Lösungen 0.1

Cornelsen 11 258/4

a) $2\,(4x-y)$
b) $5\,(2a+3b-2)$
c) $0{,}5\,(x+y+z)$
d) $(a+b)^2$
e) $(z-1)^2$
f) $(6a-5b)^2$
g) $(1 + 2a)\,(1 - 2a)$
h) $4\,(3x+5)(3x-5)$
i) $12\,(x+y)(x-y)$
j) $(a-b)(a+b)$

Cornelsen 11 270/3

a) $(x-3)(x-4)=0$
b) $0{,}25\,(x-3)(x-1)=0$
c) $x\,(x-4)=0$
d) $3\,(x+5)(x-5)=0$
e) $2\,(x+2)^2=0$
f) $(x+4)(x-4)=0$

Bildungsverlag EINS 19/1

a) $(x + 2)^2 - 2$
b) $(u - 2{,}5)^2 - 6{,}25$
c) $(v - \frac{5}{6})^2 - \frac{7}{36}$
d) $-(y - 5)^2 + 24$
e) $5(y - 0{,}3)^2 - 0{,}45$
f) $-6(y - \frac{1}{3})^2 - 6\frac{1}{3}$

Cornelsen 11 259/1

a) $\frac{19}{6}$
b) $\frac{13}{8}$
c) $\frac{11}{6}$
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$
f) $\frac{1411}{588}$
g) $\frac{2803}{1800}$
h) $\frac{-x^4+x^3+x+1}{x\,(x-1)(x+1)}$

Cornelsen 11 259/2 a) $\frac{28}{15}$ b) 5 c) 6 d) $\frac{625}{18}$

Cornelsen 11 259/3 a) $\frac{6+2b}{b-2}$ b) b + c c) 1 d) a

Cornelsen 11 262/2

a) $4a^3-b^2(5b-2)$
b) $-18a^2$
c) $81a^4$
d) $y^2(9-8y)$
e) $3abc\,(4a+4b+c)$
f) $40ax\,(x-a)$

Cornelsen 11 262/3

a) 5^9
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{17}$
c) $270n^6$
d) $3a^3b^4$
e) 36^x
f) a^{2x}
g) 100^5
h) $(3x)^4$
i) $2^{47}\cdot 3^{10}$
j) $-10x^5y^4z^5$
k) $288a^{10}b^7$
l) $128a^3x^6y^8$

Cornelsen 11 262/5

a) $6a^3$
b) $8x$
c) $3a$
d) $3ab^2$
e) 16
f) $\frac{64}{27}$
g) $(a+b)^5$
h) 1

Cornelsen 11 262/6

a) $\frac{1}{3}$
b) 1
c) $\frac{x^9}{y^6z^2}$
d) $\frac{(u-v)(a-b)}{(u+v)(a+b)}$

Cornelsen 11 262/7

a) 2^{15}
b) a^{15}
c) $a^{18}b^{12}$
d) $3^5x^{10}y^{15}$
e) a^{bc}
f) $a^{x^2-b^2}$

Cornelsen 11 264/2

a) kann man nicht zusammenfassen
b) $-3\sqrt[4]{u}$
c) $-2\sqrt{a}-9\sqrt{b}$
d) 0

Cornelsen 11 264/3

a) 6
b) $2x^2$
c) $u^{10/3}$
d) 6
e) $16-a$
f) 5
g) 4
h) $\sqrt{\frac{y}{3x}}$

Cornelsen 11 264/4

a) a
b) $2\sqrt[3]{y}$
c) $\frac{3}{a^2}$
d) $\frac{3}{7}$

Cornelsen 11 264/5

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{2}+1$
d) $3-\sqrt{5}$
e) $\frac{a-2\sqrt{ac}+c}{a-c}$
f) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}$

Cornelsen 11 264/6

a) $27+10\sqrt{2}$
b) $18-8\sqrt{2}$
c) $12+2\sqrt{35}$
d) 32

Cornelsen 11 265/1

a) 5
b) 3
c) 3
d) 0
e) -2
f) -2

Cornelsen 11 265/2

a) $\log a + 2\log b$
b) $4\log x - \log y$
c) $3\log x + 2\log y - 3\log z$
d) $\log a + 3{,}5\log b - 0{,}25\log z$
e) $\log\frac{a^3}{b}$
f) $\log x^{10}$

Cornelsen 11 96/1

a) $x_{1,2} = \pm 4$, $x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach
b) $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ beide einfach
c) $x_1 = 0$, $x_2 = -6$, $x_3 = -2$ alle einfach
d) $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3,4} = -5$ dreifach
e) $x_{1,2} = -4$ doppelt

Cornelsen 11 96/3

a) $x_{1,2} = 0$; $x_3 = 8$
b) $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = 4$
c) $x_{1,2,3} = 0$, $x_4 = 1{,}6$
d) $x_1 = 0$, $x_{2,3} = -2$

Cornelsen 11 96/4

a) $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm 6$ alle einfach
b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ beide einfach
c) $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach
d) $x_1 = 0$, $x_{2,3} = \pm 1$, $x_{4,5} = \pm\sqrt{5}$ alle einfach
e) keine Nullstellen

Cornelsen 11 96/5

a) $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = -9$
b) $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5$
c) $x_1 = 3$, $x_{2.3} = \pm\sqrt{6}$
d) $x_1 = 2$, $x_{2.3} = 4$

winklers 12 45/1 a) 3 b) – c) 2; –1,25 d) 1; 4 e) 0,6 f) 0,25 g) 10 h) 24

Lambacher-Schweizer Analysis II 320/3

a) $x = \frac{\ln 2}{3}$ b) $x = 0$ c) $x = -2 \ln 3$ d) $x = \frac{\ln 4 + 1}{2}$ e) $x = 1 + \ln 2$ f) $x = -2 \ln\frac{2}{3}$

g) $x = \frac{1 - \ln\frac{2}{3}}{0{,}4} = 2{,}5\,(1 - \ln 2 + \ln 3)$ h) $x_{1,2} = \pm\sqrt{\ln 3}$

Lambacher-Schweizer Analysis II 320/5

a) $x = 0$ b) $x = -\ln 2$ c) $x = 0$ d) $x = -\frac{\ln 2}{3}$ e) $x_1 = \ln 2$; $x_2 = \ln 3$

f) $x_1 = -\ln 2$; keine weitere Lösung g) $x_1 = \ln 3$; keine weitere Lösung h) $x_1 = \ln 2$; $x_2 = \ln 3$

Bildungsverlag EINS 82/2

a) $\mathbb{L} =]-\infty; 6[$ b) $\mathbb{L} =]1;\infty[$ c) $\mathbb{L} =]-\infty; 4{,}5]$ d) $\mathbb{L} = \{\}$ e) $\mathbb{L} =]\frac{1}{6};\infty[$
f) $\mathbb{L} =]-\infty;\frac{1}{3}]$ g) $\mathbb{L} =]-\frac{20}{13};\infty[$ h) $\mathbb{L} =]-\infty;-\frac{8}{3}[$ i) $\mathbb{L} =]2;\infty[$ k) $\mathbb{L} =]-\infty;-5]$
l) $\mathbb{L} =]1;\infty[$ m) $\mathbb{L} =]2;\infty[$

Bildungsverlag EINS 159/2

a)]3;5[b)]–1;3[c)]–15;5[d)]235;265[e)]–740;–700[f)]0,245;0,255[

Cornelsen 11 100/1

a) $L =]0; 2[\cup]4; \infty[$
b) $L =]-\infty; -2] \cup [0; 2] \cup [2; \infty[=]-\infty; -2] \cup [0; \infty[$
c) $L =]-\infty; -3[\cup]0; 3[$
d) $L = \{0; 2\}$
e) $L =]-\infty; -2] \cup [0; 2] \cup [4; \infty[$
f) $L =]-\infty; -\sqrt{5}] \cup \{0\} \cup [1; \sqrt{5}]$
g) $L =]-4; 1 - \sqrt{2}[\cup]0; 1 + \sqrt{2}[$
h) $L =]-1; 0[\cup]0; 1[$

winklers 12 45/2 a)]–4;1[b)]–3;1[c) $]-\infty;-2[\cup [6;\infty[$ d)]–4;–3] e) $]-\infty;1] \cup]3;\infty[$

f)]–8;–2,5[g)]0,30;1,5] h) $[0{,}6;\infty[$ i) $[40;\infty[$ k)]0;200]

Cornelsen 12 93/1

a) $v(u(x)) = 3\,(-x^2 + x) + \;1 = \;-3x^2 + 3x + 1$

$u(v(x)) = -(3x + 1)^2 + (3x + 1) = \;-9x^2 - 3x$

b) $v(u(x)) = (3x + 2)^2 + (3x + 2) = \;9x^2 + 15x + 6$

$u(v(x)) = 3\,(x^2 + x) + \;2 = \;3x^2 + 3x + 2$

c) $v(u(x)) = \;(e^x)^2 = \;e^{2x}$; $\quad u(v(x)) = e^{x^2}$

d) $v(u(x)) = e^{x^2+2}$; $\quad u(v(x)) = (e^x)^2 + 2 = \;e^{2x} + 2$

Cornelsen 12 93/2

a) $u(x) = \;x - 9$; $\quad v(x) = 2x$
b) $u(x) = \;2x$; $\quad v(x) = x - 9$
c) $u(x) = \;x^3$; $\quad v(x) = -4x$
d) $u(x) = -4x$; $\quad v(x) = x^3$
e) $u(x) = \;0{,}25x^4$; $\quad v(x) = x - 1$
f) $u(x) = \;x - 1$; $\quad v(x) = 0{,}25x^4$
g) $u(x) = \;x - 2$; $\quad v(x) = \sqrt{x}$
h) $u(x) = \;2x$; $\quad v(x) = \;e^x$
i) $u(x) = \;e^x$; $\quad v(x) = 2x$
j) $u(x) = \;x^2$; $\quad v(x) = e^x$

Cornelsen 12 63/1

a) in y-Richtung um 0,5 gestaucht
b) an y-Achse gespiegelt, in x-Richtung mit 1/3 gestaucht
c) in y-Richtung um 2 gestreckt, um 3 nach unten verschoben
d) um 0,5 nach links und um 1 nach oben verschoben
e) um 2 nach rechts verschoben, um 0,5 in x-Richtung gestreckt, an x-Achse gespiegelt, um 4 in y-Richtung gestreckt
f) um 1 nach rechts verschoben, an y-Achse gespiegelt, um 1/3 in x-Richtung gestaucht, an x-Achse gespiegelt, um 2 nach oben verschoben

