

5III.1 Definitionsmenge und -lücken

23

87/2 a2, b1, c6, d7, e8, f5, g9, h3, i4

	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
A	$-\infty$	0^+
B	0^-	$+\infty$
C	$-\infty$	0^+
D	$+\infty$	0^+
E	0^+	0^+
F	0^-	0^+
G	0^+	$+\infty$
H	$+\infty$	0^+
I	$-\infty$	0^+

winklers 123/3:

- | | | |
|--|---|---------------------------------------|
| a) $D = \mathbb{R}^+$ | b) $D =]-2; \infty[$ | c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| d) $D =]-\infty; 2[\setminus \{0\}$ | e) $D =]-\infty; -2[\cup]0; \infty[$ | f) $D =]-4; \infty[\setminus \{0\}$ |
| g) $D =]-2; 2[$ | h) $D =]0; 4[$ | i) $D =]0; \infty[$ |
| k) $D =]-\infty; 1[\cup]4; \infty[$ | l) $D =]1; \infty[$ | m) $D =]0; \infty[\setminus \{1\}$ |

123/4

- a) $D =]0; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ (ln verliert) (\Rightarrow SHD); $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln x = \infty$
- b) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^2) = -\infty \Rightarrow$ s. As. $x = 0$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ln(x^2) = \infty$
- c) $D =]-\infty; 2[\setminus \{0\}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{2-x}{x^2} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \ln \frac{2-x}{x^2} = -\infty \Rightarrow$ s. As. $x = 2$; $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{2-x}{x^2} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 0$
- d) $D =]-\infty; -2[\cup]0; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ln \frac{x+2}{2x} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2 \Rightarrow$ w. As. $y = -\ln 2$;
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} \ln \frac{x+2}{2x} = -\infty \Rightarrow$ s. A. $x = -2$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln \frac{x+2}{2x} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 0$
- e) $D =]-4; \infty[\setminus \{0\}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{x^2}{4+x} = \infty$; $\lim_{x \rightarrow -4^+} \ln \frac{x^2}{4+x} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = -4$; $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{x^2}{4+x} = -\infty \Rightarrow$ s. As. $x = 0$
- f) $D =]1; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \ln(x-1) = 0$ (ln verliert) \Rightarrow w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} \ln(x-1) = -\infty \Rightarrow$ s. As. $x = 1$
- g) $D =]1; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \ln(x-1) = 0$ (ln verliert) \Rightarrow w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} \ln(x-1) = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 1$
- h) $D =]-\infty; 1[\cup]4; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ln \frac{4-x}{1-x} = 0 \Rightarrow$ w. As. $y = 0$;
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln \frac{4-x}{1-x} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 1$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} \ln \frac{4-x}{1-x} = -\infty \Rightarrow$ s. As. $x = 4$
- i) $D =]1; \infty[$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{3}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln \frac{3}{x-1} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 1$
- k) $D =]0; \infty[\setminus \{1\}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln x} = 0 \Rightarrow$ w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x} = 0$ (\Rightarrow SHD);
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\ln x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\ln x} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 1$

141/3

- a) $D = \mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x = \infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$ (e gewinnt) \Rightarrow w. As. $y = 0$
- b) $D = \mathbb{R}$; $\lim_{t \rightarrow \infty} (e^t - e^{-t}) = \infty$; $\lim_{t \rightarrow -\infty} (e^t - e^{-t}) = -\infty$
- d) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = 1 \Rightarrow$ w. As. $y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = -1 \Rightarrow$ w. As. $y = -1$;
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = \infty \Rightarrow$ s. As. $x = 0$ (Pol mit VZW)

e) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1 \rightarrow$ w. As. $y = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$ (keine SHD!); $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = \infty \rightarrow$ s. As. $x = 0$

Cornelsen T12:

103/1

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = -1$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As.: $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

103/2

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As.: $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$ (e gewinnt); $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$
- f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+ \rightarrow$ w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

113/1

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+ \rightarrow$ w. As. $y = 0$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As.: $y = 5$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2^+$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 2$
- e) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^-$ (e gewinnt) \rightarrow w. As. $y = 0$
- f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1^- \rightarrow$ w. As. $y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Cornelsen T13:

107/3

- c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^- \rightarrow$ w. As. $y = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty \rightarrow$ s. As. $x = 1$;
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ (e gewinnt)
- d) $D_f = \mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}^- \rightarrow$ w. As. $y = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+ \rightarrow$ w. As. $y = 0$

108/2

- d) $D_f = \mathbb{R}^+ \{e\}$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 \rightarrow$ SHD; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \rightarrow$ w. As. $y = 1$; $\lim_{x \rightarrow e^\pm} f(x) = \pm\infty \rightarrow$ s. As. $x = e$

108/4

- b) $D_f = \mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1^+ \rightarrow$ w. As. $y = -1$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1^- \rightarrow$ w. As. $y = 1$
- c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = e^\mp \rightarrow$ w. As. $y = e$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 0^+ \rightarrow$ s. As. $x = -2$

III.2 Gleichungen / Nullstellen

winklers 123/3:

- | | | |
|-----------------------------|---------------|--|
| a) $x_1 = 0,5$ | b) $x_1 = -1$ | c) $x_{1,2} = \pm 1$ |
| d) $x_1 = -2, x_2 = 1$ | e) $x_1 = 2$ | f) $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ |
| g) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$ | h) $x_1 = 2$ | i) $x_1 = 1$ |
| k) keine Nullstelle | l) $x_1 = 4$ | m) keine Nullstelle |

Cornelsen T13:

97/1

b) $D_f =]-\infty; -1[\cup]4; \infty[; \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \approx \begin{cases} -1,19 \\ 4,19 \end{cases}$

c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \quad x_{1,2} = \pm 1$

e) $D_f = \mathbb{R}; \quad x_1 = \ln(2)$

f) $D_f = \mathbb{R}; \quad x_{1,2} = 0$

107/3

c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}; \quad$ keine Nullstelle

d) $D_f = \mathbb{R}; \quad$ keine Nullstelle

i) $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = 1; x_2 = e^2 \approx 7,39$

