Lösungen I.1

183/2
a) $S_1(3|0)$; $S_2(0|3)$ b) $S_1(12|0)$; $S_2(0|6)$ c) $S_1(6|0)$; $S_2(0|-4)$ d) $S_1(2|0)$; $S_2(0|-4)$
e) $S_1(-2|0)$; $S_2(0|-4)$ f) $S_1(-\frac{5}{7}|0)$; $S_2(0|\frac{5}{3})$

185/3
a) $x_2 = -1 \cdot x_1 + 3$; $x_2 = 3x_1 - 1$; $S(1|2)$
b) $x_2 = 1{,}5 \cdot x_1 - 2$; $x_2 = -4x_1 + 9$; $S(2|1)$
c) $x_2 = \frac{1}{3} \cdot x_1 + \frac{4}{3}$; $x_2 = 2x_1 + 3$; $S(-1|1)$

185/4
a) $x_2 = 0{,}5x_1 - 1{,}5$; $x_2 = -2x_1 + 1$; $S(1|-1)$; $x_1 - 2x_2 = 3$; $2x_1 + x_2 = 1$
b) $x_2 = 1{,}5x_1 - 2$; $x_2 = -0{,}25x_1 + 1{,}5$; $S(2|1)$; $3x_1 - 2x_2 = 4$; $x_1 + 4x_2 = 6$

185/5
a) $S_1(2|0)$; $S_2(0|-2)$ bzw. $S_1(4|0)$; $S_2(0|4)$; $S(3|1)$; $x_2 = x_1 - 2$; $x_2 = -x_1 + 4$
b) $S_1(5|0)$; $S_2(0|5)$ bzw. $S_1(0{,}5|0)$; $S_2(0|-1)$; $S(2|3)$; $x_2 = -x_1 + 5$; $x_2 = 2x_1 - 1$
c) $S_1(3|0)$; $S_2(0|2)$ bzw. $S_1(3|0)$; $S_2(0|-4{,}5)$; $S(3|0)$; $x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 2$; $x_2 = 1{,}5x_1 - 4{,}5$

186/6   a) (–3; –5)   b) (3; 1)   c) (4; –1)

186/7   a) (1; 3)   b) (4; –3)   c) (–3; –13)   d) (–0,6; 2)   e) (–1; 1,25)   f) (–3; 5)

186/8   a) (8; 9)   b) (–1,25; –4,5)   c) (4; 0,5)

Lösungen I.2

190/12   a) ja   b) nein   c) nein

191/13   a) (–1; –1; 3)   b) (2; –7; 4)   c) $(-\frac{10}{3}; 3; 2)$

191/14
a) (3; 2; –1)   b) (3; 9; 4)   c) (2; 3; 4)   d) (–1; 2; 4)   e) (3; 2; 1)   f) (0; 0; 0)   g) (2; –1; 1)
h) (2; –3; 2)   i) (3; –6; –2)

191/15?
a) $\mathbb{L} = \{(1; 2; 3)\}$ b) $\mathbb{L} = \{(0{,}5; -3{,}5; 0)\}$ c) $\mathbb{L} = \{(0; 0; 0)\}$ d) $\mathbb{L} = \{(1; -1{,}5; 1{,}5)\}$
e) $\mathbb{L} = \{(1; 2; -2)\}$ f) $\mathbb{L} = \{(2; 5; 3)\}$

Lösungen I.3

a) quadratische LGS

187/9   a) führt auf falsche Aussage (➔ keine Lösung)   b) $x_2 = x_1 + 1$; $x_2 = x_1 + 3$; parallel

187/10
a) führt auf eine wahre Aussage und eine lineare Gleichung mit 2 Variablen (➔ unendlich viele Lösungen)
b) $x_2 = -x_1 + 1$; $x_2 = -x_2 + 1$; identisch
187/11
a) unendlich viele Lösungen $(-2 + 1{,}5\lambda; \lambda)$ b) keine Lösung   c) unendlich viele Lösungen $(-1{,}5\lambda; \lambda)$

