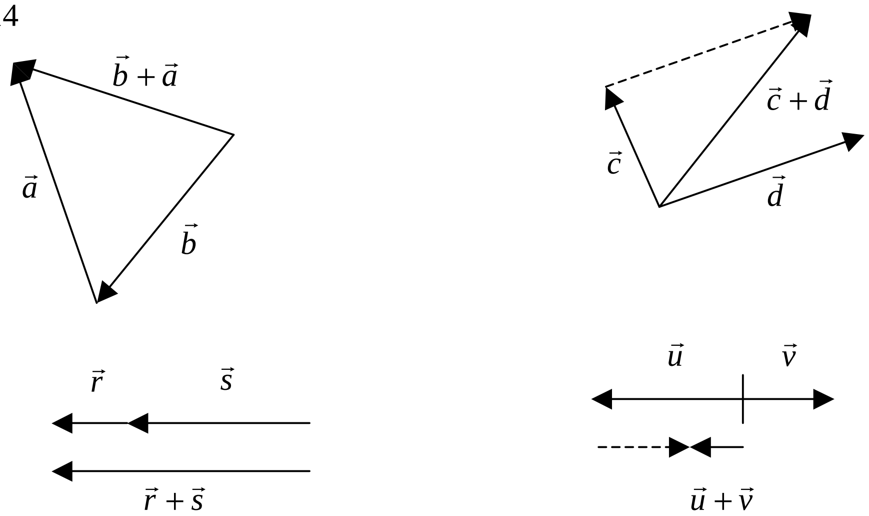
Lösungen II.1

150/8
a) selbe Länge: 1, 3, 7; 4, 11, 13; 2, 8, 12; 10, 14; 6, 9
selbe Translation: 1, 3; 4, 13; 2, 8, 12; 10, 14

Lösungen II.2

155/14
a)

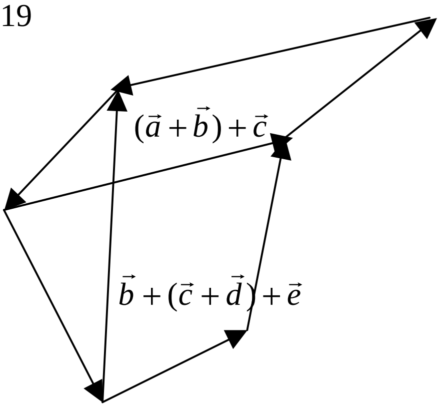


b) ein Pfeil der Länge 0

156/17 a) $\vec{x} = \vec{a} + \overline{b}$; $\vec{y} = \vec{b} + \vec{a}$ b) Kommutativgesetz

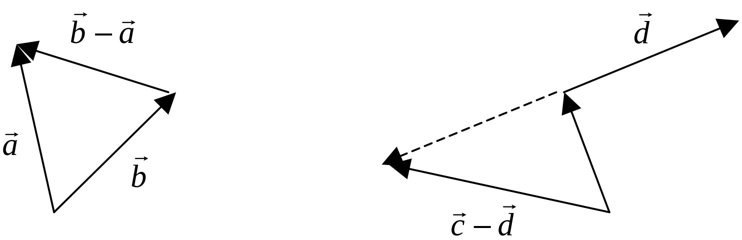
156/18
a) $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{v} = \vec{b} + \vec{c}$ b) $\vec{w} = \vec{u} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$; $\vec{w} = \vec{a} + \vec{v} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ c) Assoziativgesetz

157/19
a)



b) $\vec{0}$ c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = -\vec{x}$

158/20
a)



b) ein Pfeil zu $\vec{0}$

161/24 a) $\vec{a} = -3\vec{y}$; $\vec{b} = 0{,}5\vec{y}$; $\vec{c} = 2\vec{x}$; $\vec{d} = -\frac{7}{6}\vec{x}$ b) $\vec{t} = \vec{r} + \vec{s} = -\vec{x} - 2\vec{y}$; $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = 2{,}5\vec{x} - 3\vec{y}$

Linearkombinationen:

201/30 a) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{BD} = \vec{b} + \vec{c}$ b) $\vec{0}$