Cornelsen 12 63/4

	a	d	y_0
a)	–1	0	0
b)	1	0	–2
c)	0,5	0	0
d)	1	3	0
e)	–0,5	3	–2

Bildungsverlag EINS 62/1

a) keine Symmetrie zum Koordinatensystem b) symmetrisch zur y-Achse
c) keine Symmetrie zum Koordinatensystem (auch D beachten!)
d) keine Symmetrie zum Koordinatensystem (D beachten!)
e) symmetrisch zur y-Achse f) keine Symmetrie zum Koordinatensystem (auch D beachten!)
g) keine Symmetrie zum Koordinatensystem h) symmetrisch zum Ursprung

97/3 b) gelb

Lösungen 0.2

a) Grenzwert

110/13 b) 1g, 2f, 3h

alte Prüfungsaufgaben:
2006-AII:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \infty$
a = 0: $\lim_{x\to\infty} f_0(x) = \lim_{x\to-\infty} f_0(x) = \infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$

2007-AII:
a > 0: $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 4^-$
a = 0: $f_0(x) = 4$
a < 0: $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^-$; $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 4^+$;
$\lim_{x\to\ln\sqrt{-a}^{\,+}} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to\ln\sqrt{-a}^{\,-}} f_a(x) = -\infty$

2008-AII:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^-$
a = 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^-$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$

2010-AII: a = 0 nicht möglich
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \frac{1}{a}^-$;
$\lim_{x\to0^+} f_a(x) = \lim_{x\to0^-} f_a(x) = -\infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \frac{1}{a}^+$;
$\lim_{x\to0^+} f_a(x) = \lim_{x\to0^-} f_a(x) = \infty$

2011-AI:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} g_a(x) = -1^+$; $\lim_{x\to-\infty} g_a(x) = -\infty$
a = 0: $g_0(x) = -1$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} g_a(x) = -1^-$; $\lim_{x\to-\infty} g_a(x) = -\infty$

2012-AII:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \frac{a}{2}^-$
a = 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^-$; $\lim_{x\to0^+} f_a(x) = \lim_{x\to0^-} f_a(x) = -\infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \frac{a}{2}^-$;
$\lim_{x\to\sqrt{-a/3}^{\,+}} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x\to\sqrt{-a/3}^{\,-}} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\sqrt{-a/3}^{\,+}} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\sqrt{-a/3}^{\,-}} f_a(x) = -\infty$

2013-AII:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \infty$
a = 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$

2014-AII:
a > 1: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$
a = 1: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 4^-$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$
a < 1: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$

2015-AI:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$
a = 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = \infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^-$; $\lim_{x\to\ln\sqrt{-a}^+} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to\ln\sqrt{-a}^-} f_a(x) = -\infty$

$\lim_{x\to\infty} k(x) = \lim_{x\to-\infty} k(x) = -\infty$

2015-AII: $\lim_{x\to\infty} k(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} k(x) = 0^-$

2016-AII:
$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$
$\lim_{x\to\infty} h(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} h(x) = 0^-$

2017-AI:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 50^-$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^+$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 50^-$

2018-AI: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 0^-$; $\lim_{x\to-1/a^\pm} f_a(x) = -\infty$

2019-AI:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = e^{2^-}$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = e^{2^+}$; $\lim_{x\to-a^+} f_a(x) = 0^+$; $\lim_{x\to-a^-} f_a(x) = \infty$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = e^{2^+}$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = e^{2^-}$; $\lim_{x\to-a^+} f_a(x) = \infty$; $\lim_{x\to-a^-} f_a(x) = 0^+$

2019-AII:
a > 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = -1^+$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 1^-$
a < 0: $\lim_{x\to\infty} f_a(x) = -1^-$; $\lim_{x\to-\infty} f_a(x) = 1^+$; $\lim_{x\to\ln(-a)^+} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x\to\ln(-a)^-} f_a(x) = +\infty$

2020 oHiMi: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

2020-AI: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$

2020-AII: $\lim_{t\to-\infty} v(t) = -11$; $\lim_{t\to+\infty} v(t) = 11$

2021 oHiMi: $\lim_{x\to-\infty} h(x) = -\frac{1}{2}$; $\lim_{x\to+\infty} h(x) = \frac{1}{2}$

2021-AI: $\lim_{x\to\pm\infty} h(x) = 0$; $\lim_{t\to-\infty} m_D(t) = +\infty$; $\lim_{t\to+\infty} m_D(t) = 24$

2021-AII: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

2022 oHiMi: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -2$

2022-AI: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} h(x) = 2$; $\lim\limits_{t\to-\infty} T_D(t) = \infty$; $\lim\limits_{t\to+\infty} T_D(t) = T_W$

2022-AII: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 1$; $\lim\limits_{t\to-\infty} v(t) = -5$; $\lim\limits_{t\to-\infty} v(t) = 5$

2023 oHiMi: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$

2023-AI: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

2023-AII: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty \frac{x^2-1}{1-2x}$; $\lim\limits_{t\to-\infty} V(t) = 0$; $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = k \cdot e^{2,5}$

2024-AI: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$

2024-AII: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = 1$; $\lim\limits_{t\to-\infty} d(t) = 0$; $\lim\limits_{t\to+\infty} d(t) = 3$

b) Ableitung
20/1 f) f‘(x) = 3 e^{3x}

108/1
b) f ‘(x) = $\frac{24e^x}{(6-2e^x)^2}$; f‘ ‘(x) = $\frac{24\ \ ^x\ (6+2e^x)}{(6-2e^x)^3}$
c) *Zumutung!*
f ‘(x) = $\frac{e^{x^2}(2x^4-3x^2+4x)-24x^2}{(x^3+2)^2}$; f‘ ‘(x) = $\frac{e^{x^2}(4x^8-10x^6+16x^5+12x^4-16x^3+16x^2-12x+8)+96x^4-96x}{(x^3+2)^3}$
d) f ‘(x) = (18 – 3x²) $e^{-x^2/12}$; f‘ ‘(x) = (0,5x³ – 9x) $e^{-x^2/12}$
f) f ‘(x) = (–2x³ – 2x) e^{-x^2}; f‘ ‘(x) = (4x⁴ – 2x² – 2) e^{-x^2}
g) f ‘(x) = 80 (2x³ – 3x) e^{-x^2}; f‘ ‘(x) = –80 (4x⁴ – 12x² + 3) e^{-x^2}

alte Prüfungsaufgaben:
2006-AII: $f_a'(x) = (-a\,x^2 + 2\,(a + 1)\,x - 2) \cdot e^{a\cdot(3-x)}$; $f_a''(x) = (a^2\,x^2 - 2\,a\,(a + 2)\,x + 2\,(2a + 1)) \cdot e^{a\cdot(3-x)}$

2007-AII: $f_a'(x) = \frac{8a\,e^{-2x}}{(1+a\cdot e^{-2x})^2}$; $f_a''(x) = -\frac{16\ \ e^{-2x}(1-a\cdot e^{-2x})}{(1+a\cdot e^{-2x})^3}$

2008-AII: $f_a'(x) = \frac{-e^{ax}\,[x\,(a^2x^2+2ax+2)e^{2ax}-a\,(ax+2)]}{(1+x^2\cdot e^{2ax})^2}$; $f_a''(x)$ = ...

2010-AII: $f_a'(x) = \frac{2a}{x^3}$; $f_a''(x) = -\frac{6a}{x^4}$

2011-AI: $g_a'(x) = -2a\,e^{-x} + 2a^2\,e^{-2x}$; $g_a''(x) = 2a\,e^{-x} - 4a^2\,e^{-2x}$

2012-AII: $f_a'(x) = 3 \cdot \frac{(a^2+6)\cdot x}{(3x^2+a)^2}$; $f_a''(x) = -3 \cdot \frac{(a^2+6)\cdot(9x^2-a)}{(3x^2+a)^3}$

2013-AII: $f_a'(x) = (-ax^2 + 2x + a^3) \cdot e^{-ax}$; $f_a''(x) = (a^2x^2 - 4ax - a^4 + 2) \cdot e^{-ax}$

$h'(x) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}\right)$; $h''(x) = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

2014-AII: $f_a'(x) = \frac{-4e^x\cdot((a-1)e^{ax}-1)}{(1+e^{ax})^2}$; $f_a''(x)$ = ...

2015-AI: $f_a'(x) = \frac{-2e^x\cdot(e^{2x}-a)}{(a+e^{2x})^2}$; $f_a''(x) = \frac{2e^x\cdot(e^{4x}-6ae^{2x}+a^2)}{(a+e^{2x})^3}$; $k'(x) = 1 - 2\,e^{2x-10}$; $k''(x) = -4\,e^{2x-10}$

2015-AII: $k'(x) = (x-1)\cdot e^x$; $k''(x) = x\, e^x$

2016-AII: $f'(x) = -8\,\frac{x-1}{(x^2-2x-3)^2}$; $f''(x) = 8\,\frac{3x^2-6x+7}{(x^2-2x-3)^3}$
$k'(x) = 5\,(1+2x)\,e^{2x}$; $k''(x) = 20\,(1+x)\,e^{2x}$

2017-AI: $f_a'(x) = 50a\,\frac{e^{-ax-1}}{(1+e^{-ax-\ })^2}$; $f_a''(x) = -50a^2\,\frac{e^{-ax-1}(1-e^{-ax-1})}{(1+e^{-ax-1})^3}$;

2018-AI: $f_a'(x) = \frac{(1+a^2x^2)e^{ax}}{(1+ax)^3}$; $f_a''(x) = \frac{(-2a+3a^2x+a^4x^3)e^{ax}}{(1+ax)^4}$

2019-AI: $f_a'(x) = 3a\cdot e^{\frac{2x-a}{x+a}}\cdot\frac{1}{(x+a)^2}$; $f_a''(x) = 3a\cdot e^{\frac{2x-a}{x+a}}\cdot\frac{a-2x}{(x+a)^4}$

2019-AII: $f_a'(x) = -2a\,\frac{e^x}{(e^x+a)^2}$; $f_a''(x) = -2a\,\frac{e^x(a-e^x)}{(e^x+a)^3}$