108/2

a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \quad x_{1,2} = \pm 1$

b) $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = 1$

c) $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = 1$

d) $D_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{e\}; \quad x_1 = \frac{1}{e} \approx 0,37$

g) $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = e \approx 2,72$

h) $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = \frac{1}{e} \approx 0,37; \quad x_2 = e \approx 2,72$

108/4

b) $D_f = \mathbb{R}; \quad x_1 = \ln(2)$

c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; \quad$ keine Nullstelle

d) $D_f = \mathbb{R}; \quad$ keine Nullstelle

e) $D_f = \mathbb{R}; \quad x_1 = 0 \quad (\text{ist sogar eine doppelte Nullstelle, darauf muss man aber nicht kommen})$

f) $D_f = \mathbb{R}; \quad x_{1,2} = -2$

Lambacher-Schweizer:

326/12 $D_f = \mathbb{R}; \quad x_1 = 0 \quad (\text{ist sogar eine doppelte Nullstelle, darauf muss man aber nicht kommen})$
auch wenn man's nicht sofort sieht: Das ist dieselbe Funktion wie in 108/4e oben!

327/14 $D_f = \mathbb{R}^+; \quad x_1 = \ln^0(2)$

S. 320

7) a) $x = 0 \quad$ b) $x = -\ln 2 \quad$ c) $x = 0 \quad$ d) $x = -\frac{\ln 2}{3} \quad$ e) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$

f) $x_1 = -\ln 2; \quad$ keine weitere Lösung g) $x_1 = \ln 3; \quad$ keine weitere Lösung h) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$

8) g) $x_{1,2} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{e^2}} \quad$ h) $x_1 = 2; \quad$ keine weitere Lösung wegen $D_f = \mathbb{R}^+!$

III.3 Ableitungen

Blatt:

winklers:

123/5

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{\ln x}{x} & \text{b)} \frac{1}{x} & \text{c)} \frac{1+2\ln x}{x} & \text{d)} \frac{1}{x \ln x} & \text{e)} \frac{2-2\ln(2x-1)}{(2x-1)^2} & \text{f)} \ln(2x) - 1 \\ \text{i)} \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} & \text{k)} -\frac{1}{x} & \text{l)} \frac{1-\ln x}{x^2} & & & \end{array}$$

Lambacher-Schweizer:

316/7

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{2}{x} & \text{b)} \frac{1}{x} & \text{c)} \frac{1}{x} & \text{d)} \frac{1}{x} & \text{e)} \frac{1}{x} & \text{f)} -\frac{1}{x} & \text{h)} \frac{-6x}{1-3x^2} & \text{k)} \frac{3(\ln(x))^2}{x} \\ \text{l)} \frac{-(\ln(x))^{-2}}{x} = -\frac{1}{(\ln(x))^2 x} & & \text{m)} & & & & & \end{array}$$

316/8

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \ln(x) + 1 & \text{b)} 2x \ln(x) + x & \text{f)} -\frac{1}{(\ln(x))^2 x} & \text{g)} \frac{1-\ln(x)}{x^2} & \text{h)} \frac{\ln(1-x)+\frac{1+x}{1-x}}{(\ln(1-x))^2} & \text{i)} \frac{2-\ln(t^2)}{t^2} \end{array}$$

316/9

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{4}{x} & \text{c)} -\frac{1}{x} & \text{d)} -\frac{2}{x} & \text{e)} \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+x} & \text{f)} \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2} & \text{g)} -\frac{2}{1-x} = \frac{2}{x-1} \end{array}$$

312/12

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} 4e^x & \text{b)} -2e^x & \text{c)} 1 - e^{-x} & \text{d)} 2x + 2e^{-2x} & \text{e)} 2e^{2x-1} \\ \text{f)} -3e^{-(1+3x)} & \text{g)} 2\sqrt{2}e^{\sqrt{2}x} & \text{h)} -te^{-tx} & \text{i)} -2te^{-t^2} & \text{k)} -2he^{1-h^2} & \end{array}$$

312/13

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} (x+1)e^x & \text{b)} (2x+x^2)e^x & \text{c)} (2x-x^2)e^{-x} & \text{f)} \frac{e^x(x-1)}{x^2} & \text{g)} \frac{-e^{-x}(x+2)}{x^4} \\ \text{i)} \frac{e^{3x}(1+6x)}{(1+2x)^2} & \text{j)} \frac{-e^{-t}(2+t)}{(1+t)^2} & \text{k)} \frac{x-2}{e^x} & \text{l)} \frac{2e^x}{(1-e^x)^2} & \text{m)} \frac{-4}{(e^x-e^{-x})^2} & \text{n)} \frac{2e^{2t}+3e^t}{(1+e^{-t})^2} & \text{o)} \frac{1}{2}(t+2)e^t \end{array}$$

312/14

$$\text{a)} \frac{(x+1)e^x+e^{2x}}{(1+e^x)^2} = \frac{(x+1)e^{-x}+1}{(e^{-x}+1)^2} \quad \text{b)} -\frac{x^2e^x+2x+1}{x^2e^{2x}} \quad \text{c)} \frac{2x-(x+1)^2e^{-x}}{(1-e^{-x})^2}$$

312/15

$$\begin{array}{llll} \text{a)} 2(1+e^x)e^x = 2e^x + 2e^{2x} & \text{b)} 2(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x}) = 2(e^{2x} - e^{-2x}) \\ \text{e)} (4x-2)e^{(2x-1)^2} & \text{f)} -(x-1)e^{-\frac{1}{2}(x-1)^2} & \text{i)} \frac{1}{2t^2}e^{-\frac{1}{2t}} & \end{array}$$