201/31;
a) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b} + 0\vec{c}$; $\overrightarrow{BE} = -\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{BG} = 0\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + 0\vec{b} + 0\vec{c}$; $\overrightarrow{HB} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$
b) $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AF}$; $\overrightarrow{DF}$

201/32
$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; $\overrightarrow{MD} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$; $\overrightarrow{AF} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$;
$\overrightarrow{ED} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ ***(vgl.** $\overrightarrow{DE}$ **!)***; $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{2}\vec{b}$; $\overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$

201/33
a) $\overrightarrow{AE} = 0\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b} + 0\vec{c}$; $\overrightarrow{BE} = -\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{CA} = -\vec{a} - \vec{b} + 0\vec{c}$;
$\overrightarrow{CG} = 0\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c} = \overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{EC} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$; $\overrightarrow{FA} = -\vec{a} + 0\vec{b} - \vec{c}$; $\overrightarrow{HB} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$
b) $\overrightarrow{AE} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{d}$; $\overrightarrow{AG} = 0\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{d}$; $\overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b} + 0\vec{d}$; $\overrightarrow{BE} = -2\vec{a} - \vec{b} + \vec{d}$; $\overrightarrow{CA} = -\vec{a} - \vec{b} + 0\vec{d}$;
$\overrightarrow{CG} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{d} = \overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{EC} = 2\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{d}$; $\overrightarrow{FA} = 0\vec{a} + \vec{b} - \vec{d}$; $\overrightarrow{HB} = 2\vec{a} + 0\vec{b} - \vec{d}$

201/34
$\overrightarrow{FS} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$; $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$; $\overrightarrow{ES} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$; $\overrightarrow{DS} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$

Lösungen II.3

147/1 A(6|6|0); B(0|6|0); C(6|6|4); D(4|9|5); E(0|9|5); F(6;0;4); G(4|0|5)

148/2 A(5|0|0); B(5|9|0); C(0|9|0); D(0|0|0); E(5|0|4); F(5|9|4); G(0|9|4); H(0|0|4)

149/7 a) P'(2|3|–1) b) P'(2|–3|1) c) P'(–2|3|–1) d) P'(–2|–3|–1)

152/9 a) Q(3|2) b) Q(–6|0) c) Q(2|0|4) d) Q(0|1|1)

152/10 a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ e) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ f) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

152/11 a) P(3|–3) b) P(0|–2) c) P(2|0|–3) d) P(–3|1|–2)

153/12 a) a = – 0,5; b = –4; c = 1,5 b) a = $-\frac{7}{3}$; b = $\frac{17}{6}$; c = 4

153/13
a) X'(x_1|x_2|x_3+2) b) X'(0|x_2|x_3) c) X'(x_1|x_2|1) d) X'(0|0|x_3) e) X'(x_1|x_2|–x_3) f) X'(x_1|x_2|6–x_3)
g) X'(x_1|–x_2|–x_3) h) X'(–x_1|–x_2|–x_3)

169/36

a) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}6\\6\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-6\\-6\\1\end{pmatrix}$ b) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-5\\2\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}10\\-4\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}$ ist Vielfaches von $\overrightarrow{AB}$ ➔ [CD] || [AB]

169/37 a) M(–2|0|3) b) M(–2|0|3) c) M(–1|2|–2)

169/38 a) M_a(–1,5|1|–0,5); M_b(–1|0|3); M_c(–0,5|2|–1,5) b) S(–1|1| $\frac{1}{3}$)

169/39
a) C(–8|1|0) b) M_1(–0,5|5|–1,5); M_2(–5|3,5|–1,5); M_3(–6,5|0|1,5); M_4(–2|1,5|1,5); S(–3,5|2,5|0)
c) E(–5,75|1,75|0)

170/40 A(–2|3|4); B(–1|–2|9) 170/41 S(2|1|0) in x_1-x_2-Ebene, weil $s_3 = 0$

170/42 C(–3|–1|9)

170/43 a) $M_{AB}(0{,}5t–0{,}5|1{,}5–0{,}5t|–2–t) = M_2$ für t = 5 b) $S_{ABC}(\frac{1}{3}t–1|1|-\frac{2}{3}t) = S_1$ für t = 0