2020 oHiMi: $f'(x) = -20\,\frac{e^x}{(4e^x+1)^2}$; $f''(x) = 20\,\frac{e^x\,(4e^x-1)}{(4e^x+1)^3}$

2020-AI: $f'(x) = 4\,\frac{x^2+x-1}{(x^2+1)^2}$; $f''(x) = 4\,\frac{-x^2+4x+1}{(x^2+1)^3}$

2020-AII: $\dot{v}(t) = 1{,}936\,\frac{e^{-0{,}088t}(1-e^{-0{,}088t})}{(1+e^{-0{,}088t})^2}$; $\ddot{v}(t) = -0{,}170368\cdot\frac{e^{-0{,}088t}(1-3e^{-0{,}088t})}{(1+e^{-0{,}088t})^3}$

2021 oHiMi: $h'(x) = -\frac{e^x}{(1-e^x)^2}$; $h''(x) = -\frac{e^x(1+e^x)}{(1-e^x)^3}$

2021-AI: $h'(x) = \frac{-4x^2+4x+1}{(x^2-8x+3\ )^2}$; $h''(x) = \frac{8x^3-12x^2-672x+1920}{(x^2-8x+32)^3}$
$\dot{m}_D(t) = -\frac{D}{120}\cdot e^{-\frac{1}{120}t}$; $\ddot{m}_D(t) = \frac{D}{14400}\cdot e^{-\frac{1}{120}t}$

2021-AII: $f'(x) = -(x+1)\,e^{-x}$; $f''(x) = x\,e^{-x}$

2022 oHiMi: $f'(x) = \frac{8+2x^2}{(4-x^2)^2}$; $f''(x) = -\frac{48x+4x^3}{(4-x^2)^3}$

2022-AI: $h'(x) = -6\cdot\frac{12x-7}{(6x^2-7x-3)^2}$; $h''(x) = 12\cdot\frac{108x^2-126x+67}{(6x^2-7x-3)^3}$;

$\dot{T_D}(t) = \lambda\cdot(T_W-20)\cdot e^{-\lambda\cdot t}$; $\ddot{T_D}(t) = \lambda^2\cdot(20-T_W)\cdot e^{-\lambda\cdot t}$

2022-AII: $g'(x) = 4\,\frac{e^{-x}}{(2e^{-x}+1)^2}$; $g''(x) = 4\,\frac{e^{-x}(2e^{-x}-1)}{(2e^{-x}+1)^3}$; $\dot{v}(t) = 40\,\frac{e^{4t}}{(e^{4t}+1)^2}$; $\ddot{v}(t) = 160\,\frac{e^{4t}(-e^{4t}+1)}{(e^{4t}+1)^3}$

2023 oHiMi: $g'(x) = (9x+3)\cdot e^{-3x}$; $g''(x) = -27x\cdot e^{-3x}$

2023-AI: $f'(x) = \frac{-e^{3x}+2e^{2x}+e^x}{(e^{2x}+1)^2}$; $f''(x) = \frac{e^{5x}-4e^{4x}-6e^{3x}+4e^{2x}+e^x}{(e^{2x}+1)^3}$

2023-AII: $f'(x) = \frac{-2x^2+2x-2}{(2x-1)^2}$; $f''(x) = \frac{6}{(2x-1)^3}$
$\dot{V}(t) = 0{,}5k\cdot e^{2{,}5\cdot(1-e^{-0{,}2\cdot t})-0{,}2t}$; $\ddot{V}(t) = 0{,}5k\cdot e^{2{,}5\cdot(1-e^{-0{,}2\cdot t})-0{,}2t}\cdot(0{,}5e^{-0{,}2t}-0{,}2)$

2024-AI: $f'(x) = -8\,\frac{x+3}{(x^2+6x+8)^2}$; $f''(x) = 8\,\frac{3x^2+18x+28}{(x^2+6x+8)^3}$

2024-AII: $g'^{(x)} = -6\frac{x^2+2x-3}{(x^2+3)^2}$; $g''(x) = 12\frac{x^3+3x^2-9x-3}{(x^2+3)^3}$

$\dot{d}(t) = 0{,}15\ \frac{e^{4{,}5-0{,}05}}{(1+e^{4{,}5-0{,}05}\ )^2}$; $\ddot{d}(t) = 0{,}0075\frac{e^{4{,}5-0{,}05t}(e^{4{,}5-0{,}05t}-1)}{(1+e^{4{,}5-0{,}05t})^3}$

<u>Lösungen 0.3</u>

97/1

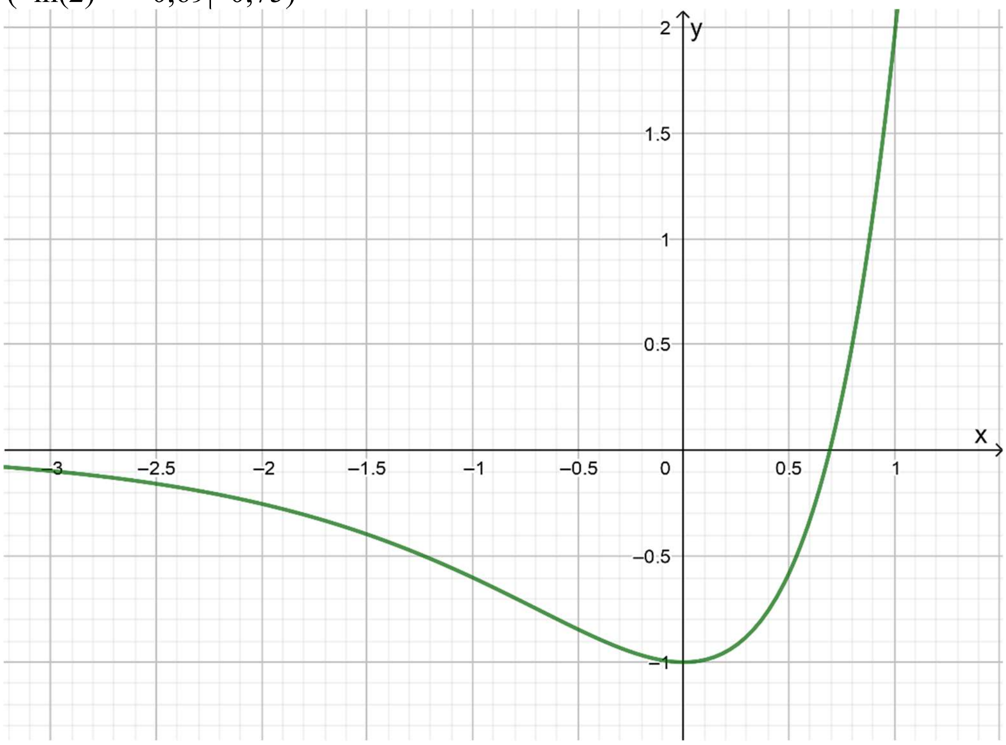
e) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS; $x_1 = \ln(2)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^-$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; w. As.: y = 0

G_f ist smf in $]-\infty; 0]$, sms in $[0; \infty[$,

rechtsgekr. in $]-\infty; -\ln(2)]$, linksgekr. in $[-\ln(2); \infty[$

TiP(0|–1); WeP(–ln(2) ≈ –0,69|–0,75)



f) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS; $x_{1,2} = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; w. As.: y = 0

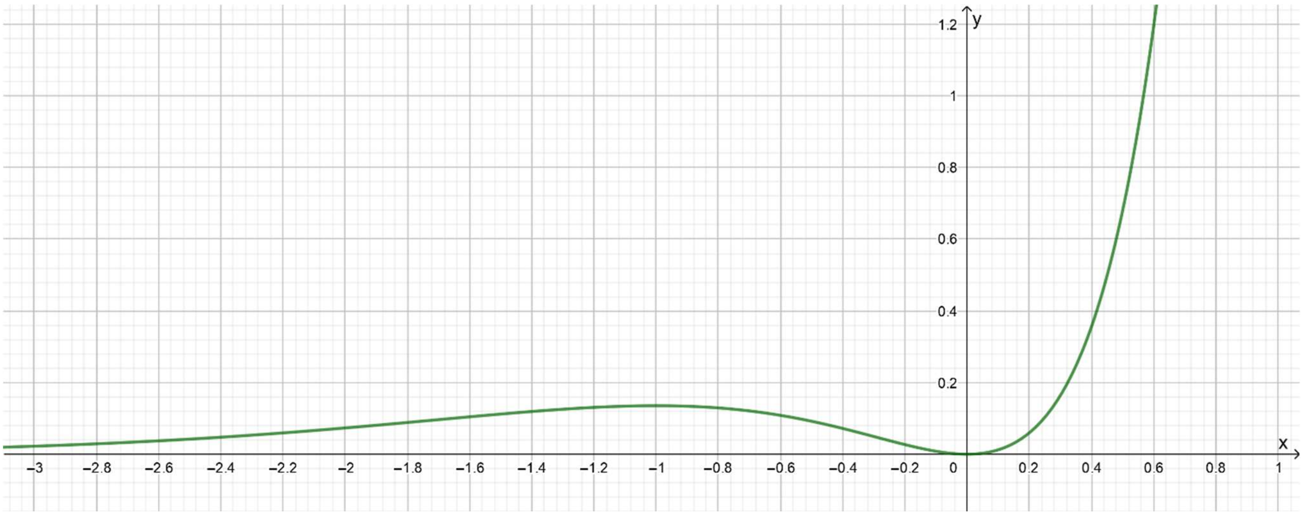
G_f ist sms in $]-\infty; -1]$ und in $[0; \infty[$, smf in $[-1; 0]$,

linkssgekr. in $\left]-\infty; -1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ und $\left[-1+\frac{\sqrt{2}}{2}; \infty\right[$, rechtssgekr. in $\left[-1-\frac{\sqrt{2}}{2}; -1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

HoP(–1|e^{-2} ≈ 0,14), TiP(0|0)

$WeP_1\left(-1-\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -1{,}71 \middle| \left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)e^{-2-\sqrt{2}} \approx 0{,}10\right)$

$WeP_2\left(-1+\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0{,}29 \middle| \left(\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right)e^{-2+\sqrt{2}} \approx 0{,}05\right)$



