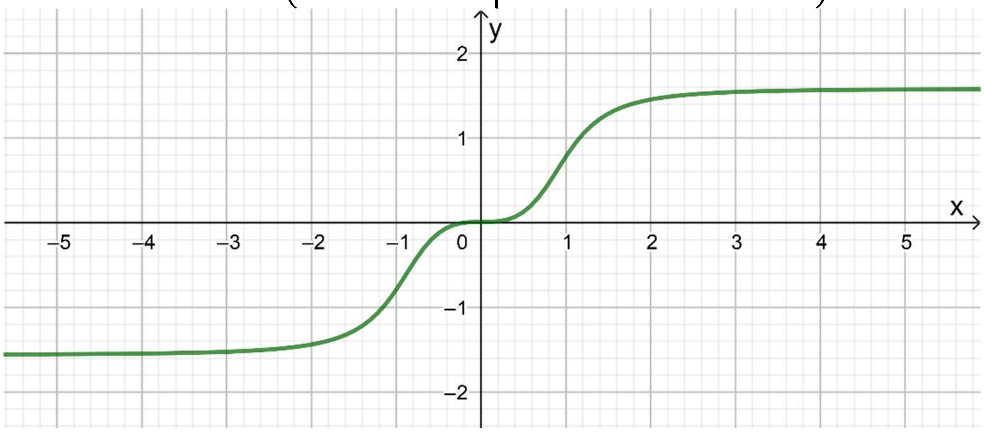
a) $D_f = \mathbb{R}$; symm. zum Ursprung; $x_{1,2,3} = 0$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; w. As.: $y = -\frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{2}$

G_f ist sms in $]-\infty; 0]$ und $[0; \infty[$ bzw. in $\mathbb{R}$,

linksgekr. in $\left]-\infty; -\sqrt[6]{0,5}\right]$ und $\left[0; \sqrt[6]{0,5}\right]$, rechtsgekr. in $\left[-\sqrt[6]{0,5}; 0\right]$ und $\left[\sqrt[6]{0,5}; \infty\right[$

keine ExP; $WeP_1(0|0)$ = TeP; $WeP_{2,3}\left(\pm\sqrt[6]{0,5} \approx 0,89 \,\middle|\, \pm \arctan\sqrt{0,5} \approx \pm 0,62\right)$



107/3

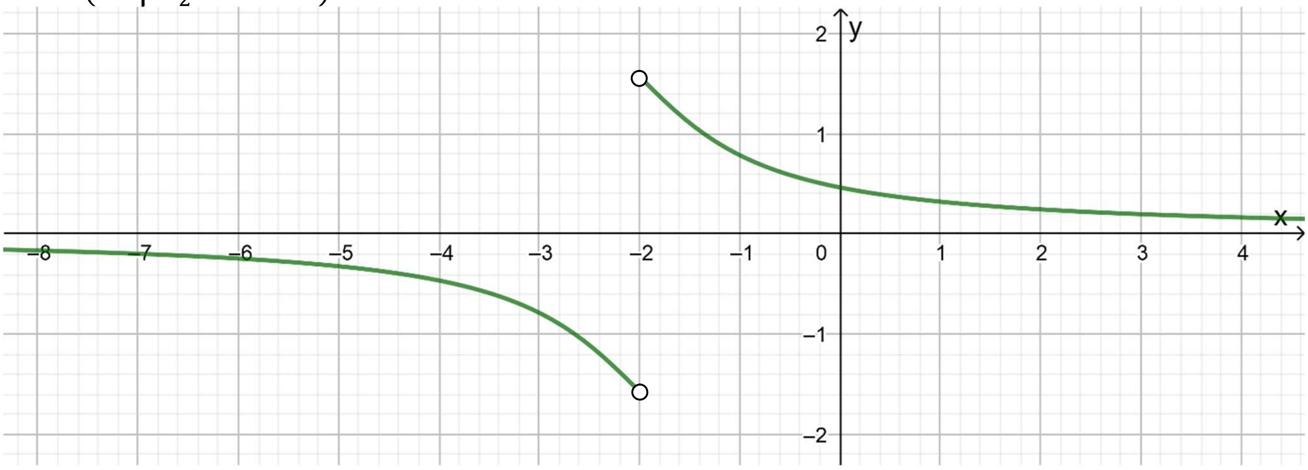
g) $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$; nicht symm. zum KS (aber zu $(-2|0)$); keine Nst.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^{\pm}$; $\lim\limits_{x\to-2^{\pm}} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; w. As.: $y = 0$