170/44

a) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}6\\-3\\-9\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}$ ist Vielfaches von $\overrightarrow{AB}$ ➔ Parallelogramm

a) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2\\3\\-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}-2\\-3\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}$ ist Vielfaches von $\overrightarrow{AB}$ ➔ Parallelogramm

155/15,16; 158/21-23; 162/25-27; 163ff/28,29,31-35: siehe I.6b

kollineare Vektoren:
216/54 a) k = 2 b) k = –1 c) k = $\frac{1}{3}$ d) $k \in \mathbb{R}$ beliebig e) k = 0 f) keine Lösung

Lösungen II.4

239/1 a) 0; 1; 2,5; 4; –0,5; –2 b) 0; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{5}{3}$; $-\frac{8}{3}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{3}$

239/2 z. B. A(4|5|0), B(2|2|3), C(6|8|–3), D(24|35|–30), E(3|3,5|1,5), F(4–2π|5–3π|3π)

239/3 a) P: ja (λ = 3); Q: nein b) P: ja (λ = –2); Q: nein

239/4 AB: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-4\\5\\0\end{pmatrix}$; AC: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}-5\\1\\3\end{pmatrix}$; BC: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\5\\0\end{pmatrix}+\nu\begin{pmatrix}-1\\-4\\3\end{pmatrix}$; OS: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\sigma\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$

239/5 a) nein b) ja (sogar $B = M_{AC}$)

240/6 a) nein (weil auf AC immer $x_1 = 1$ gilt) b) für k = –13

240/10 a) [0;0,5], [–0,25;1,25], [–1; 2], [–0,25;0,5] b) $[-1;\infty[$, $]-\infty;1,25]$; $[-0,25;\infty[$

241/11 a) [AB]\{A}; P: ja (für λ = $\frac{1}{3}$); Q=C: ja (für λ = –1) b) [CD[; P: nein; Q=C: ja (für λ = 0)

Lösungen II.5

244/12 (0; 0), (3; –1), ($\frac{7}{6}$; 0), (1,5; 1), (–0,5; 0), ($-\frac{1}{3}$; –1)

244/13 A(0|0,5|1), B(0|2|1), C(–1|1,5|1), D(2|7,5|1)

244/14 a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

244/15 a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ b) P: ja (λ = 1, μ = –1); Q: nein

245/16 P: ja (λ = –2, μ = 0); Q: ja ((λ = μ = 1)

245/17 a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ b) da B∈ g ist, gibt es unendlich viele Möglichkeiten

245/18 a) x_1-x_2-Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

245/19

a) nein: z. B. ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$; D∉ ABC

b) ja: z. B. ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$; D∈ ABC

246/22

a) Gerade durch den Punkt mit Ortsvektor $\vec{a} + \vec{u}$ und Richtungsvektor $\vec{v}$

b) Halbgerade vom Punkt mit Ortvektor $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{v}$ aus und Richtungsvektor $\vec{u}$

c) 1. Quadrant der aufgespannten Ebene (wenn die Achsen in Richtung der Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ gehen)

d) Rechteck mit Eckpunkten, deren Ortsvektoren $\vec{a}$, $\vec{a} + 2\vec{u}$, $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{v}$, $\vec{a} + 2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$ sind

e) Dreieck mit Eckpunkten, deren Ortsvektoren $\vec{a}$, $\vec{a} + \vec{u}$, $\vec{a} + \vec{v}$ sind

246/23

a) z. B. P(1|2|6), Q(–4|3|9), R(3|1|4), S(–2|2|7), T(–15|7|6), U($1-5\sqrt{2}+2\sqrt{3}$|$2+\sqrt{2}-\sqrt{3}$|$6+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$) ...

b) A: nein; B: ja (λ = μ = 1)

c) z. B. λ = 0, μ = 0,5 ➔ C(2|1,5|5); oder λ = –1, μ = 0 ➔ D(6|1|3); oder λ = 1, μ = 1 ➔ B usw. usf.

d) λ = –1 + 2μ in E einsetzen ➔ P_μ(6–8μ|1+μ|3+4μ)