III.4 Kurvendiskussion

87/1 bei allen: $D_f = \mathbb{R}$

a) $S_y(0|-0,5); N_{1,2}(\pm\sqrt{2} \approx \pm 1,41|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$$HoP\left(-2 \left| \frac{1}{2e^4} \approx 0,0092\right.\right); \quad TiP\left(1 \left| -\frac{e^2}{4} \approx -1,85\right.\right)$$

$$WeP_1\left(-1 - \sqrt{2,5} \approx -2,58 \left| \approx 0,0067\right.\right); \quad WeP_2\left(-1 + \sqrt{2,5} \approx 0,58 \left| \approx 1,33\right.\right)$$

b) $S_y(0|1); N_{1,2}(\pm 1|0)$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^-$$

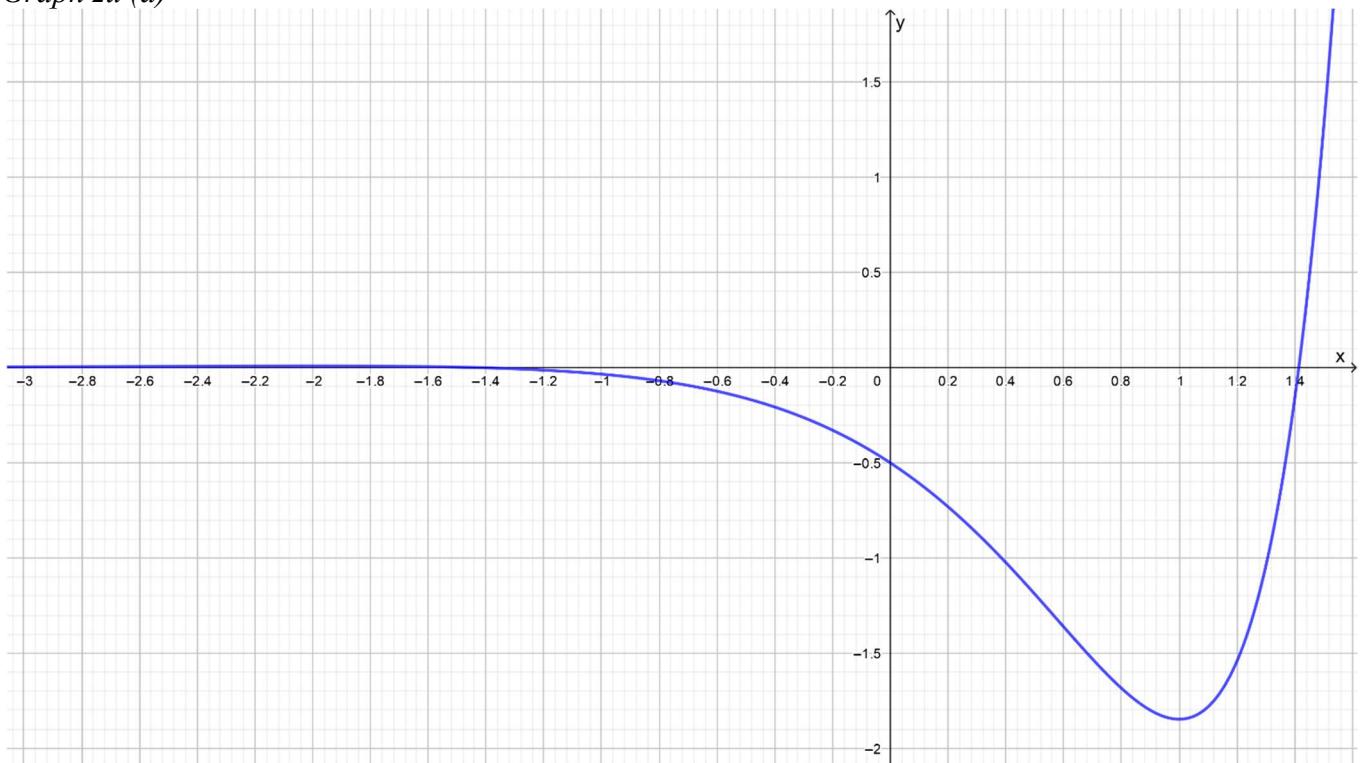
Symmetrie zur y-Achse

w. As.: $y = 0$

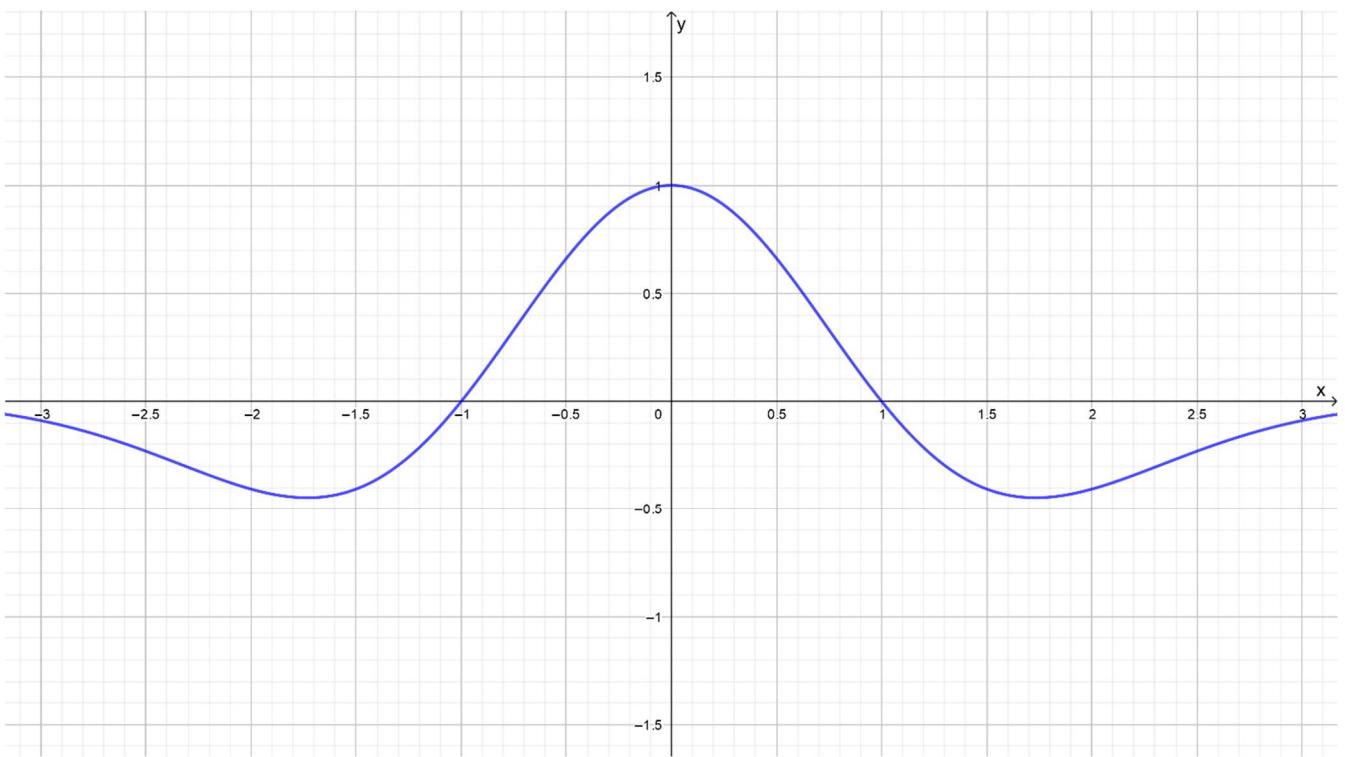
$$HoP = S_y; \quad TiP_{1,2}\left(\pm\sqrt{3} \approx \pm 1,73 \left| -\frac{2}{e^{1,5}} \approx -0,45\right.\right)$$