192/16 *wenn es keine Lösung gibt, ist jeweils eine mögliche Stufenform angegeben*
a) $x_1 + x_2 - 2x_3 = 4$; $-6x_2 + 6x_3 = -13$; $0 = -9$
b) (1; 0; 0)
c) $3x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 15$; $15x_2 - 15x_3 = 129$; $0 = 1485$

194/17 *im Folgenden jeweils nur eine Möglichkeit, die Lösungen anzugeben;* $\lambda,\mu \in \mathbb{R}$
a) $(2\lambda; -\lambda; \lambda)$ b) $(-\lambda; 1-\lambda; \lambda)$ c) $(\frac{4}{3}+\lambda; -\frac{1}{3}+\lambda; \lambda)$ d) $(1+\lambda; 2\lambda; \lambda)$ e) $(\lambda; \mu; 1+\lambda+\mu)$

197/19?
a) $(-\lambda; \lambda; \lambda)$ b) (0; 0; 0) c) $(4\lambda; 4\lambda; \lambda)$ d) $(-5\lambda; 4\lambda; 11\lambda)$ e) $(2\lambda; -7\lambda; 5\lambda)$ f) $(2\lambda; 0; \lambda)$

197/20??? a) $k \neq 4$ b) $k \neq -2$ und $\neq 3$ c) $k \neq -1$

b) unterbestimmte LGS

183/1 a) $x_2 = -1 \cdot x_1 + 3$ b) $x_2 = -0{,}5 \cdot x_1 + 6$ c) $x_2 = \frac{2}{3} \cdot x_1 - 4$

Blatt: *im Folgenden jeweils nur eine Möglichkeit, die Lösungen anzugeben;* $\lambda \in \mathbb{R}$
a) $(-1-\lambda; 1; \lambda)$ b) $(31-2\lambda; \lambda; 20)$ c) keine Lösung d) $(\lambda; 1-2{,}4\lambda; 1+0{,}2\lambda)$ e) $(-1+29\lambda; 0{,}5-12\lambda; \lambda)$

c) überbestimmte LGS

195/18
a) keine Lösung b) (2; –1) c) keine Lösung d) (–1; –1) e) keine Lösung f) $(3{,}5 + 1{,}5\lambda; \lambda)$

Lösungen I.4

a) *s.o.*

b) Begriffe

172/1 a) (3x4)-Matrix; 0; 3 b) quadratische Matrix; –3; –1

172/2 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

172/3 a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

172/4

	A	B	C
Schreinerei	6	2	0
Schlosserei	4	3	3
Kunststoffwerkstatt	0	1	3

$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

c) Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor

176/7 $\begin{pmatrix} 25 \\ 27 \\ 49 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 \\ 23 \\ 40 \end{pmatrix}$ 177/8 $\begin{pmatrix} 9 \\ 22 \\ -1 \end{pmatrix}$ 177/9 a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x_3 \\ -x_1 + x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$

177/10

a) $\begin{pmatrix} 600 & 175 & 375 \\ 490 & 210 & 420 \\ 505 & 185 & 390 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17325 \\ 17430 \\ 16635 \end{pmatrix}$ ➔ Firma C ist am günstigsten

b) z. B. 0 Tische, 1 Stuhl, 0 Aktenschränke

177/11?

$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 5 & 10 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 \\ 800 \\ 2400 \end{pmatrix}$, also 1000 h bei Standort X, 800 bei Y, 2400 bei Z

180/15

a)

		Abfluss		
		N	M	H
Zufluss	N	0,8	0,1	0,1
	M	0,2	0,8	0,2
	H	0	0,1	0,7

$\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}7 \end{pmatrix}$

b)

zu Beginn: 35%, 50%, 15%

$\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}345 \\ 0{,}5 \\ 0{,}155 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}345 \\ 0{,}5 \\ 0{,}155 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}3415 \\ 0{,}5 \\ 0{,}1585 \end{pmatrix}$

➔ nach einem Jahr: 34,5%, 50%, 15,5%; nach zwei Jahren: 34,15%, 50%, 15,85%

198/21 $x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$; $3x_1 + 2x_3 = 1$; $-2x_1 + 5x_2 = 1$; $(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0)$

198/22 (9; 0; –1) 198/23 $(2\lambda; 0; \lambda)$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$

Lösungen I.5

199/24 (8000; 10000; 5000)