107/1

a) $x_{1,2,3} = 0$; G_f ist symm. zum Ursprung

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^-} f(x) = +\infty$

s. As.: $x = -2$, $x = 2$; sch. As.: $y = x$

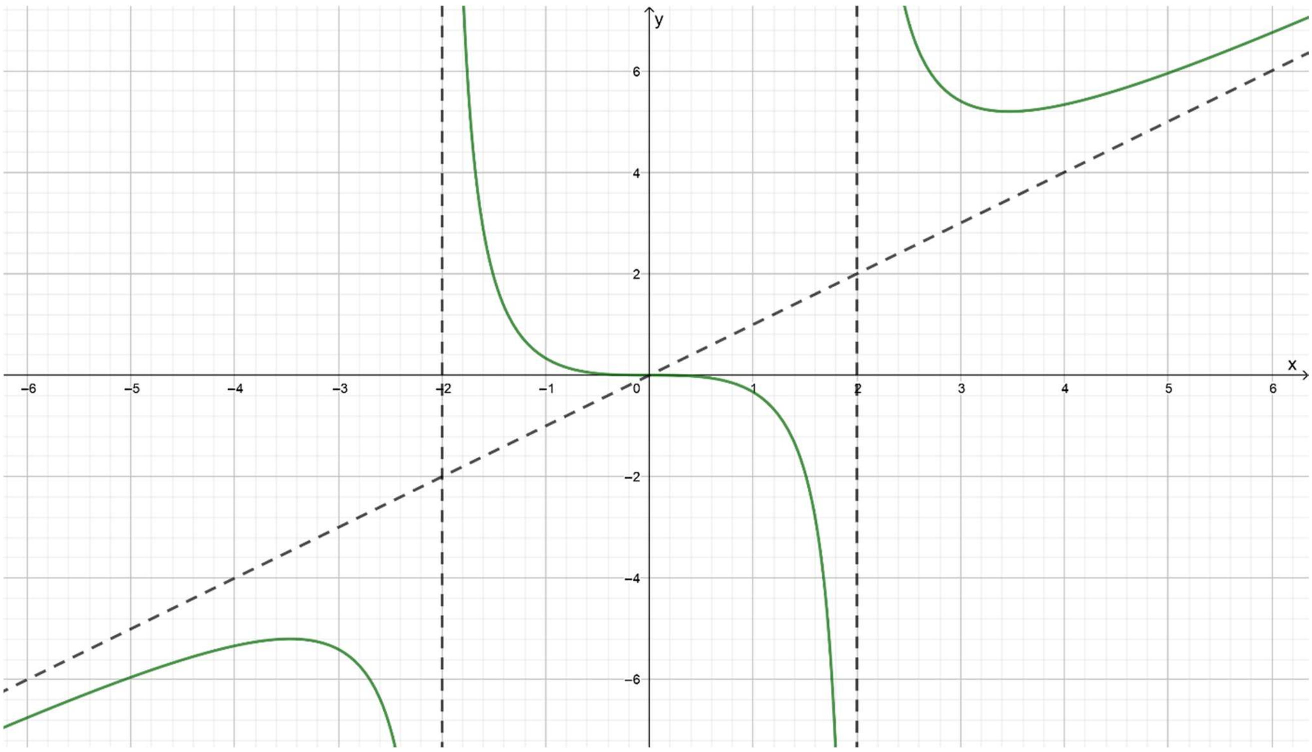
$W_f = \mathbb{R}$

b) G_f ist sms in $\left]-\infty; -2\sqrt{3}\right]$ und $\left[2\sqrt{3}; \infty\right[$, smf in $\left[-2\sqrt{3}; -2\right[$, $]-2; 2[$ und $\left[2; 2\sqrt{3}\right[$,
rechtsgekr. in $]-\infty; -2[$ und $[0; 2[$, linksgekr. in $]-2; 0]$ und $]2; \infty[$

HoP$(-2\sqrt{3} \approx -3{,}46| -3\sqrt{3} \approx -5{,}20)$, TiP$(2\sqrt{3} \approx 3{,}46|3\sqrt{3} \approx 5{,}20)$

WeP(0|0) = TeP

c)



107/3

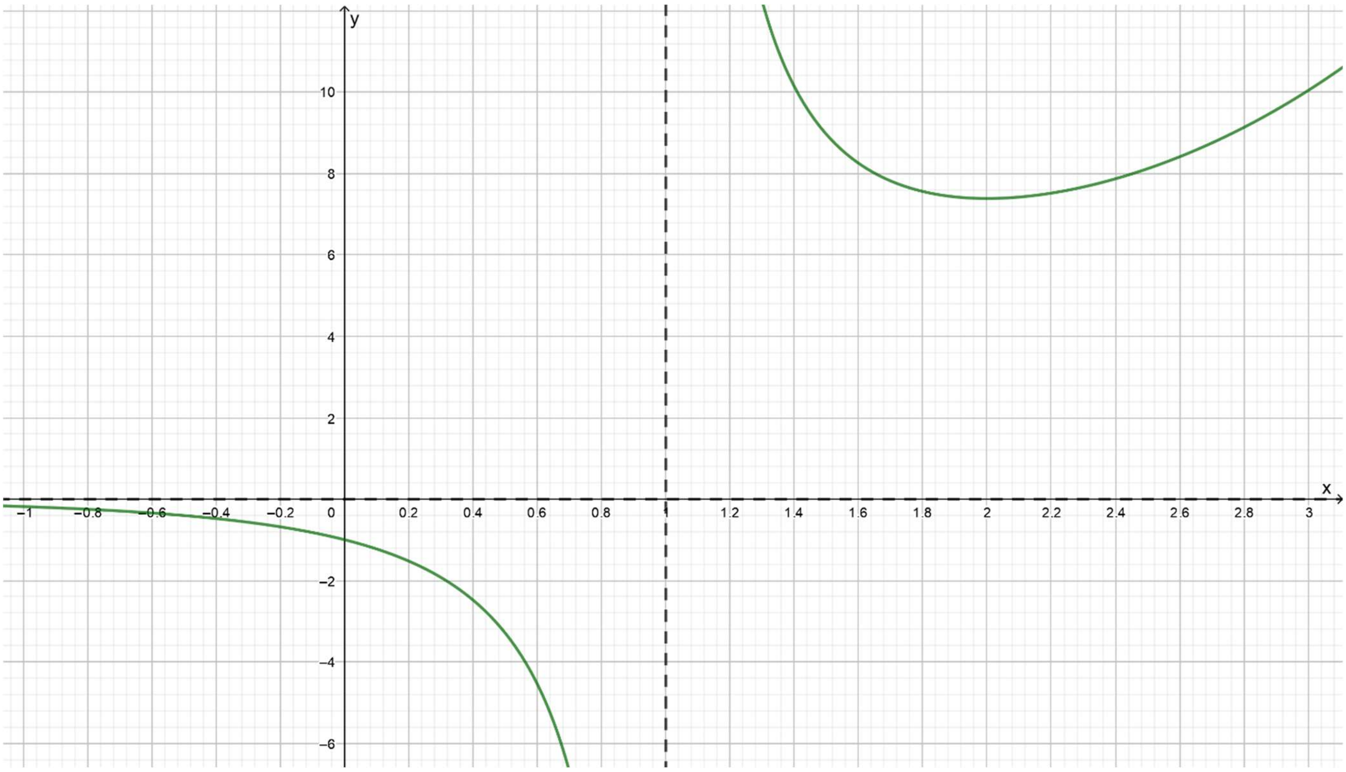
c) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$;   nicht symm. zum KS;   keine Nst.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^-$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

w. As.: $y = 0$, s. As.: $x = 1$

G_f ist smf in $]-\infty; 1[$ und in $]1; 2]$, sms in $[2; \infty[$,
rechtsgekr. in $]-\infty; 1[$, linksgekr. in $]1; \infty[$

TiP$(2|e^2 \approx 7{,}39)$;   keine WeP

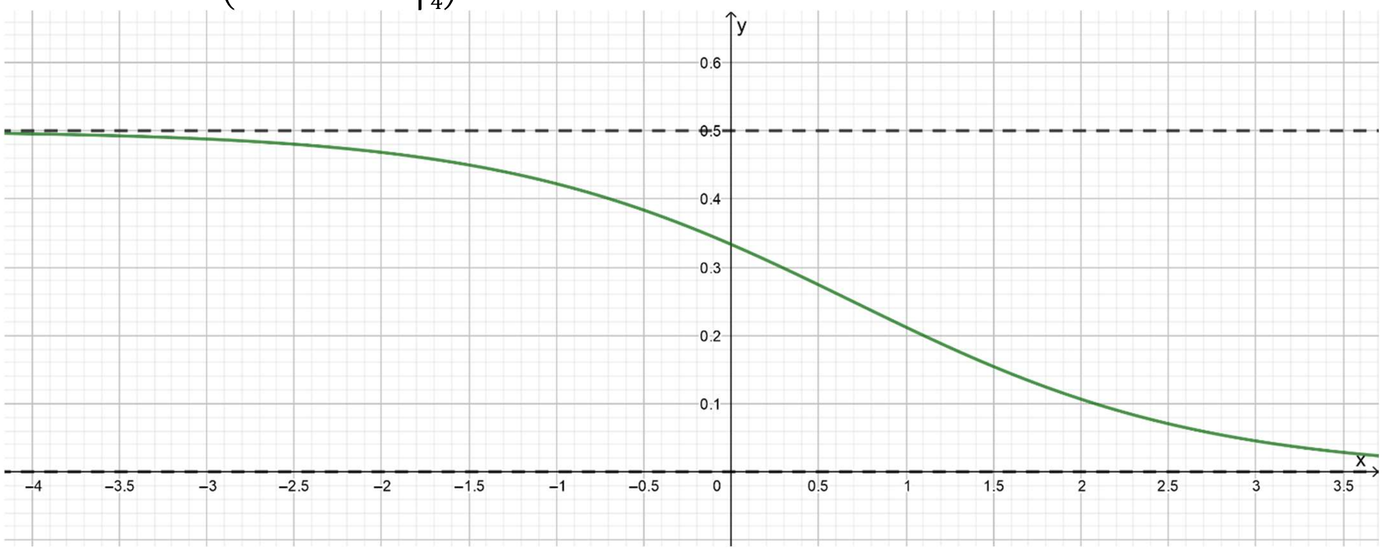


d) $D_f = \mathbb{R}$;   nicht symm. zum KS (aber zum WeP);   keine Nst.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{2}^{-}$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0^{+}$;   w. As.: y = $\frac{1}{2}$, y = 0