246/24

a) ABC: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\-4\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-5\\5\\4\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}-3\\6\\0\end{pmatrix}$; O∈ ABC mit $\lambda = 0$, $\mu = \frac{2}{3}$ ➔ O liegt auf der Seite [AC]

b) ABC: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\5\\2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-3\\-4\\-4\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}1\\-5\\-1\end{pmatrix}$; D∈ ABC mit $\lambda = -0{,}5$, $\mu = 0{,}5$ ➔ D liegt außerhalb des Dreiecks

246/25

a) A(1|2|6), B(6|6|8), C(5|4|2) b) OAC: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\2\\6\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}5\\4\\2\end{pmatrix}$

P∈ OAC mit $\lambda = 0{,}6$, $\mu = 0{,}8$ ➔ P liegt im Innern des Parallelogramms
Q∈ OAC mit $\lambda = 1{,}5$, $\mu = 0{,}5$ ➔ Q liegt außerhalb des Parallelogramms

Lösungen II.6

248/26 a) A: nein, B: ja b) P: nein, Q: nein, R: nein 248/27 a) P und Q b) k = –10

250/28 a) $x_1 - x_2 + 4x_3 + 1 = 0$ b) $x_3 = 0$ c) $2x_2 + 4x_3 - 18 = 0$ d) $x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0$

251/29 a) $14x_1 + 8x_2 - 5x_3 - 5 = 0$ b) $x_1 + 3x_2 + x_3 - 1 = 0$

251/30 a) $2x_1 - 3x_2 + x_3 - 12 = 0$ b) R: nein; S: ja

251/31 a) ABC: $2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 13 = 0$ ➔ D∉ ABC b) RST: $x_1 - x_3 - 3 = 0$ ➔ U∉ RST, V∈ RST

251/32 a) $\begin{pmatrix}-1\\0\\-4\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ hat keine Lösung b) $-4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7 = 0$ c) nein

251/33
a) beide Geraden enthalten denselben Punkt P, ihre Richtungsvektoren sind nicht parallel zueinander
b) $x_2 + 2 = 0$ c) nein

251/34 a) zwei nicht zueinander parallele Richtungsvektoren: $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$ b) $x_1 + 2x_3 = 0$

251/35 P: ja (für $t = -\frac{1}{8}$); Q: ja (für alle t)

253/36 *jeweils nur eine mögliche Form angegeben!*

a) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\3\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ b) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}5\\-4\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ c) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$

d) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\-3\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}$ e) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$ f) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

254/37 a) $x_3 - 3 = 0$ b) $x_1 - 5 = 0$ c) $x_2 + 3 = 0$ 254/38 a) $x_1 - 1 = 0$ b) $x_2 + 2 = 0$ c) $x_3 - 2 = 0$

Lösungen II.7

a) Zwei Geraden

261/44 *parallel, weil jeweils die beiden Richtungsvektoren Vielfache voneinander sind*
a) echt parallel b) identisch

261/45 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist parallel zu $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$ ➔ g und h sind parallel; $A \in PQ$ ➔ g und h sind identisch

263/46
die Vektoren $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sind nicht komplanar

(bzw. die Gleichung $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat keine Lösung)

263/47
die Vektoren $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind komplanar

(bzw. die Gleichung $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ hat genau eine Lösung)

S(–1|5|4) ($\lambda = \mu = 2$)

265/48
a) schneiden sich; S(–7|6|3) ($\lambda = \mu = -1$) b) schneiden sich; S(2|1|1) ($\lambda = -2$; $\mu = 0$) c) windschief

265/49 a) identisch b) schneiden sich c) schneiden sich

265/50
a) g_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$; g_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$; windschief

b) g_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$; g_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$; schneiden sich

266/51 S(2|3|1) ($\lambda = 1$; $\mu = -1$); E: $x_1 + 2x_2 - 8 = 0$

266/52 a) *trivial!* b) g schneidet x_2-Achse; h schneidet keine

266/53 k = 17; $S(5\frac{2}{3}|2\frac{1}{3}|2\frac{1}{3})$ ($\lambda = \frac{4}{3}$; $\mu = \frac{1}{3}$)

b) Gerade und Ebene

267/55 a) nein b) ja 267/56 ja

272/57
a) schneiden sich; S(6|–3|1) (λ = 2) b) (echt) parallel
c) schneiden sich; S(2|3,5|2) (λ = 0,5) d) g liegt in E