199/25

a) Stückzahlen: a, b, c, d ➔ 2a + 6b + 2d = 54; 6a + 8b + 5c + d = 72; b + 2c + 3d = 49

b) unterbestimmt c) $(-24+2\lambda; 17-\lambda; 16-\lambda; \lambda)$

d) da a, b, c, d offensichtlich alle $\in \mathbb{N}$ sein müssen, bleiben nur die Lösungen
(0; 5; 4; 12), (2; 4; 3; 13), (4; 3; 2; 14), (6; 2; 1; 15), (8; 1; 0; 16)

200/26

a) Zahlen x, y ➔ y – x = 297; x + y = 767 ➔ x = 235; y = 532

b) Ziffern x, y, z ➔ x + y + z = 15; 2y = 3(x + z); 10y + z = 5(10x + y) ➔ 195

c) Ziffern x, y, z ➔ x + y + z = 11; z = y – 3; 100z + 10y + x = 100x + 10y + z – 198 ➔ 452

200/27

a) Alter Herr Ludwig: L; Alter Söhne: S_1, S_2 ➔ $L = S_1 + S_2 + 15$; $L - 7 = 6(S_1 - 7)$; $L - 7 = 10(S_2 - 7)$

➔ $L = 37$; $S_1 = 12$; $S_2 = 10$

b) Alter: P, M, V ➔ $P + M = 50$; $P + V = 55$; $M + V = 75$ ➔ $P = 15$; $M = 35$; $V = 40$

c) Alter: x, y, z ➔ $x + y + z = 45$; $z - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$; $z + 4 = \frac{3}{4}(y + 4)$ ➔ $x = 18$; $y = 16$; $z = 11$

200/28

Anzahl: Hahn: x, Henne: y, Küken: z ➔ $x + y + z = 100$; $5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100$

➔ Lösungen: $(4\lambda; 25 - 7\lambda; 75 + 3\lambda)$; davon sinnvoll: (0; 25; 75), (4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84)

200/29

x: Pence pro Shilling; y: Pence pro Crown; z: Pence pro Pfund

➔ $12 + 9x + 2y = z$; $24 + 13x + y = z$; $36 + 2x + 3y = z$ ➔ $x = 12$; $y = 60$; $z = 240$

also: 1 Pfund = 240 Pence; 1 Crown = 5 Shilling (1 Shilling = 12 Pence, 1 Pfund = 4 Crown)

Lösungen I.6

a) Rechnen mit Matrizen

173/5 $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 & -2 \\ -3 & -7 & 2 & 7 \\ 6 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & -3 \\ -4 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

174/6

a) $\begin{pmatrix} 9 & 6 & 0 \\ 0 & 6 & 9 \\ 3 & 15 & 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ -2 & -10 & 0 \\ -10 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ -2 & -4 & 9 \\ -7 & 15 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 5 & -9 & -2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -12 & -4 & -1 \\ -1 & -14 & -3 \\ -10 & -9 & -8 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 18 & 5 & 1 \\ 1 & 21 & 3 \\ 14 & 13 & 12 \end{pmatrix}$

b) Rechnen mit Vektoren

155/15 a) $\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ 155/16 a) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

158/21 a) $\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 \\ -9 \end{pmatrix}$ 158/22 a) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

158/23 a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix}$ b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

162/25

a) $\begin{pmatrix}-3\\4\\0\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}6\\-8\\0\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-6\\8\\0\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}-9\\12\\0\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}8\\-4\\4\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}-1\\0{,}5\\-0{,}5\end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ i) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

j) $\begin{pmatrix}-15\\20\\0\end{pmatrix}$ k) $\begin{pmatrix}6\\-3\\3\end{pmatrix}$ l) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

162/26

a) $\begin{pmatrix}0\\-3\\-3\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-2\\-1\\0\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}4\\0\\-2\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}-10\\-2\\3\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}8\\3\\-1\end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix}6\\1\\-2\end{pmatrix}$ i) $\begin{pmatrix}-16\\-6\\2\end{pmatrix}$

162/27 a) $\lambda = 2$; $u = -1$; $v = -6$ b) nein, da $\lambda \cdot 0 = 4$ keine Lösung hat