G_f ist smf in $\mathbb{R}$, rechtsgekr. in $]-\infty; \ln(2)]$, rechtssgekr. in $[\ln(2); \infty[$

keine ExP;   WeP$\left(\ln(2) \approx 0{,}69 \middle| \frac{1}{4}\right)$



108/4

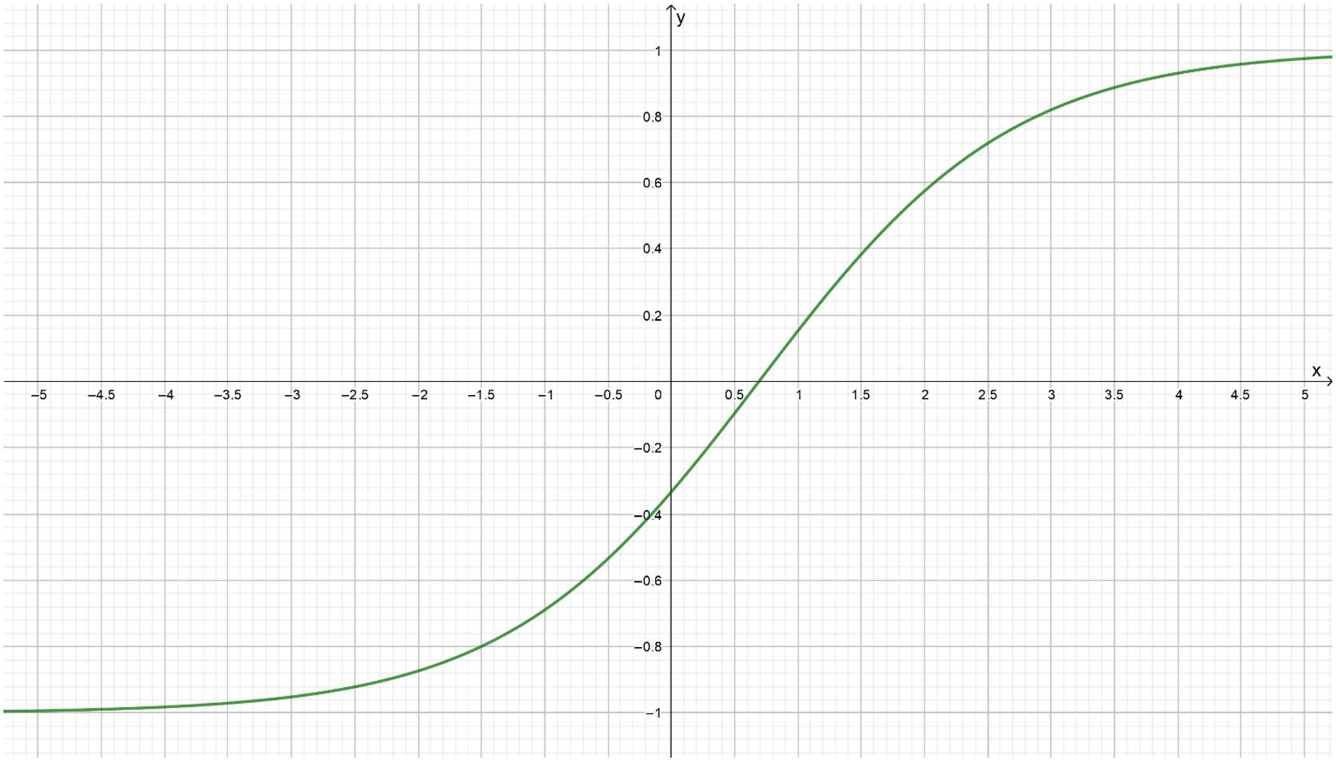
b) $D_f = \mathbb{R}$;   nicht symm. zum KS (aber zum WeP)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1^{+}$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1^{-}$

$S_y\left(0 \middle| -\frac{1}{3}\right)$,   N(ln(2)|0)

keine ExP;   WeP = N;

$W_f =]-1; 1[$



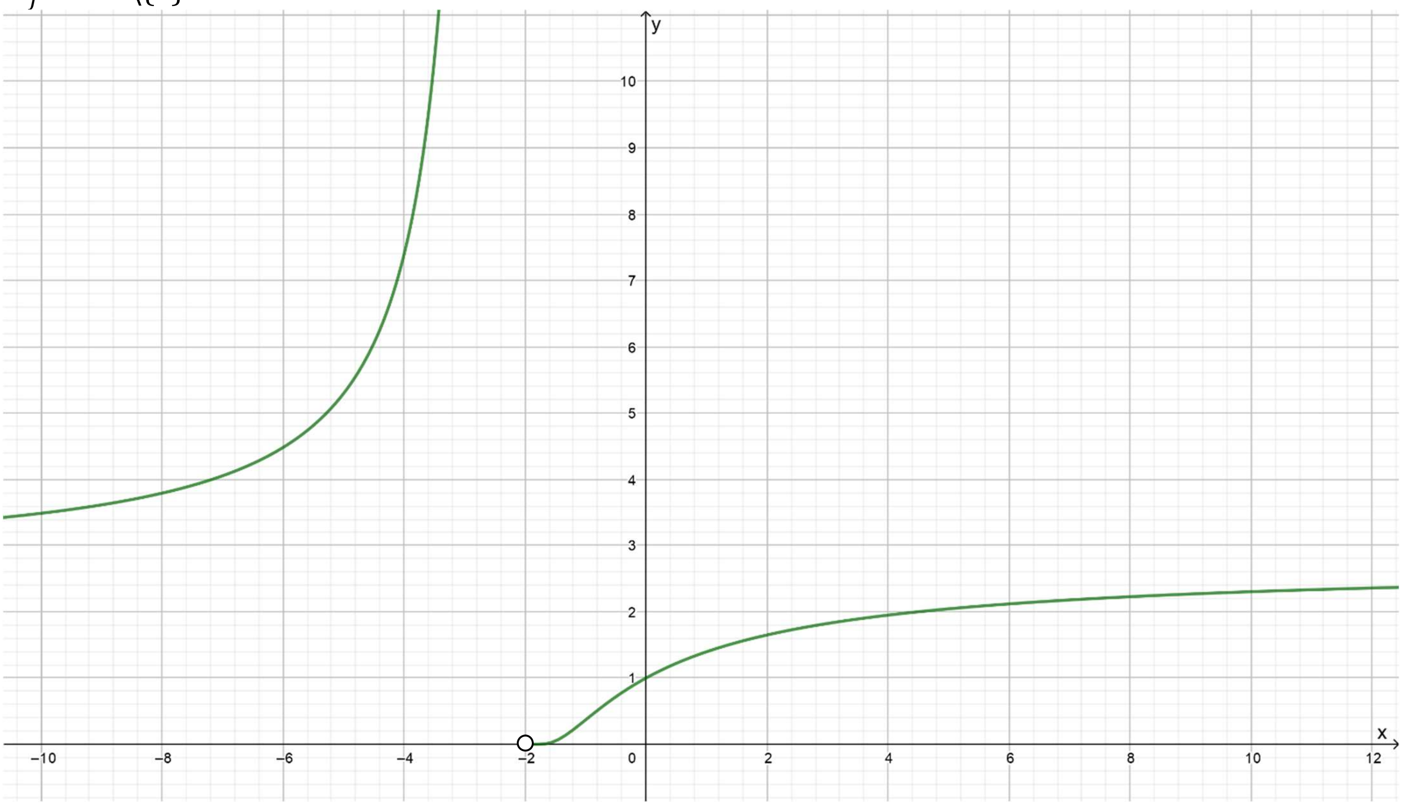
c) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$;   nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = e^{\mp}$; $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = 0^+$

$S_y(0|1)$,   keine N

keine ExP;   WeP$(-1|e^{-1} \approx 0{,}37)$

$W_f = \mathbb{R}^+\backslash\{e\}$



d) $D_f = \mathbb{R}$;   nicht symm. zum KS (aber zu x = ln(2))

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^+$

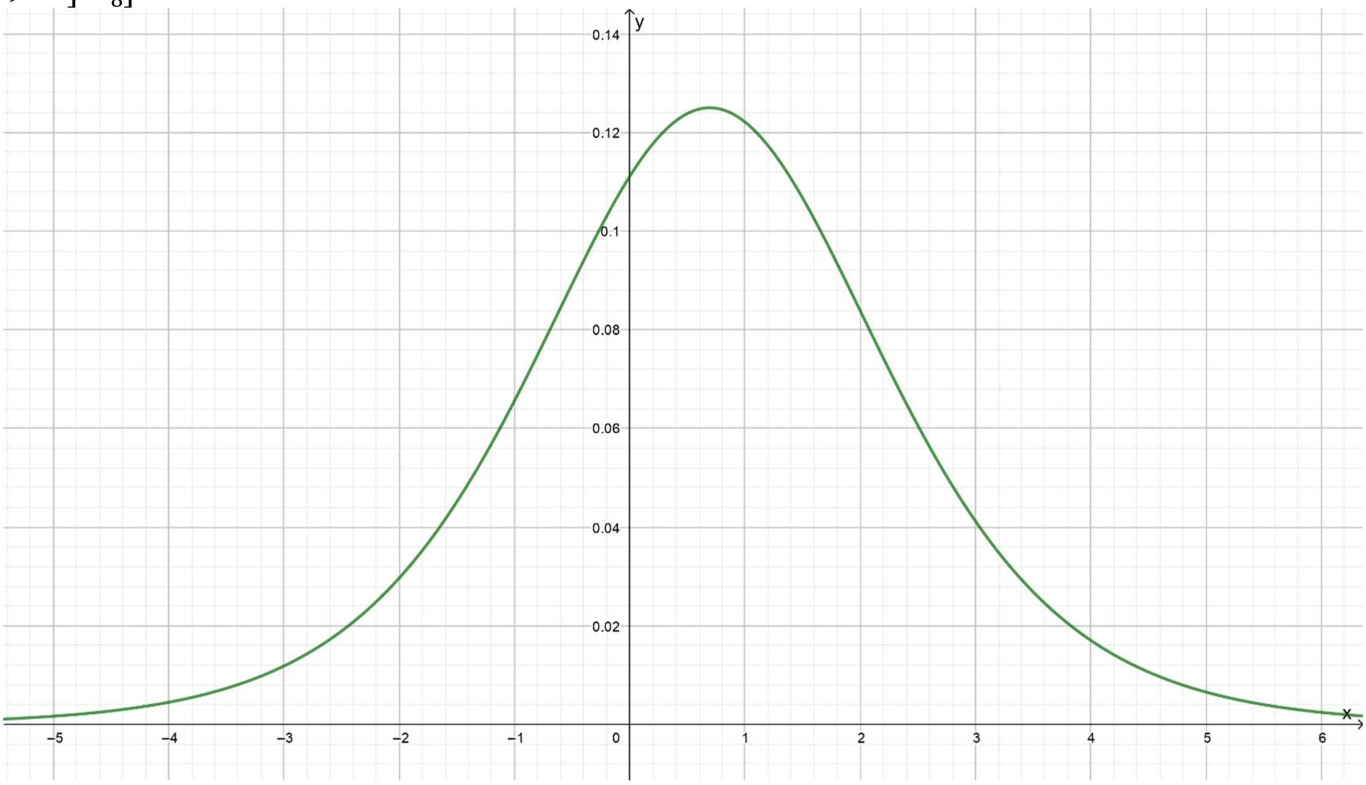
$S_y\left(0\middle|\frac{1}{9}\right)$,   keine N