272/58 a) (echt) parallel b) liegt darin c) schneiden sich

272/59 ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $S(8\frac{5}{6}|-3\frac{1}{3}|13\frac{1}{3})$ ($\lambda = \frac{10}{3}$; $\mu = \frac{53}{6}$; $\nu = -\frac{10}{3}$)

272/60
a) PQ: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; S(9|5|0); ($\lambda$ =2; μ = –1; ν = 6) b) nein

272/61
a) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$; E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ ➔ nein

b) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$; E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ➔ ja

c) Zwei Ebenen *(s. auch FS 88f/C1,2)*

für die Schnittgeraden ist nur jeweils eine Möglichkeit angegeben!

276/65 a) nein b) ja 276/66 nein

280/67 a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$

280/68 a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}$ b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 1{,}4 \\ -0{,}6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

280/69 gleichsetzen ➔ ...... $\rho = 3 - 15\nu$ ➔ $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \\ -30 \end{pmatrix}$

281/70

a) E_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$; E_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ ➔ ja

b) E_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; E_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ➔ ja

280/71 $E_1 \parallel E_2$, sonst keine parallel

$E_1 \cap E_3$: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2{,}8 \\ -1 \\ 2{,}2 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $E_2 \cap E_3$: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1\frac{37}{45} \\ \frac{2}{9} \\ 3\frac{8}{45} \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

286/74 a) S(1|–2|2) b) S(17|–10|–4) ($\lambda = -10$; $\mu = -1$)

286/75 E_3 = ABC: $3x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 5 = 0$; $S(4\frac{6}{7}|-5\frac{2}{7}|-9)$

286/76 a) LGS hat keine Lösung b) Fall 3: kein Ebenenpaar ist parallel

286/77 kein gemeinsamer Punkt für t = 10,5 (Fall 3); genau ein Schnittpunkt für $t \neq 10{,}5$

286/78

z. B. E_0 mit E_t ($t \neq 0$) schneiden ➔ g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

diese Gerade liegt in E_0 und auch in allen anderen E_t ➔ gemeinsame Schnittgerade aller Ebenen; diese liegen so zueinander wie in Fall 2 bei 284/2.

d) Geraden im Koordinatensystem

240/7 a) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ b) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ c)

240/8

a) parallel zur x_3-Achse, durch P(1|1|0)
b) durch Ursprung und Q(1|1|1) (Winkelhalbierende des 1. Oktanten?!?)
c) durch Ursprung und R(0|1|1) (Winkelhalbierende des 1. Quadranten der x_2-x_3-Ebene)
d) parallel zur x_1-x_2-Ebene, durch S(0|0|1)

148/3

g_1: geht durch (0|4|0), parallel zur x_1-Achse ➔ g_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

g_2: geht durch (0|0|4), parallel zur x_2-Achse ➔ g_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

g_3: geht durch (3|0|0), parallel zur x_3-Achse ➔ g_3: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

g_4: geht durch (0|0|1), parallel zur x_1-Achse ➔ g_4: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

274/62

a) g: S_{23} existiert nicht; $S_{13}(2|0|6\tfrac{1}{3})$; $S_{12}(2|–9{,}5|0)$ h: $S_{23}(0|9|1)$; $S_{13}(–3|0|–5)$; $S_{12}(–0{,}5|7{,}5|0)$

b) AB: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ➔ $S_{13}(2|0|3)$

e) Ebenen im Koordinatensystem

148/4

E_1: ist x_2-x_3-Ebene

E_2: geht durch (0|7|0); parallel zur x_1-x_3-Ebene ➔ E_2: $x_2 = 7$

E_3: geht durch (0|0|3); parallel zur x_1-x_2-Ebene ➔ E_3: $x_3 = 3$

149/5

a) x_1 ist beliebig, $x_2 = x_3 = 0$ b) x_1 ist beliebig, $x_2 = 1$; $x_3 = 2$ c) x_3 ist beliebig; $x_1 = 2$; $x_2 = 3$

d) $x_1 = 0$; x_2, x_3 sind beliebig e) x_1, x_2 sind beliebig; $x_3 = 3$ f) x_1, x_3 sind beliebig, $x_2 = –2$