163/28

a) $= 3(\vec{a}+\vec{b}) = \begin{pmatrix}0\\-9\\0\end{pmatrix}$ b) $= 3(\vec{a}-\vec{b}) = \begin{pmatrix}12\\-15\\6\end{pmatrix}$ c) $= 3\vec{b} = \begin{pmatrix}-6\\3\\-3\end{pmatrix}$ d) $= -\vec{b} = \begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$

e) $= \vec{a}-\vec{b} = \begin{pmatrix}4\\-5\\2\end{pmatrix}$ f) $= 2(\vec{a}-\vec{b}) = \begin{pmatrix}8\\-10\\4\end{pmatrix}$ g) $= -3\vec{a}+2\vec{b} = \begin{pmatrix}-10\\14\\-5\end{pmatrix}$ h) $= \vec{a} = \begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$

i) $= 4\vec{a} = \begin{pmatrix}8\\-16\\4\end{pmatrix}$ j) $= \vec{0} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ k) $= -3\vec{b} = \begin{pmatrix}6\\-3\\3\end{pmatrix}$ l) $= \vec{a}-2\vec{b} = \begin{pmatrix}6\\-6\\3\end{pmatrix}$

164/29

a) α) $\begin{pmatrix}5\\10\\1\end{pmatrix}$ β) $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ γ) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ δ) $\begin{pmatrix}-1\frac{1}{6}\\-8\frac{1}{3}\\-2\frac{5}{6}\end{pmatrix}$

b) α) $\vec{x} = \dfrac{\vec{b}-\vec{a}}{2} = \begin{pmatrix}-1{,}5\\0\\1\end{pmatrix}$ β) $\vec{x} = \dfrac{-\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}+\vec{d}}{5} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ *(vgl. aα)*

c) α) $\lambda\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix}$ ➔ $\lambda = 2$ *(vgl. aα und bβ)* *β)* $\lambda\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\9\\-1\end{pmatrix}$ ➔ keine Lösung

164/31 a) $3\vec{a}-\vec{b}$ b) $-4\vec{a}$ c) $-4\vec{a}+2\vec{b}$ d) $2\vec{a}$ e) $\vec{0}$ f) $-\frac{1}{2}\vec{a}$

165/32

a) $-12\vec{a}$ b) $9\vec{a}$ c) $3\vec{a}-2\vec{b}$ d) $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ e) $2\lambda\vec{a}$ f) $(1-\lambda)\vec{a}-\vec{b}$ g) $4\lambda\vec{a}+2\lambda^2\vec{b}$ h) $\dfrac{-2\lambda\vec{a}}{1-\lambda^2}$

165/33 a) $\vec{x} = 2\vec{b}$ b) $\vec{x} = \vec{b}-\vec{a}$ c) $\vec{x} = \sqrt{2}\vec{a}$ d) $\vec{x} = -1{,}5\vec{a}$ e) $\vec{x} = \vec{a}-\vec{b}$ f) $\vec{x} = \vec{b}$

165/34
a) Vektor und Skalar können nicht subtrahiert werden
b) Vektor plus Vektor = Vektor
d) Ergebnis müsste Null***vektor*** sein
e) man kann nicht durch einen Vektor teilen
f) siehe e), außerdem kann man Vektoren (so) nicht multiplizieren
(c, g, h sind richtig)

166/35

a) $\vec{x} = \dfrac{\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} + \nu\vec{c}}{\lambda + \mu + \nu}$ für $\lambda + \mu + \nu \neq 0$ b) $\vec{x} = \dfrac{3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}}{3\lambda - 2\mu + 4\nu}$ für $3\lambda - 2\mu + 4\nu \neq 0$

c) $\vec{x} = -\vec{c} - \dfrac{\vec{b}}{\nu} - \dfrac{\vec{a}}{\mu\nu}$ für $\lambda \neq 0$ und $\mu \neq 0$ und $\nu \neq 0$ d) $\vec{x} = \dfrac{\lambda^2\vec{a} - \mu^2\vec{b} + 2\lambda\mu\vec{c}}{(\lambda + \mu)^2}$ für $\lambda + \mu \neq 0$

c) Distributivgesetze

178/12

a) $= \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$ oder $= \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) $= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ oder $= \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