$$WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{3 - \sqrt{6}} \approx \pm 0,74 \left| \approx 0,34\right.\right); \quad WeP_{3,4}\left(\pm\sqrt{3 + \sqrt{6}} \approx 2,33 \left| \approx -0,29\right.\right)$$

Graph zu (a)



Graph zu (b)



c) $S_y(0|e)$; keine N

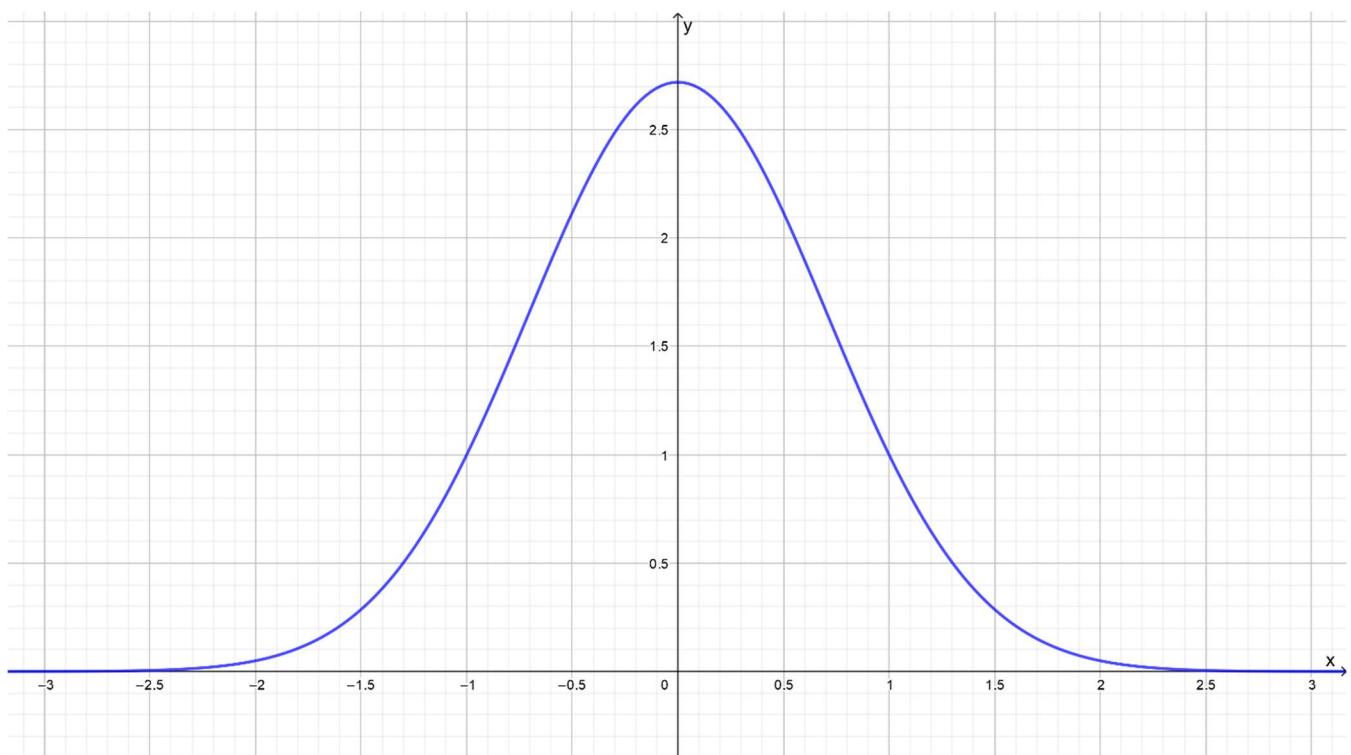
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$$

Symmetrie zur y-Achse

w. As.: $y = 0$

HoP = S_y

$$\text{WeP}_{1,2}\left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \pm 0,71 \mid \sqrt{e} \approx 1,65\right)$$