149/6

a) $x_1 = x_3 = 0$; x_2 ist beliebig b) x_1, x_2 sind beliebig; $x_3 = 0$ c) x_1 und x_2 sind fest; x_3 ist beliebig

d) x_1 ist fest; x_2 und x_3 sind beliebig e) $(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 < 4^2$

245/20 a) E ist die x_1-x_2-Ebene b) E || x_2-x_3-Ebene

245/21 a) $x_2 = 0$ b) $x_2 = 4$ c) x_1 = beliebige Zahl d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder direkt: $x_1 = 3$

258/41

a) $S_1(5|0|0)$; $S_2(0|–2{,}5|0)$; $S_3(0|0|10)$

b) s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$; s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$; s_{23}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 2{,}5 \\ 10 \end{pmatrix}$

258/43

a) $S_1 = S_2 = S_3 = O$ b) $S_1(1|0|0)$; S_2 existiert nicht; $S_3(0|0|–1)$ c) $S_1(6|0|0)$; $S_2(0|5|0)$; $S_3(0|0|3)$

283/72

s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix}$; s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$; s_{23}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

$S_1(3|0|0)$; $S_2(0|6|0)$; S_3 existiert nicht

283/73

a) E_1 = ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; s_{23}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}25 \\ 3 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

240/9 h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ ➔ $S_{12}(3|2|0)$

257/39

a) $\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{-3} + \frac{x_3}{2} = 1$ ➔ $2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 6 = 0$ b) $\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{2} = 1$ ➔ $3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 6 = 0$

257/40

a) $S_1(4|0|0)$; $S_2(0|-2|0)$; $S_3(0|0|3)$

b) s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$; s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$; s_{23}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

257/42

a) $x_1 + x_2 + 2x_3 - 5 = 0$ b) $S_1(5|0|0)$; $S_2(0|5|0)$; $S_3(0|0|2{,}5)$

c) s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$; s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$; s_{23}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$

257/43

d) $S_1(15|0|0)$; $S_2(0|-10|0)$; $S_3(0|0|6)$ e) kein S_1; $S_2(0|1{,}5|0)$; $S_3(0|0|)$ f) $S_1(-14|0|0)$; $S_2(0|10|0)$; kein S_3

275/63 a) $\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{2} = 1$ ➔ $x_1 + 2x_2 - 4 = 0$ b) $\frac{x_1}{3} + \frac{x_3}{2} = 1$ ➔ $2x_1 + 2x_3 - 6 = 0$

275/64 a) $\frac{x_1}{1} + \frac{x_3}{-2} = 1$ ➔ $2x_1 - x_3 - 2 = 0$ b) $\frac{x_1}{-3} + \frac{x_2}{2} = 1$ ➔ $2x_1 - 3x_2 + 6 = 0$

Lösungen zu den komplexen Aufgaben (Buch: 10.6)

288/79

a) $\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ hat keine Lösung

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ nicht parallel ➔ A, B, C liegen nicht auf einer Geraden ➔ legen eindeutig eine Ebene fest

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}$; E: $x_1 - x_3 - 2 = 0$; E: $\frac{x_1}{2} + \frac{x_3}{-2} = 1$ ➔ E ∥ x_2-Achse

c) $S_1(2|0|0)$; $S_3(0|0|-2)$ ➔ s_{13}: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}$

d) g und E schneiden sich; falls s_{13} = h (?): g und h sind windschief

288/80

a) Parallele zu x_1-Achse durch Q: $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\0\\8\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$; k = –1; S(8|0|8) ($\lambda = -3$; $\mu = 2$)

b) $4x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 8 = 0$ c) S(–1|3|2) für $k \neq -1$ d) $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix}0\\5\\2\end{pmatrix}$ e) t = 4; S(–4|4|0)