178/13 $= \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ bzw. $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

179/14 $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -4 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

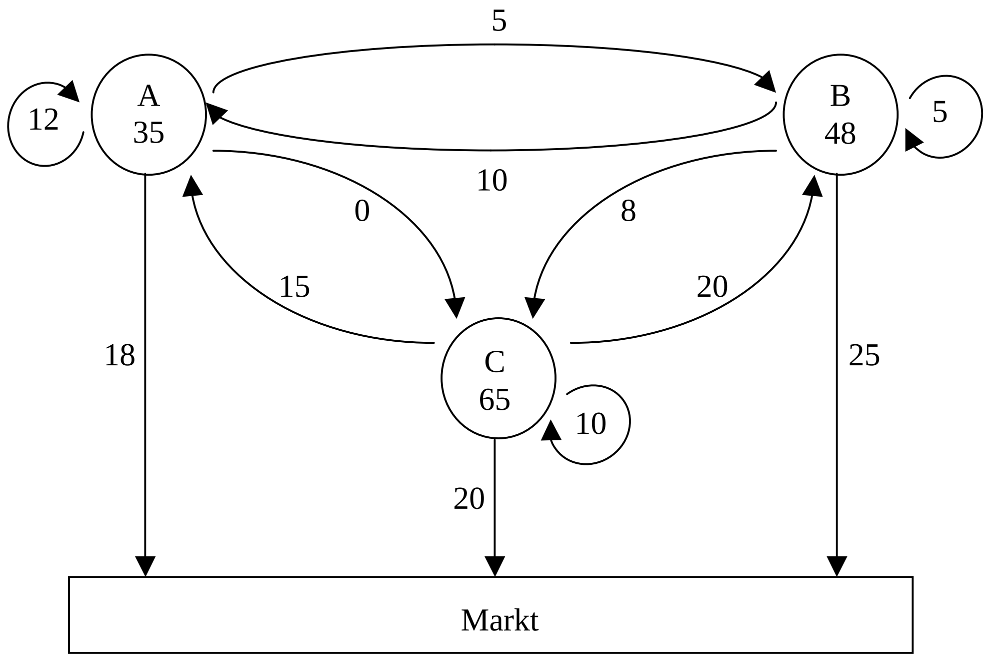
Lösungen I.7

226/1
a) S_1: 114; S_2: 128; S_3: 98
b)

		Output				
		S_1	S_2	S_3	Markt	Gesamt
Input	S_1	9	13	12	80	114
	S_2	15	8	15	90	128
	S_3	22	16	10	50	98

226/2
a) a = 5; b = 25; c = 65

b)



228/3 a) $\begin{pmatrix} 125 \\ 35 \\ 90 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}075 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}225 & 0 & 0{,}1 \end{pmatrix}$

228/4
a gibt an, wie viele Einheiten von Sektor 3 benötigt werden, um eine Einheit von Sektor 1 zu produzieren; b gibt an, wie viele Einheiten von Sektor 1 insgesamt produziert werden; c gibt an, wie viele Einheiten von Sektor 3 an den Markt geliefert werden

229/5 $\begin{pmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 & 0 \\ -0{,}25 & 0{,}9 & -0{,}15 \\ -0{,}2 & -0{,}15 & 0{,}75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 44{,}5 \\ 53 \end{pmatrix}$

231/6
a)

