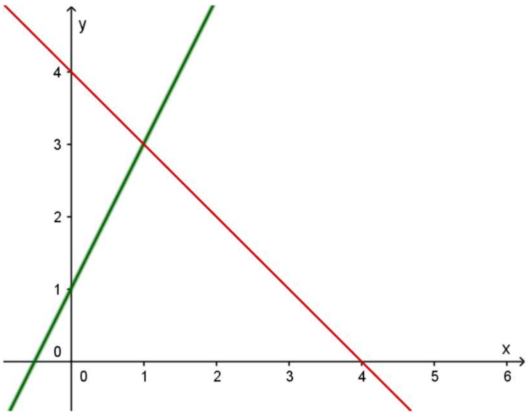
Cornelsen 11. Klasse, 272/1 G: Gleichsetzungsverfahren; E: Einsetzungsverfahren; A: Additionsverfahren

a) $L = \{(0{,}2;\ 0{,}4)\}$; A
b) $L = \{(0{,}5;\ -2)\}$; E
c) $L = \{(2;\ 5)\}$; E / G
d) $L = \{(0; 2)\}$; E / G
e) $L = \{(2;\ 4)\}$; A
f) $L = \{(0{,}5;\ 0{,}25)\}$; A
g) $L = \{(5;\ 3)\}$; A
h) $L = \{(1;\ -1)\}$; A
i) $L = \{(-2;\ -5)\}$; A
j) $L = \{(0{,}8;\ 1{,}2)\}$; A
k) $L = \{(8;\ 6)\}$; A
l) $L = \{(-1;\ 3)\}$; A
m) $L = \{(3;\ -2)\}$; A

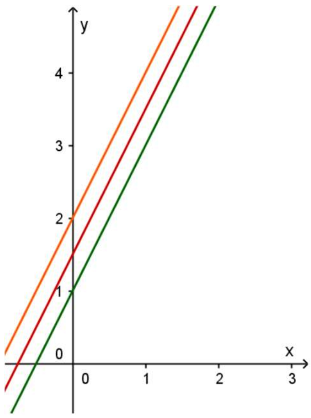
114/11

a) y = 2x + 1;   y = –x + 4



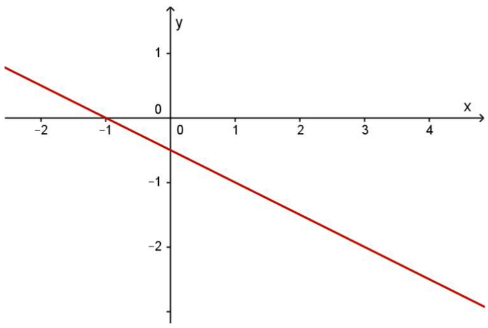
$L = \{(1; 3)\}$ (Geraden schneiden sich in einem Punkt)

b) y = 2x + 1;   y = 2x + 1,5;   y = 2x + 2



$L = \{\,\}$ (Geraden echt parallel)

c) y = –0,5x – 0,5;   y = –0,5x – 0,5



$L = \{(\lambda; -0{,}5\lambda - 0{,}5) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ (Geraden sind identisch, liegen aufeinander)

114/12   a) grün   b) rot

I.1 Stufenform und Gauß-Verfahren

106/3

a) a = 500;   b = 400;   c = 800
b) x = 1;   y = 0;   z = 0
c) $x_1 = -1$; $x_2 = -2$; $x_3 = -2$

106/4   a) $L = \{(-1;\ 5)\}$ b) $L = \{(4;\ -3; 1)\}$

106/5

a) a = 505/3;   b = −71/3;   c = −56/3
b) q = 1;   r = −1;   s = 2;   t = 3
c) $x_1 = 5$; $x_2 = 4$; $x_3 = 3$; $x_4 = 2$; $x_5 = 1$
d_1) a = −5;   b = 4;   c = 1
d_2) a = −6;   b = 5;   c = 3
d_3) a = −3;   b = 2;   c = −3
d_4) a = −2;   b = 1;   c = −5