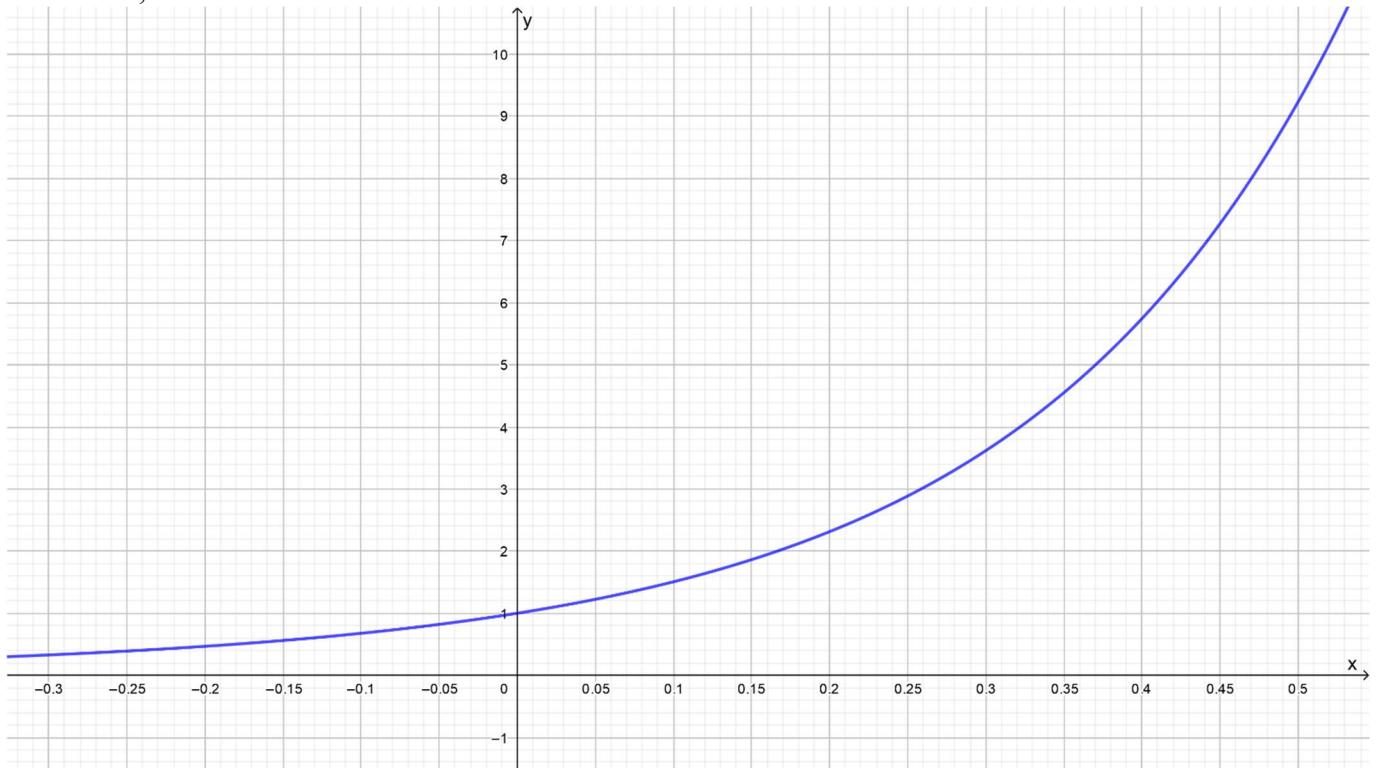
d) $S_y(0|1)$; keine N

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

keine ExP; keine WeP



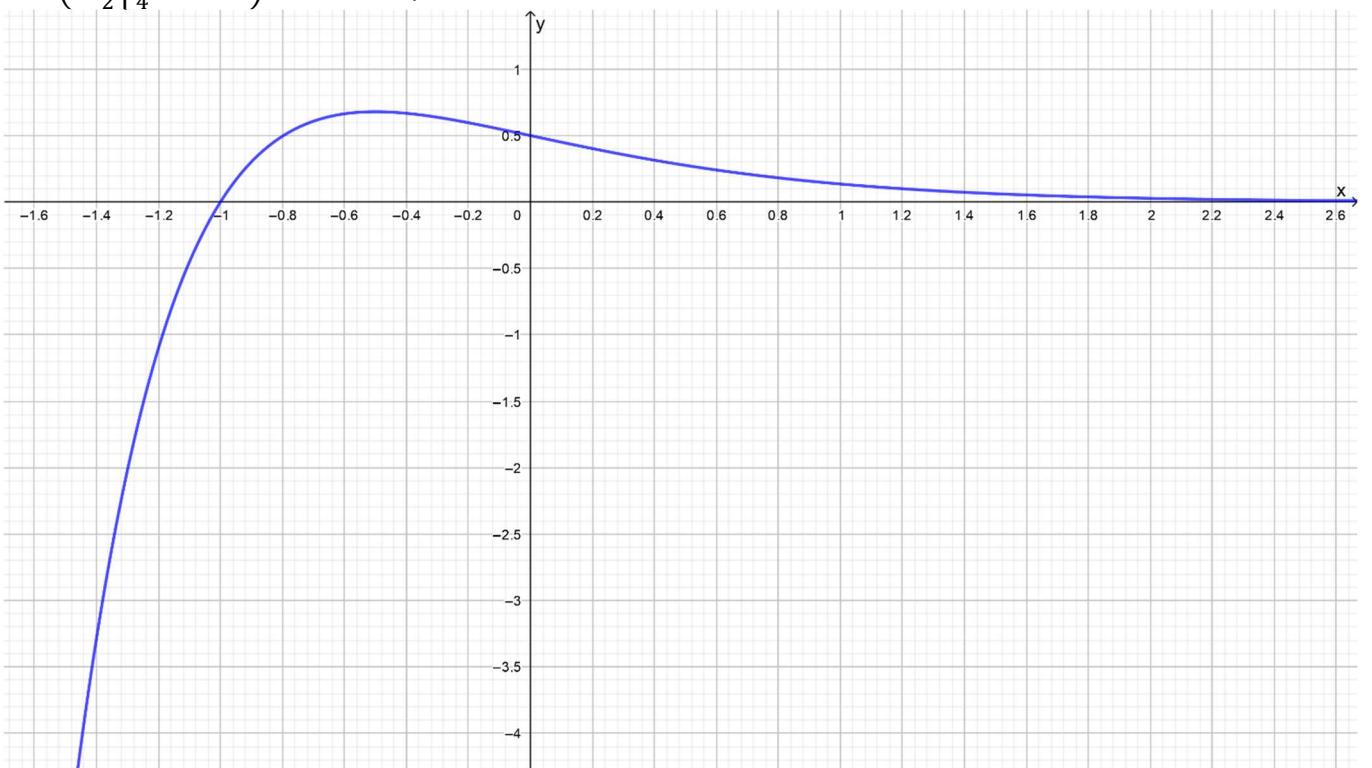
e) $S_y(0|0,5)$; $N(-1|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$$HoP\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{e}{4} \approx 0,68\right); \text{ WeP} = S_y$$