					Output	
		U	V	W	Markt	Gesamt
Input	U	15	8	2	5	30
	V	3	10	2	5	20
	W	6	12	8	14	40

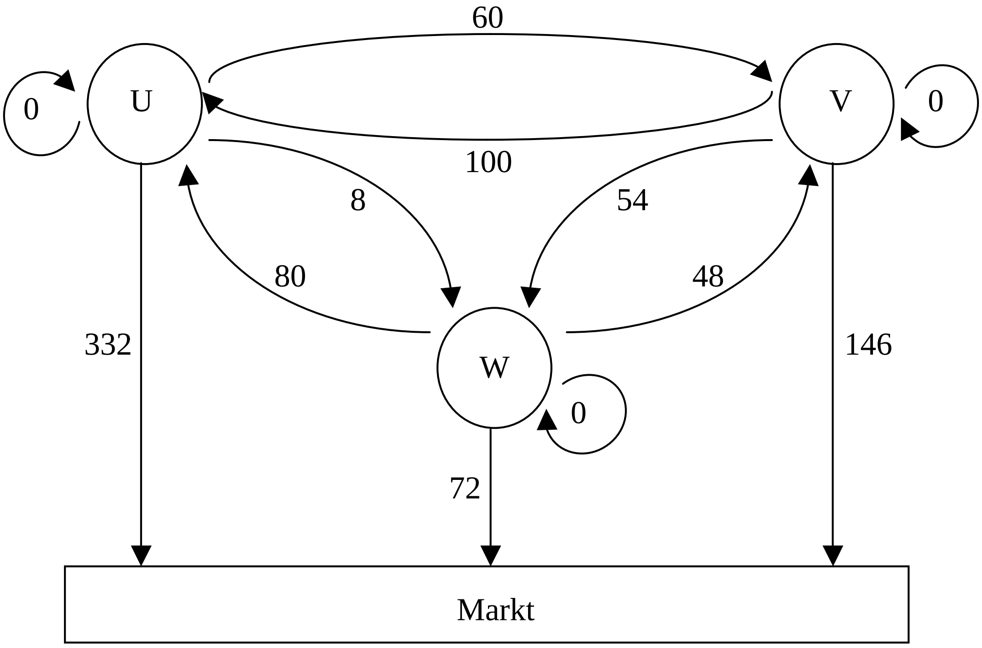
b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 40 \end{pmatrix}$; $A = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 2 \\ 3 & 10 & 2 \\ 6 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0{,}5 & -0{,}4 & -0{,}05 \\ -0{,}1 & 0{,}5 & -0{,}05 \\ -0{,}2 & -0{,}6 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \\ 15 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 30 \end{pmatrix}$

231/7
a) auf der Diagonalen nur Nullen, d. h. kein Werk liefert an sich selbst / produziert für Eigenbedarf

b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 400 \\ 250 \\ 150 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -0{,}2 & -0{,}1 \\ -0{,}2 & 1 & -0{,}3 \\ -0{,}1 & -0{,}1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 70 \\ 82 \\ 152 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 120 \\ 160 \\ 180 \end{pmatrix}$

232/8
a)

		Output				
		U	V	W	Markt	Gesamt
Input	U	0	60	8	332	400
	V	100	0	54	146	300
	W	80	48	0	72	200



b) $T = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}2 & 0{,}04 \\ 0{,}25 & 0 & 0{,}27 \\ 0{,}2 & 0{,}16 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -0{,}2 & -0{,}04 \\ -0{,}25 & 1 & -0{,}27 \\ -0{,}2 & -0{,}16 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 228 \\ 144 \\ 192 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \\ 300 \end{pmatrix}$

232/9
a)

		Output				
		U	V	W	Markt	Gesamt
Input	U	50	60	30	60	200
	V	60	60	90	90	300
	W	40	30	10	20	100

($a_{22} = 60$; $a_{32} = 30$; $y_1 = 60$)

b) $T = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}9 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0{,}75 & -0{,}2 & -0{,}3 \\ -0{,}3 & 0{,}8 & -0{,}9 \\ -0{,}2 & -0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 31 \\ 29 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 80 \\ 100 \\ 30 \end{pmatrix}$

233/10
a)

		Output				
		A	B	C	Markt	Gesamt
Input	A	10	4	12	24	50
	B	5	12	12	11	40
	C	15	16	6	23	60

b) $\begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}1 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0{,}7 & -0{,}2 \\ -0{,}3 & -0{,}4 & 0{,}9 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 52 \\ 26 \\ 28 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix}$

233/11
a) nur der Sektor 3 liefert an den Markt (die anderen Sektoren nur untereinander)
b)
$$\begin{pmatrix} 0{,}7 & -0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}4 & 0{,}8 & -0{,}1 \\ 0 & -0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 0{,}5t \\ 0{,}5t \\ 2t \end{pmatrix}$$