G_f ist smf in $]-\infty; -2[$ und in $]-2; \infty[$ *(aber nicht in $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$!),*

rechtsgekr. in $]-\infty; -2[$, linksgekr. in $]-2; \infty[$

Rand-TiP$\left(-2\middle|-\frac{\pi}{2} \approx -1{,}57\right)$, Rand-HoP$(-2| \approx 1{,}57)$; keine WeP



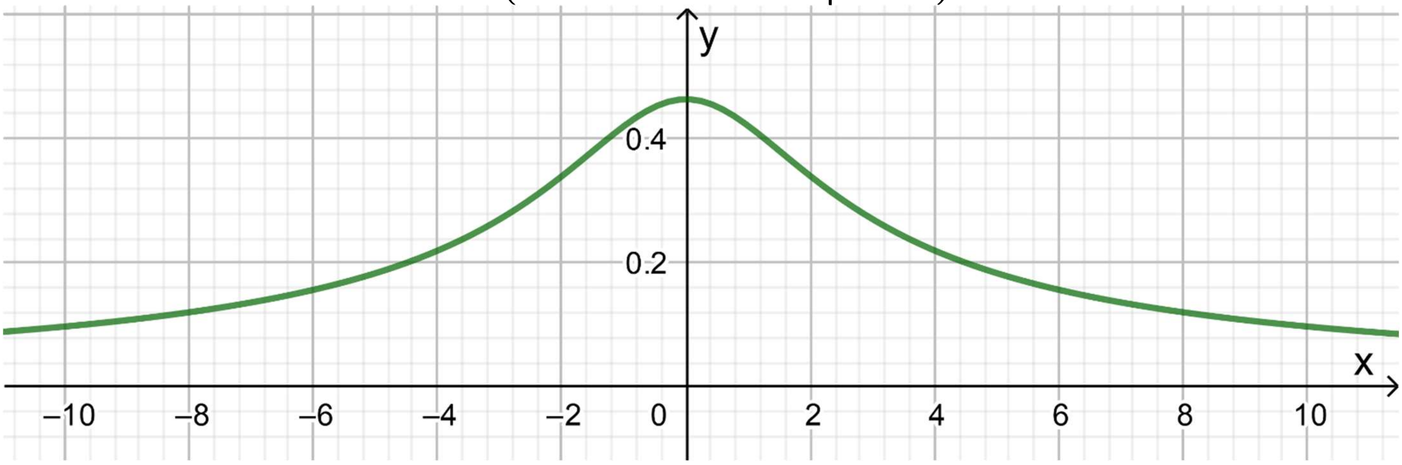
h) $D_f = \mathbb{R}$; symm. zur y-Achse; keine Nst.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^+$; w. As.: y = 0

G_f ist sms in $]-\infty; 0[$, smf in $]0; \infty[$,

linksgekr. in $]-\infty; -\sqrt{-1+\sqrt{11}}]$ und $[\sqrt{-1+\sqrt{11}}; \infty[$, rechtsgekr. in $[-\sqrt{-1+\sqrt{11}}; \sqrt{-1+\sqrt{11}}]$

HoP$(0|\arctan(0{,}5) \approx 0{,}46)$; $WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{-1+\sqrt{11}} \approx \pm 1{,}52\middle| \approx 0{,}38\right)$