HoP$\left(\ln(2)\middle|\frac{1}{8}\right)$

$\text{WeP}_1\left(\ln\left(4-2\sqrt{3}\right)=\ln(2)-\ln\left(2-\sqrt{3}\right)\approx -0{,}62\middle|\frac{1}{12}\right);$

$\text{WeP}_2\left(\ln\left(4+2\sqrt{3}\right)=\ln(2)+\ln\left(2-\sqrt{3}\right)\approx 2{,}01\middle|\frac{1}{12}\right)$

$W_f=\left]0;\frac{1}{8}\right]$



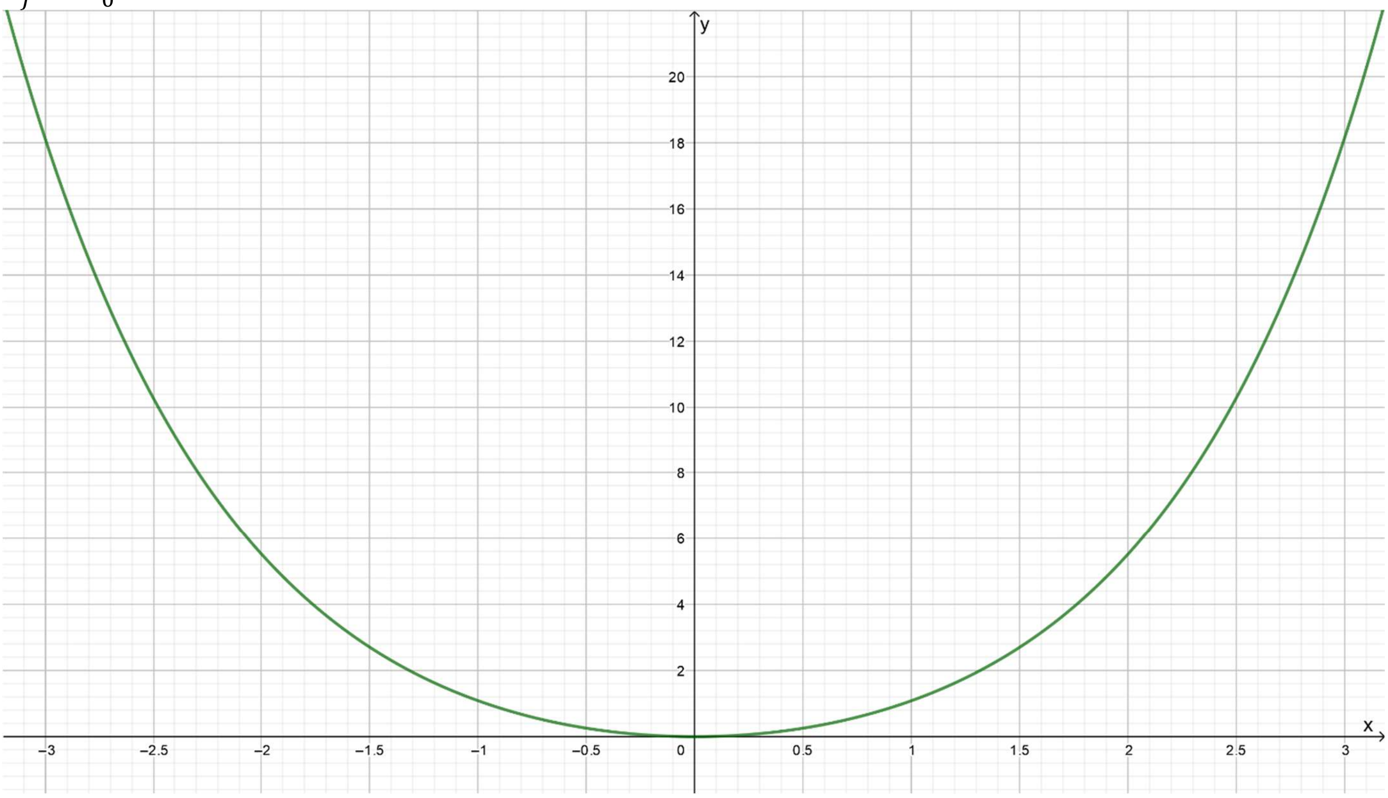
e) ***f(x) = e^x – 2 + e^{-x} !***

$D_f=\mathbb{R}$;   symm. zur y-Achse

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$

$S_y(0|0)=N_{1,2}$ = TiP; keine WeP

$W_f=\mathbb{R}_0^+$



f) $f(x) = (x+2)^2\, e^{-x}$!

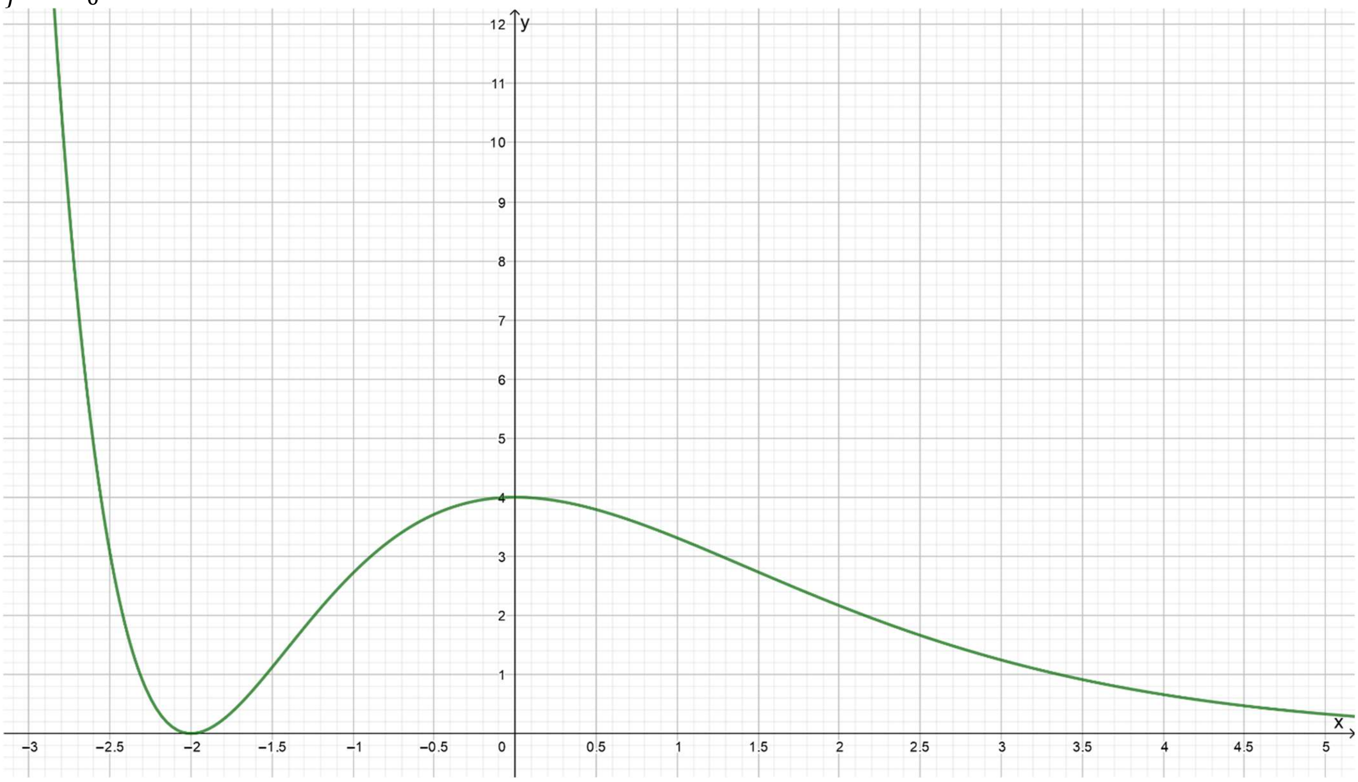
$D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$

$S_y(0|4)$ = HoP, $N_{1,2}(-2|0)$ = TiP

$WeP_1\left(-\sqrt{2} \approx -1{,}41 \middle| (6-4\sqrt{2})e^{\sqrt{2}} \approx 1{,}41\right)$, $WeP_2\left(\sqrt{2} \approx 1{,}41 \middle| (6+4\sqrt{2})e^{-\sqrt{2}} \approx 2{,}83\right)$