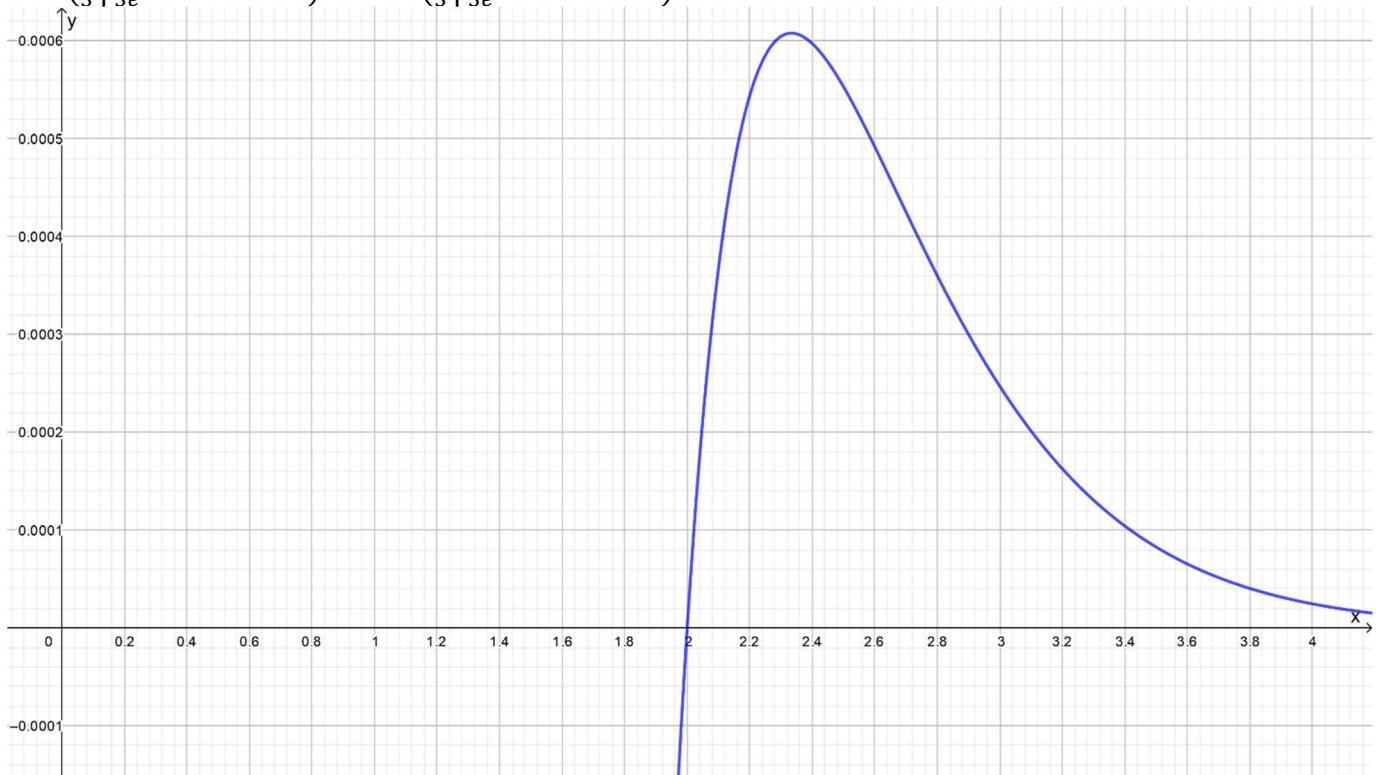
f) $S_y(0|-4); N(2|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$$HoP\left(\frac{7}{3} \middle| \frac{2}{3e^7} \approx 0,00061\right); WeP\left(\frac{8}{3} \middle| \frac{4}{3e^8} \approx 0,00045\right)$$