110/1   Gauß-Verfahren führt auf falsche Aussage (links Nullen, rechts nicht)

110/2   Gauß-Verfahren führt auf wahre Aussage (Nullzeile); es bleiben nur zwei Gleichungen für drei Variablen übrig, und es gibt nirgends eine falsche Aussage

110/5   *jeweils z. B.!*

a) $x + y + z = -1$; $2x + 2x + z = -2$; $x - y + z = -3$
b) $x + y + z = 8$; $2x + y - z = 8$; $-x - y + z = -6$
c) $x + y + z = 7$; $x - y + z = 7$; $2x - 3y + 5z = 35$

110/6   *jeweils z. B.!*

a) $x + y + z = 0$; $2x + 3x + 4z = 0$; $x + 4y + 5z = 0$
b) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 1$
c) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 0$

113/1

a) $L = \{(-15;\ -9; 5)\}$
b) $L = \{(-39;\ -21; 17)\}$
c) $L = \{(0; -1{,}5 + 0{,}5\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $\{(0; \lambda; 3 + 2\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
d) $L = \{(7;\ -4; 1)\}$
e) $L = \left\{\left(-\frac{23}{11};\ -\frac{10}{11}; -\frac{28}{11}\right)\right\}$
f) $L = \{\,\}$
g) $L = \{(-1;\ 2; -4)\}$
h) $L = \{(0{,}8 - 0{,}4\lambda;\ -3{,}8 - 1{,}1\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $\left\{\left(\frac{24}{11} + \frac{4}{11}\lambda; \lambda; -\frac{38}{11} - \frac{10}{11}\lambda\right) \mid \lambda \in \mathbb{R}\right\}$
   oder $\{(\lambda; -6 + 2{,}75\lambda; 2 - 2{,}5\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
i) $L = \{(2;\ 2; 2)\}$

<u>I.2 Matrizen</u>

<u>105/1</u>

a) $L = \{(2;\ -3; 5)\}$ d) $L = \{(0;\ 3)\}$

b) $L = \{(-11;\ 5;\ -3)\}$ e) $L = \{(0;\ 0{,}5; 0)\}$

c) $L = \{(-7;\ 7;\ 7)\}$ f) $L = \{(1;\ -2;\ -1; 4)\}$

<u>105/2</u>

a) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(1{,}5;\ 0)\}$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2;\ 2; -2)\}$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2;\ 1; -0{,}5)\}$

d) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 10 \\ 0 & -1 & 2 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(18;\ -2)\}$

e) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 15 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2{,}5;\ 0{,}6; -1)\}$

f) Ist im Prinzip schon in Dreiecksform, man könnte höchstens noch Zeilen bzw. Spalten vertauschen. $L = \{(-5;\ 3; -2)\}$

<u>110/3</u> $L = \{(0; 0; 0)\}$, also offensichtlich eindeutig lösbar

<u>110/7</u>

a) Die 2. Zeile ist gleich dem 3. Zeile mal –2, aus diesen beiden ergibt sich also eine Nullzeile; es bleiben also letztlich nur zwei Gleichungen für drei Variablen. Außerdem ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.

b) Es sind nur drei Gleichungen für vier Variablen, und es ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.

<u>110/8</u>

a) unendlich viele Lösungen: $L = \{(2 + \lambda;\ 4 - 2\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

b) unendlich viele Lösungen: $L = \{(5 - 9\lambda + 2\mu;\ \lambda; \mu) \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$

c) unendlich viele Lösungen: $L = \{(-0{,}4 - 3{,}2\lambda;\ \lambda;\ -0{,}6 - 0{,}8\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

d) keine Lösung

<u>I.3 Unter- und überbestimmte LGS</u>

<u>110/9</u>

a) unterbestimmt; $L = \{(2 - \lambda;\ \lambda - 1; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ oder $L = \{(1 - \lambda;\ \lambda; \lambda + 1) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
oder $L = \{(\lambda;\ 1 - \lambda; 2 - \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

b) unterbestimmt; $L = \{(\lambda;\ \lambda;\ \lambda;\ \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

c) überbestimmt; $L = \{\,\}$

d) überbestimmt; $L = \{(0;\ 0)\}$

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag): $(\lambda \in \mathbb{R})$

81/1 a) (6; 7) b) (2; –1) c) keine Lsg.