$W_f = \mathbb{R}_0^+$



97/4 a) 1 b) 3 c) 2

107/2

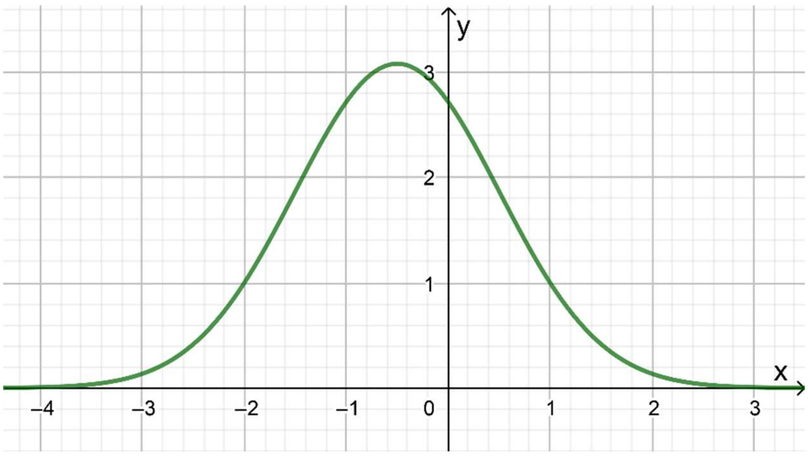
$D_i = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} i(x) = 1^+$; $\lim\limits_{x\to0^\pm} i(x) = \infty$; i(–3) = i(–1) = 1

keine Nst.; Maxst. für x < –3, Minst.: $x_1 \approx -1{,}3$

109/10 *Maßstab fehlt! In Musterlösung: 2 Kästchen = 1; dann: f(x) = –0,5 (x – 1) (x + 2)*

a_2)



b_2) $D_g = \mathbb{R}$

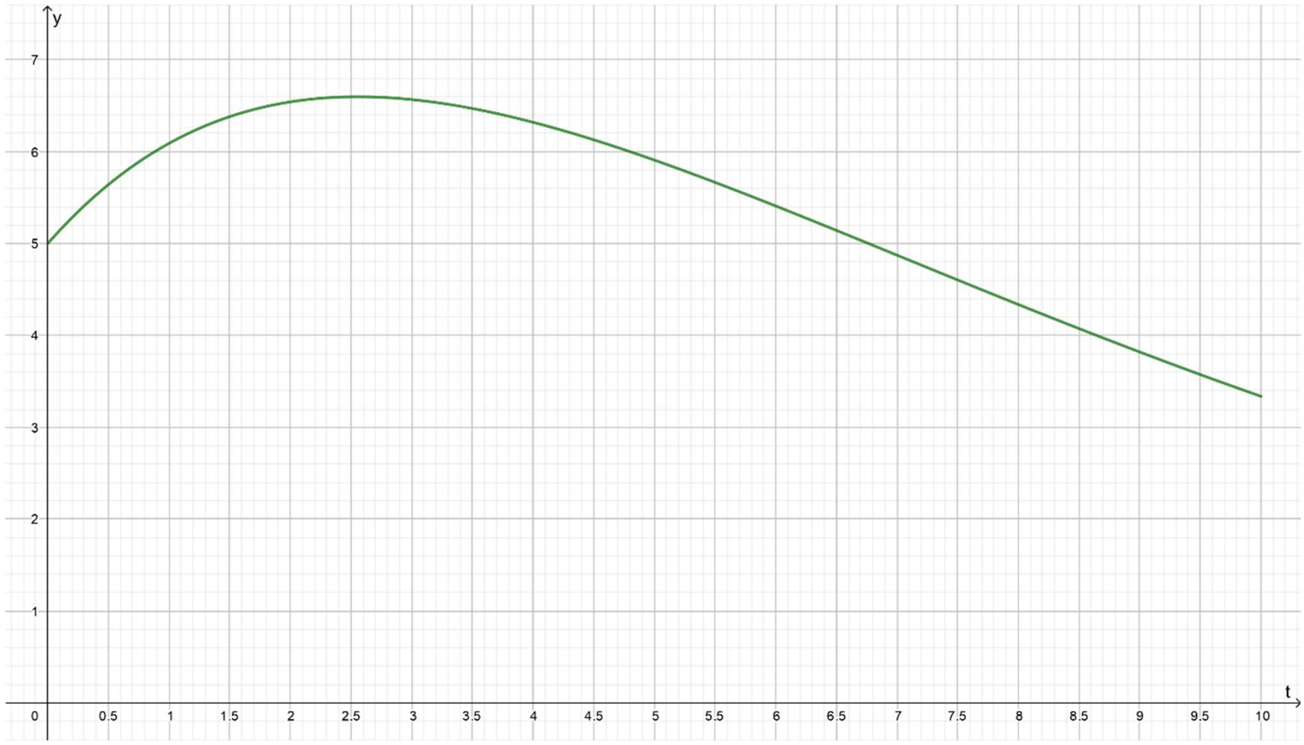
keine Nst.

G_g ist sms in $]-\infty; -0{,}5]$, smf in $[-0{,}5; \infty[$; Maxst.: $x_1 = -0{,}5$

Lösungen 0.4

97/5

a)



Die Bevölkerung nahm zunächst bist etwa Mitte 2002 zu, danach wieder ab. Die stärkste Abnahme war etwa Anfang 2007.

b) Die Einwohnerzahl war ca. Mitte Juli 2002 am größten, nämlich etwa 6600 Einwohner.

c) Die Einwohnerzahl ging ca. Anfang 2007 am stärksten zurück, nämlich um etwa 540 Einwohner pro Jahr. Zu diesem Zeitpunkt waren es etwa 4900 Einwohner.

107/4 *Masse, nicht Gewicht!*

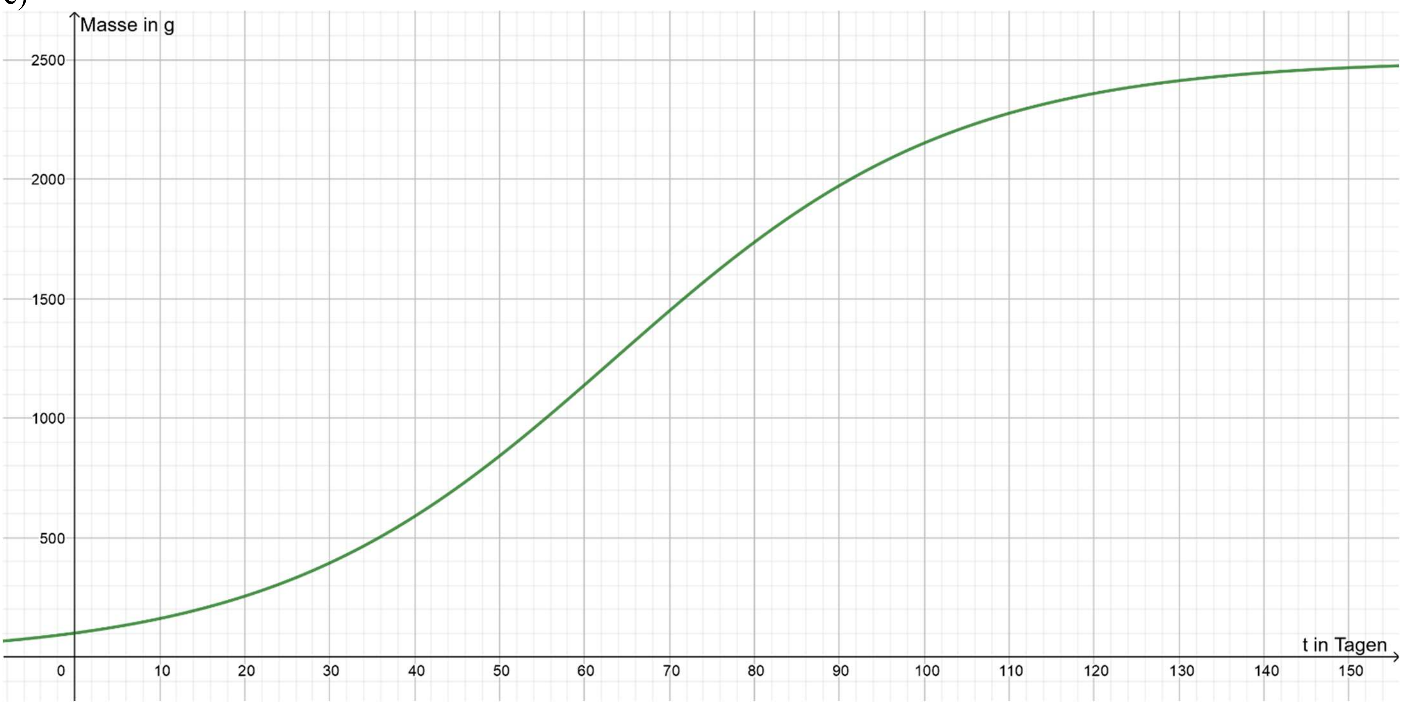
a) Zu Beobachtungsbeginn (t = 0) hatte der Kohl eine Masse von 100 g.

b) Der Kohl erreicht maximal eine Masse von 2500 g. (auf lange Sicht)

c) Nach einem Monat hat der Kohl eine Masse von etwa 393 g.

d) Nach etwa 107,5 Tagen hat der Kohl 90% des Maximalgewichts erreicht.

e)

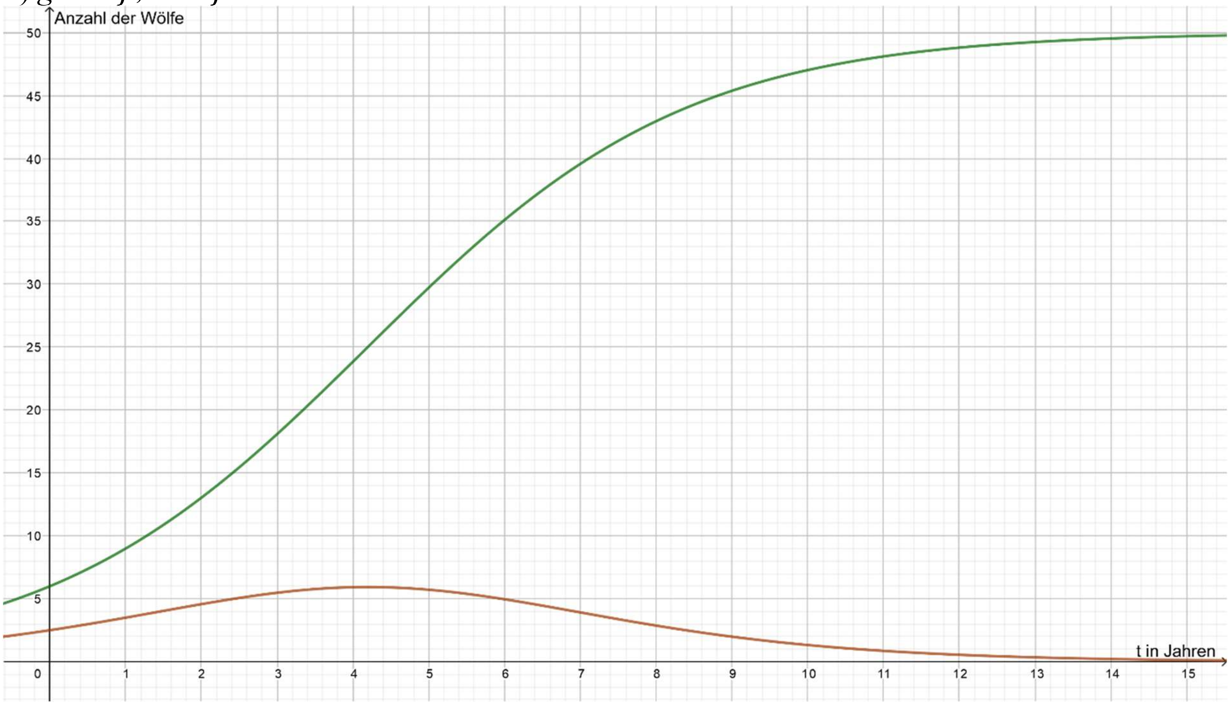


Die Wachstumsgeschwindigkeit ist nach etwa 64 Tagen maximal, nämlich etwa 31 g pro Tag.