88/4

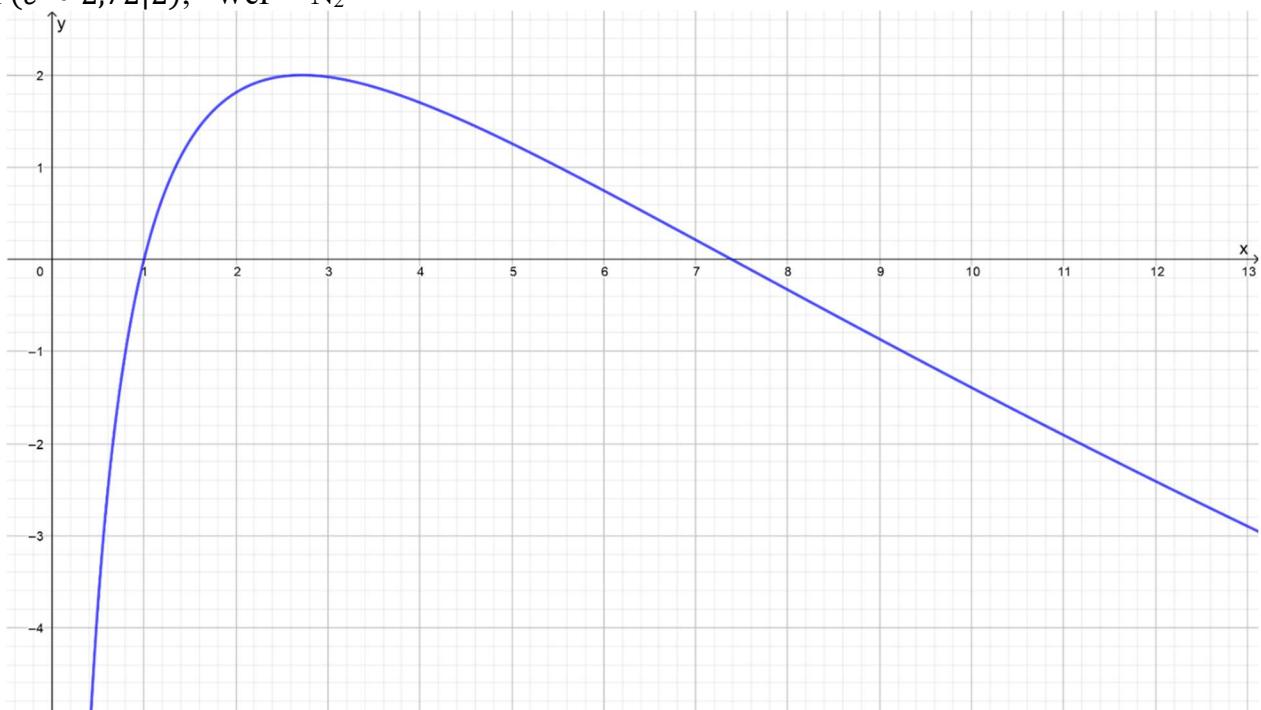
a) $D_f =]0; \infty[$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

kein S_y ; $N_1(1|0), N_2(e^2 \approx 7,39|0)$

$$HoP(e \approx 2,72|2); WeP = N_2$$



b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

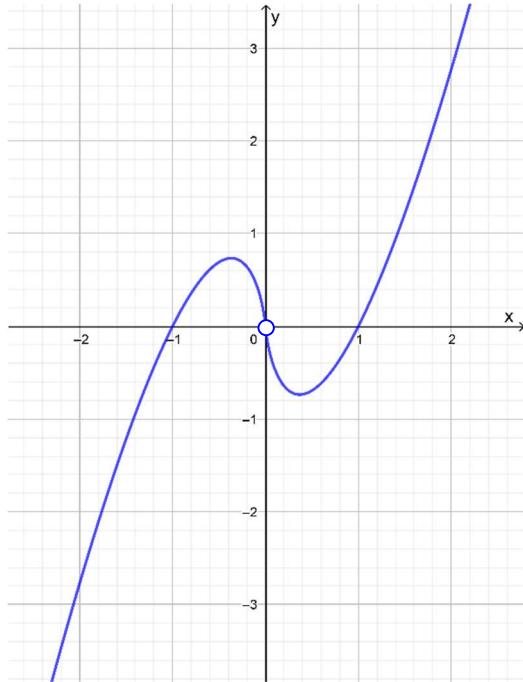
Symmetrie zum Ursprung

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = 0^\mp; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

kein S_y; N_{1,2}(±1|0)

$$\text{HoP}\left(-\frac{1}{e} \approx -0,37 \mid \frac{2}{e} \approx 0,74\right); \quad \text{TiP}\left(\frac{1}{e} \approx 0,37 \mid -\frac{2}{e} \approx -0,74\right);$$

keine WeP



c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

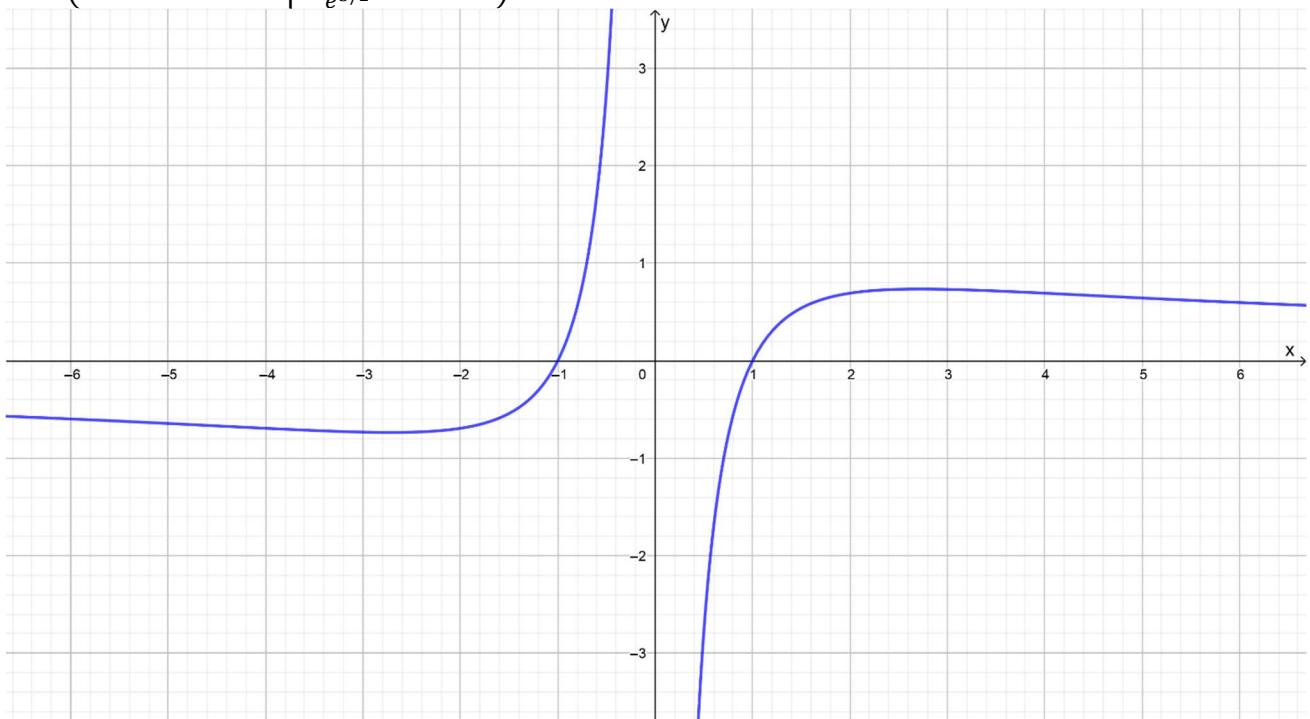
Symmetrie zum Ursprung

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = \mp\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^\pm$$