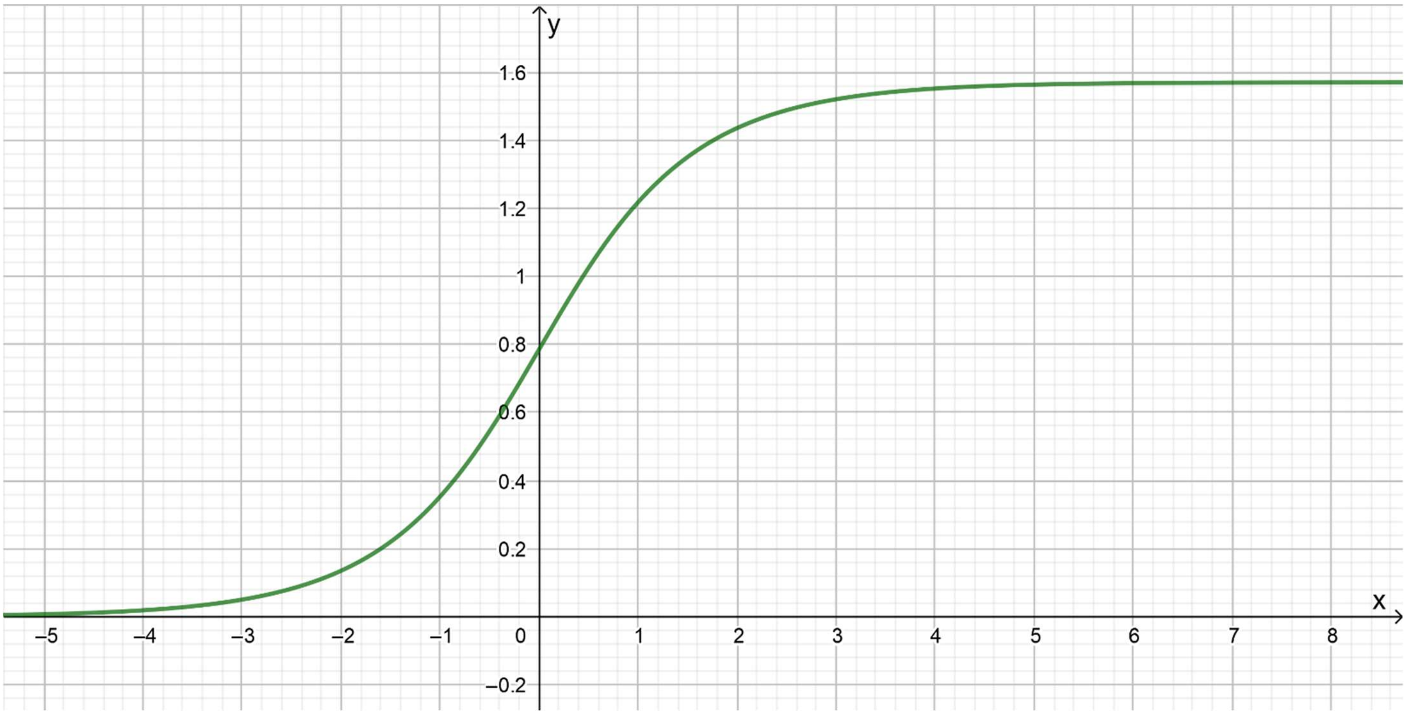
108/4

g) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS (aber zum WeP)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$

$S_y\left(0\middle|\frac{\pi}{4} \approx 0{,}79\right)$ = WeP; keine N; keine ExP

$W_f = \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$



h) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS (aber zum WeP)

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{4}$; $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$

$S_y(0|0) = N$; keine ExP; WeP$\left(\frac{1}{2}\ln(2) \approx 0{,}35 \middle| \frac{\pi}{8} \approx 0{,}39\right)$

$W_f = \left]-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right[$