234/12 a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ 225 \\ 150 \end{pmatrix}$ b) $T = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}7 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0{,}6 & -0{,}2 & -0{,}3 \\ -0{,}1 & 0{,}6 & -0{,}1 \\ 0 & -0{,}2 & 0{,}3 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 40 \\ 85 \\ 22 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 250 \\ 220 \\ 220 \end{pmatrix}$

234/13
a) jeweils Lieferungen der Betriebe A, B, C an sich selbst / Eigenverbrauch; r = 80; s = 20; t = 10
b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}6 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}2 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0{,}9 & -0{,}6 \\ -0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}9 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 530 \\ 210 \\ 600 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 600 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix}$,
d. h. die Produktion in A und B wird um 50% größer, die in C verdoppelt sich
d)
$\begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}2 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0{,}9 & -0{,}6 \\ -0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 280 - 0{,}1x_3 \\ 140 - 0{,}6x_3 \\ -80 + 0{,}9x_3 \end{pmatrix}$; da alle $y_i \geq 0$ sein müssen, folgt: $x_3 \leq 233\frac{1}{3}$ und damit $y_3 \leq 130$, die Nachfrage für Betriebt C kann also um maximal 30 Einheiten gesteigert werden

235/14
a)
$$\begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}3 & 0{,}5 & -0{,}4 \\ -0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}7 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 40 \end{pmatrix}$$
b)
$\begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}3 & 0{,}5 & -0{,}4 \\ -0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 56 - 0{,}1x_3 \\ 10 - 0{,}4x_3 \\ -26 + 0{,}7x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ ist nicht möglich (für $x_3 < 37$ wäre y_3 negativ, aber für $x_3 \geq 25$ wäre y_2 bereits negativ)

235/15
a) $\begin{pmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 & -0{,}3 \\ -0{,}2 & 0{,}3 & 0 \\ -0{,}2 & 0 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 70 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 & -0{,}3 \\ -0{,}2 & 0{,}3 & 0 \\ -t_{31} & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ x_2 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ 40 \\ 10 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $t_{31} = 0{,}3$; $x_2 = 200$; $y_1 = 15$

236/16

a) $\begin{pmatrix} 0,8 & -0,1 & 0 \\ -0,1 & 0,7 & -0,4 \\ -0,3 & 0 & 0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 320 \\ 360 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220 \\ 60 \\ 184 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0,8 & -0,1 & 0 \\ -0,1 & 0,7 & -0,4 \\ -0,3 & 0 & 0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 320-x \\ 360 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220-0,8x \\ 60+0,1x \\ 184+0,3x \end{pmatrix}$ ➔ $x \leq 275$ ➔ $\vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 87,5 \\ 266,5 \end{pmatrix}$

c) t_{11} gibt an, wie viele Einheiten Sektor 1 von seiner eigenen Produktion benötigt, um eine Einheit zu produzieren

$\begin{pmatrix} 1-t_{11} & -0,1 & 0 \\ -0,1 & 0,7 & -0,4 \\ -0,3 & 0 & 0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 320 \\ 360 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 60 \\ 184 \end{pmatrix}$ ➔ $t_{11} = 0,45$ ***(also wird t_{11} nicht reduziert, sondern erhöht!?!)***

236/17

a) $\begin{pmatrix} 0,8 & -0,1 & -0,2 \\ -0,1 & 0,7 & -0,6 \\ -0,3 & -0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100-t^2 \\ 110 \\ 25+t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 64-t^2 \\ 52-0,5t^2 \\ -34,5+t^2 \end{pmatrix}$

$t \in \{0, 1, \ldots, 9, 10\}$, damit $x_1 \geq 0$; außerdem aber auch $t \in \{0, 1, \ldots, 7, 8\}$, damit $y_1 \geq 0$, $t \in \{0, 1, \ldots, 9, 10\}$, damit $y_2 \geq 0$, und $t \in \{6, 7, \ldots\}$, damit $y_3 \geq 0$ ➔ insgesamt: $t \in \{6, 7, 8\}$

b) Summe der Abgaben: $81,5 - 0,5t^2$; maximal für t = 6; dann: $\vec{y} = \begin{pmatrix} 28 \\ 34 \\ 1,5 \end{pmatrix}$