81/2 a) (–1 – λ; 1; λ) oder (λ; 1; –1 – λ) b) (31 – 2λ; λ; 20) oder (λ; 15,5 + λ/2; 20) d) keine Lösung

altes Buch 11.Klasse (Bildungsverlag EINS) 299f/5 $(\lambda \in \mathbb{R})$

e) $(\lambda;\ 1 - 2{,}4\lambda;\ 1 + 0{,}2\lambda)$ oder $(\frac{5}{12} - \frac{5}{12}\lambda;\ \lambda;\ \frac{13}{12} - \frac{1}{12}\lambda)$ oder $(-5 + 5\lambda;\ 13 - 12\lambda;\ \lambda)$

f) $(\lambda;\ \frac{5}{58} - \frac{12}{29}\lambda;\ \frac{1}{29} - \frac{1}{29}\lambda)$ oder $(\frac{5}{24} - \frac{29}{12}\lambda;\ \lambda;\ \frac{1}{24} - \frac{1}{12}\lambda)$ oder $(-1 + 29\lambda;\ 0{,}5 - 12\lambda;\ \lambda)$

I.4 Anwendungen

106/6 a) $a = -7/3$; $c = -19/6$ b) $a = -1$; $c = 4$

106/7 a) $f(x) = x^2 - 2x - 2$ b) $f(x) = \frac{11}{12} x^2 + \frac{1}{3} x + 3$

106/8 a) 10 Schweine, 4 Gänse b) falsch

106/9 Jonas ist 10 Jahre alt, seine Mutter 42.

106/10
V bzw. P bzw. L: Preis eines Veggie- bzw. eines Premium- bzw. eines Luxusburgers
==> $4V = P + 2L$ und $L = P + 2$
==> a) wahr b) falsch

106/11
Alle 22 Parabeln verlaufen sogar jeweils durch genau 3 der Punkte. Es ist sinnvoll, die Parabeln in 3 Gruppen aufzuteilen – den Grund sieht man, wenn man die Parabeln zeichnet. (Machen Sie mal!)

$f(x) = x^2 - 4x + 6$
$f(x) = x^2 - 4x + 5$
$f(x) = 2x^2 - 8x + 9$
$f(x) = -x^2 + 4x - 1$
$f(x) = -x^2 + 4x - 2$
$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 2$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 3$
$f(x) = x^2 - 3x + 3$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 4$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 5$
$f(x) = x^2 - 5x + 7$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 1{,}5x + 1$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 1{,}5x + 2$
$f(x) = -x^2 + 3x + 1$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x - 1$
$f(x) = -x^2 + 5x - 3$

$f(x) = 1{,}5x^2 - 5{,}5x + 6$
$f(x) = 1{,}5x^2 - 6{,}5x + 8$
$f(x) = -1{,}5x^2 + 5{,}5x - 2$
$f(x) = -1{,}5x^2 + 6{,}5x - 4$

110/4 2 Filzplatten und 2 Perlen

110/10
w, a, f: jeweils Anzahl Flaschen an Wasser, Apfelschorle, Fanta
a) allgemeine Lösung: $w = 0{,}5\lambda$; $a = 100 - 1{,}5\lambda$; $f = \lambda \in \mathbb{R}$
Sinnvoll sind natürlich nur Lösungen, bei denen w, a, f alle natürliche Zahlen sind. Deshalb muss λ eine gerade Zahl größer oder gleich 0 sein und darf höchstens gleich 66 sein. Damit gibt es insgesamt 34 verschiedene Möglichkeiten für den Einkauf.
b) ? Aufgabenstellung unklar. Man könnte z. B. versuchen, dass von allen Sorten in etwa gleich viele Flaschen da sind. Das ist aber nicht machbar, weil die Anzahl der Wasserflaschen immer halb so groß ist wie die Anzahl der Fantaflaschen. Also könnte man vielleicht versuchen, dass gleich viel Fanta wie Apfelschorle da ist. Das erreicht man mit $\lambda = 40$, also $w = 20$, $a = 40$, $f = 40$.