107/5

a) Die 1. Ableitung von f gibt die momentane Änderungsrate der Wolfsanzahl in. (in Wölfen pro Jahr)

b) *grün:* f; *rot:* $\dot{f}$



c) Die Wolfspopulation wächst nach etwa 4,2 Jahren am stärksten.

d) Langfristig nähert sich die Population dem Wert 50.

109/8 a) $f(x) \approx 100\, e^{-0{,}0513x}$ (x in mm, f in %) b) Die Bleiplatte muss etwa 13,5 mm dick sein.

109/9

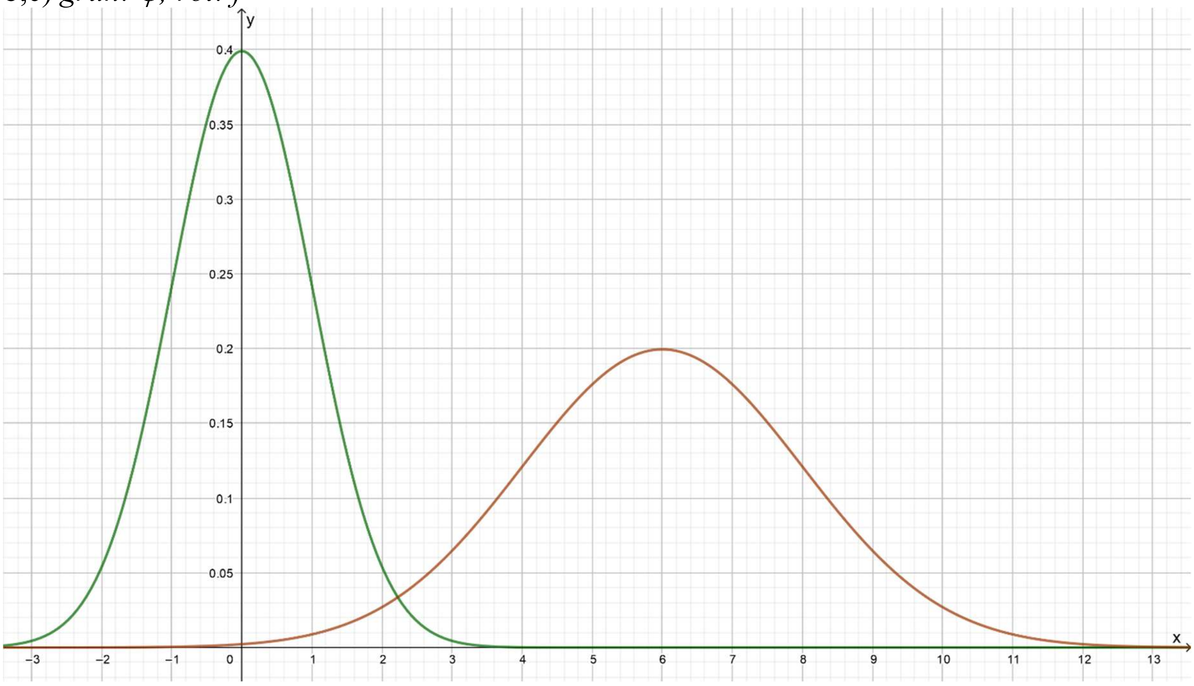
a) $\mathrm{TiP}\left(-\frac{C}{k}\middle|\frac{1}{k}+D\right)$ b) $C = 0$; $k = \frac{\left(e^{1/2}-e^{-1/2}\right)^2}{8} \approx 0{,}136$; $D = 1 - \frac{8}{\left(e^{1/2}-e^{-1/2}\right)^2} \approx -6{,}37$

109/12

a) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; keine Nst.; sms in $\mathbb{R}_0^-$, smf in $\mathbb{R}_0^+$, $\mathrm{HoP}\left(0\middle|\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \approx 0{,}40\right)$;

linksgekr. in $]-\infty;-1]$ und $[1;\infty[$, rechtsgekr. in $[-1;1]$; $\mathrm{WeP}_{1,2}\left(\pm 1\middle|\frac{1}{\sqrt{2\pi e}} \approx 0{,}24\right)$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \varphi(x) = 0^+$

b,c) *grün:* φ; *rot:* f



c) Beide Graphen haben dasselbe Globalverhalten und dieselben Nst. (keine). G_f hat eine andere Symmetrieachse (x = 6), der HoP ist um 6 nach rechts verschoben und mit 0,5 gestaucht. Die WeP befinden sich um den Faktor 2 weiter vom HoP entfernt und sind ebenfalls um den Faktor 0,5 kleiner. Dadurch ändern sich das Monotonie- und das Krümmungsverhalten entsprechend. G_f ergibt sich, indem G_φ in x-Richtung mit 2 gestreckt und um 6 verschoben wird und in y-Richtung mit 0,5 gestaucht.

d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-3)^2/2}$

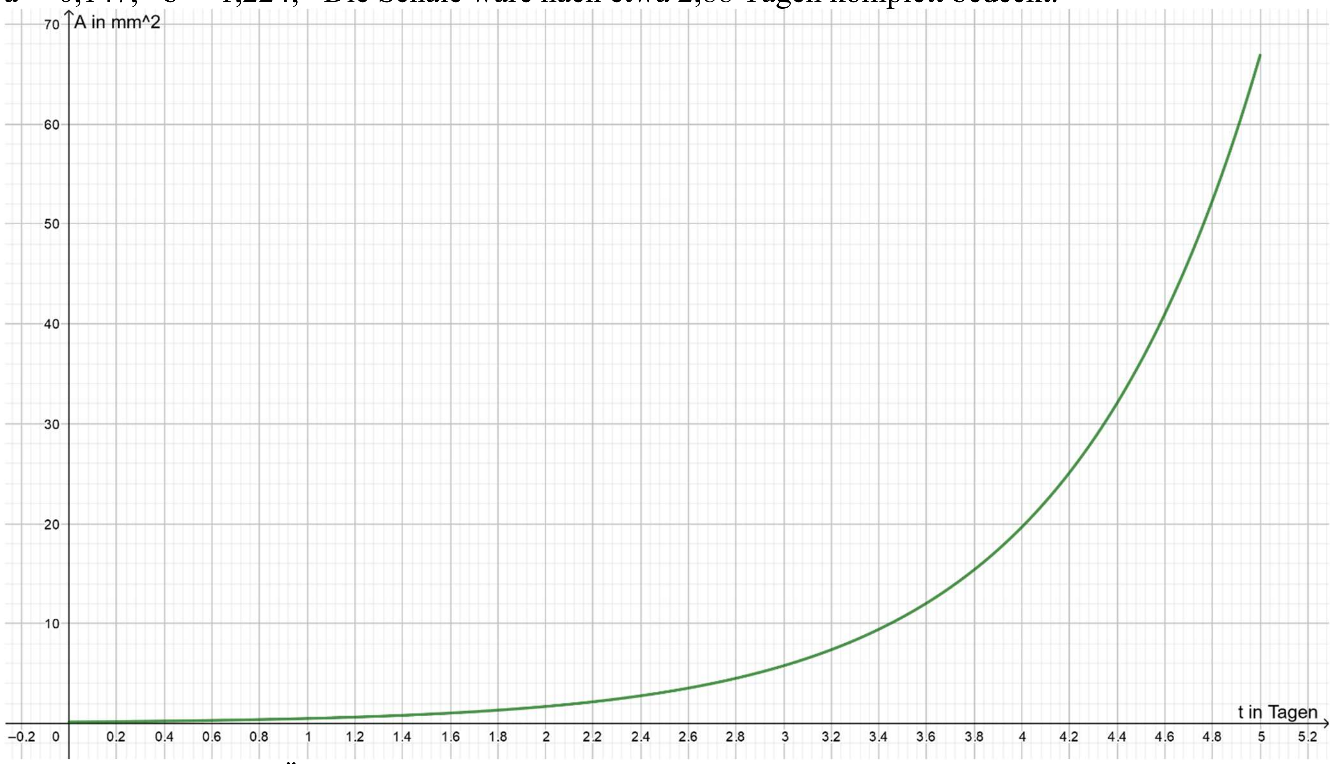
110/14 *Aufgabenstellung nicht eindeutig! Annahme: t in Tagen seit Beobachtungsbeginn, A in mm²*

a) A(t) = 1,2t – 0,7

A kann nicht linear sein, weil:

- A geht gegen unendlich für t gegen unendlich, obwohl nur 5 mm^2 Platz ist.
- A sollte immer schneller wachsen, da ja immer mehr Bakterien vorhanden sind.

b) a ≈ 0,147; b ≈ 1,224; Die Schale wäre nach etwa 2,88 Tagen komplett bedeckt.



c) Wertetabelle ➔ gute Übereinstimmung

Die Schale ist nach 2,4 Tagen zur Hälfte bedeckt; genau dann ist auch das Wachstum am größten.