289/81

a) A(40|40|0), B(–40|40|0), S(0|0|60) ➔ ... ABS: $3x_2 + 2x_3 - 120 = 0$

b) Sonnenstrahl durch S: $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\60\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}2\\4\\-3\end{pmatrix}$; $\cap$ x_1-x_2-Ebene ➔ S'(40|80|0)

289/82

a) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix}$; in x_1-x_2-Ebene b) $S_{23}(0|1|0)$ c) ja; E: $3x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 9 = 0$

290/83 für k = –1: g liegt in E; ansonsten: g schneidet E

290/84

$\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} + \lambda \left[k \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$ mit $\mu = \lambda \cdot k$, also eine Ebenengleichung

E: $x_1 - x_2 - 2x_3 + 2 = 0$

290/85 k = 0

290/86

a) für die Ortsvektoren gilt: $\overrightarrow{OP_k} = \begin{pmatrix} 3k \\ 3+5k \\ 9{,}5+4k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 9{,}5 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, also eine Geradengleichung

b) kein Schnittpunkt (P_k in E einsetzen ➔ keine Lösung)

290/87 durch schneiden (einsetzen) ergibt sich: g liegt in allen Ebenen der Schar

291/88

a) g mit E_t schneiden (einsetzen); die sich ergebende Gleichung hat nur dann keine Lösung, wenn t = –1

b) nein (kein Schnittpunkt!)

291/89 a) nein b) nein c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sind für kein k komplanar

291/90 = 288/80bc!!!

291/91 a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) parallel für t = 2, sonst Schnitt c) t = 1, y = 9, z = 7

292/93

a) ABC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$; $D \in ABC$ mit $\lambda = -2$, $\mu = 1$ ➔ $D \notin AB$

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ parallel, aber nicht gleich lang ➔ Trapez

c) Diagonalen eines Trapezes schneiden sich

AC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \nu\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$; BD: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ➔ $S(3\tfrac{1}{3}|3\tfrac{2}{3}|\tfrac{2}{3})$ ($\nu = \rho = \tfrac{1}{3}$)

292/94

a) $S_1(6|0|0)$; $S_2(0|8|0)$; $S_3(0|0|12)$ c) s_{12}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) Kügelchen fällt entlang Gerade: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\cap E^*$ ➔ R(2|2|5) = P

292/95

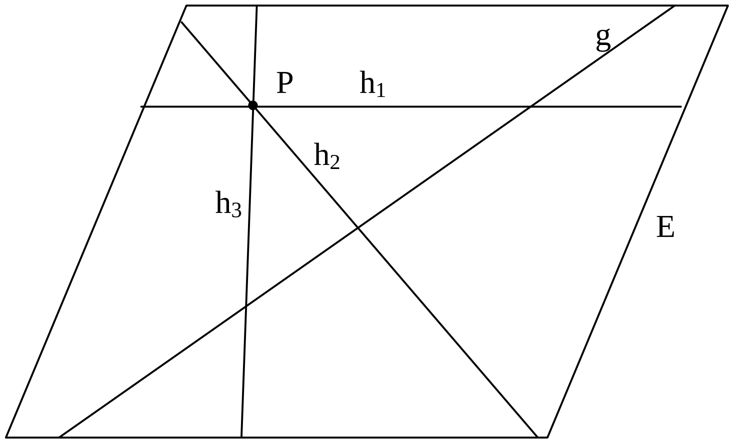
a) für alle $r \neq 2$, da $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC_r} = \begin{pmatrix} 2-r \\ -2+r \\ -2+r \end{pmatrix}$ nur für r = 2 Vielfache voneinander sind b,c) ??? ***genau für r = 2 gibt es keine Ebene!***

293/96

a) P liegt nicht auf g ➔ zwei nicht parallele Richtungsvektoren b) E: $x_1 + x_2 - 3x_3 + 8 = 0$

d) Aufpunkt: P; Richtungsvektor: von P zu bel. Punkt von g ➔ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2k-2 \\ k+5 \\ k+1 \end{pmatrix}$ e) nein

c)



293/97 a) $x_2 - 2x_3 - 1 = 0$ b) r = 2