113/3 0,79 €; 13,34 €; 0,90 €

113/4 ***gefragt ist hier selbstverständlich die kleinste natürliche Lösung!***
$x_1 = 3$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1$; $x_4 = 3$

113/5 ***siehe 113/4***
$x_1 = 4$; $x_2 = 11$; $x_3 = 2$; $x_4 = 8$

113/6
a) gerundet auf eine Nachkommastelle: 252,6 g Rind, 282,5 g Nudeln, 442,7 g Zuckermais
b) ? Ich bin Physiker, kein Ökotrophologe.

114/7
a) Messen wir von allen Säften jeweils Portionen von 100 ml ab und nennen die Anzahlen der Portionen O(range), K(irsch), B(anane). Pro Portion Kirschsaft haben wir 19 mg Vitamin C, insgesamt also $19 \cdot K$ mg; vom Bananensaft haben wir entsprechend $8 \cdot B$ mg Vitamin C. Insgesamt brauchen die kleinen Kinder 60 mg Vitamin C, also muss gelten:

$$19K + 8B = 60$$

Außerdem soll der Saft insgesamt 200 ml haben, also 2 Portionen enthalten; es muss also gelten:

$$K + B = 2$$

b) $K + B = 4$ und $19K + 8B = 60$
$\Longrightarrow K = 28/11$; $B = 16/11$
c) Beim LGS in (a) erhält man eine Lösung mit $B < 0$, es ist also nicht möglich, so einen Saft zu mischen. Der Saft in (b) ist dagegen prinzipiell möglich, es ist aber natürlich praktisch unmöglich, die Elftel genau abzumessen.
d) $O + K + B = 4$ und $30O + 19K + 8B = 100$
Es gibt unendlich viele Lösungen: $O = 24/11 + \lambda$; $K = 20/11 - 2\lambda$; $B = \lambda \in \mathbb{R}$
Damit alle Zahlen positiv sind, muss zusätzlich gelten: $0 < \lambda < \frac{10}{11}$

114/8 213

114/9 2; 1; 2

114/10 130; 125; 248

I.5 LGS mit Parameter

112/1

a) $L = \{(-16; -5; 7)\}$

b) s = –2: $L = \{\ \}$; $s \neq -2$: $L = \left\{\left(\frac{-30s-}{s+2}; \frac{-12s+}{s+2}; \frac{28}{s+2}\right)\right\}$

112/2

a) a = 0 oder a = –2 oder a = –3: keine Lösung
a = 2: unendlich viele Lösungen
sonst: genau eine Lösung

b) a = 2: keine Lösung; $a \neq 2$: genau eine Lösung

c) a = –2: keine Lösung; $a \neq -2$: genau eine Lösung

d) a = 0 oder a = –1 oder a = 4: genau eine Lösung
sonst: keine Lösung
(Tipp: zuerst III betrachten, dann I!)

112/3

$L = \{(2 - r; 1; 10)\}$
z. B.: r = 0: $L = \{(2; 1; 10)\}$; r = 2: $L = \{(0; 1; 10)\}$

112/4 a) c = 0 b) c = 10 oder c = –1

112/5 a = –2; b = 1; c = 1

113/2

a) a = 0: unendlich viele; $a \neq 0$: genau eine
b) a = 0: unendlich viele; a = 2: keine; sonst: genau eine

114/12 c) alles richtig

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):

84/2 a) a = 1 oder a = 1,5 b) a = –2

85/3 a) a = 0 b) a = 82

85/4 a) a = $\pm\sqrt{2}$ b) a = –6 oder a = 1,5

85/5 a) z.B.: (a – 3 – (4+3a)λ; 1 + (1+a)λ; λ) b) z.B.: (6a – 11 – 0,5aλ; 4 – 2a; λ) ($\lambda \in \mathbb{R}$)