kein S_y; N_{1,2}(±1|0)

$$\text{HoP}\left(e \approx 2,72 \mid \frac{2}{e} \approx 0,74\right); \quad \text{TiP}\left(-e \approx -2,72 \mid -\frac{2}{e} \approx -0,74\right)$$

$$\text{WeP}_{1,2}\left(\pm e^{3/2} \approx \pm 4,48 \mid \pm \frac{3}{e^{3/2}} \approx \pm 0,67\right)$$



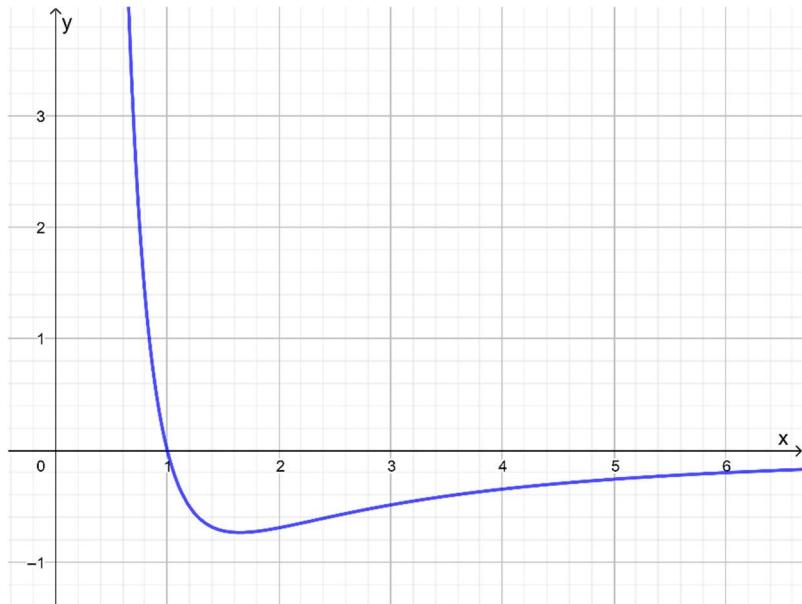
d) $D_f =]0; \infty[$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^-$$

kein S_y; N(1|0)

$$\text{TiP}\left(\sqrt{e} \approx 1,65 \middle| -\frac{2}{e} \approx -0,74\right); \text{WeP}\left(e^{5/6} \approx 2,30 \middle| -\frac{10}{3e^3} \approx -0,63\right)$$



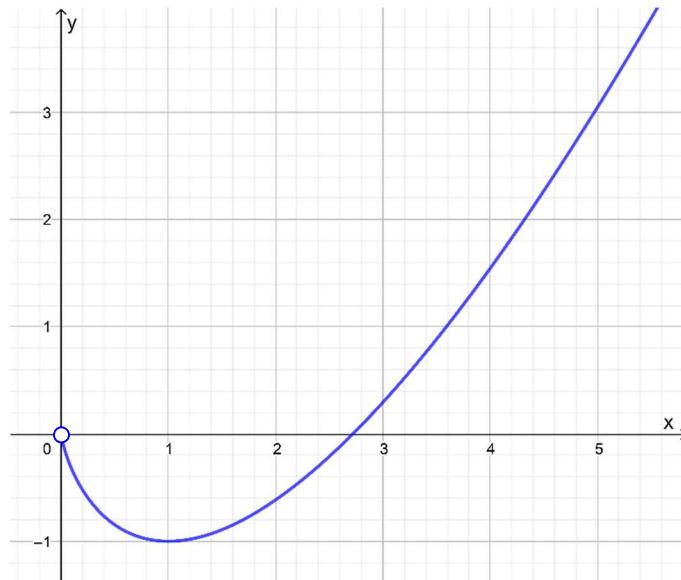
e) $D_f =]0; \infty[$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^-; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

kein S_y; N(e ≈ 2,72|0)

TiP(1|-1); keine WeP



f) $D_f =]0; \infty[$

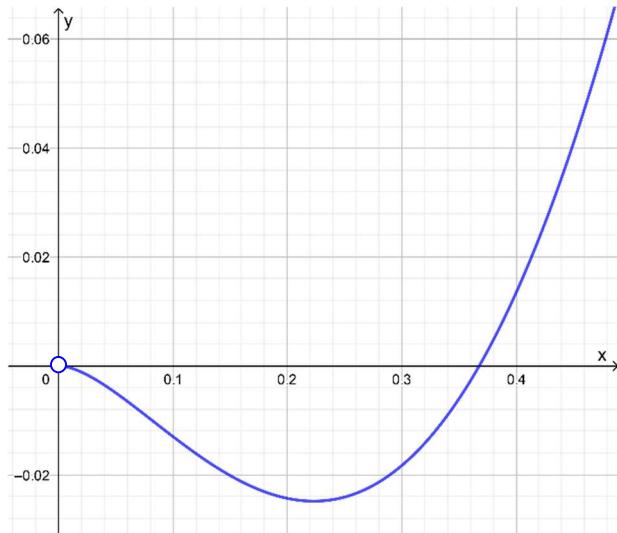
keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^-; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

$$\text{kein S}_y; \quad N\left(\frac{1}{e} \approx 0,37 \mid 0\right)$$

$$\text{TiP}\left(\frac{1}{e^{3/2}} \approx 0,22 \mid -\frac{1}{2e^3} \approx -0,025\right)$$

$$\text{WeP}\left(\frac{1}{e^{5/2}} \approx 0,082 \mid -\frac{3}{2e^5} \approx -0,010\right)$$



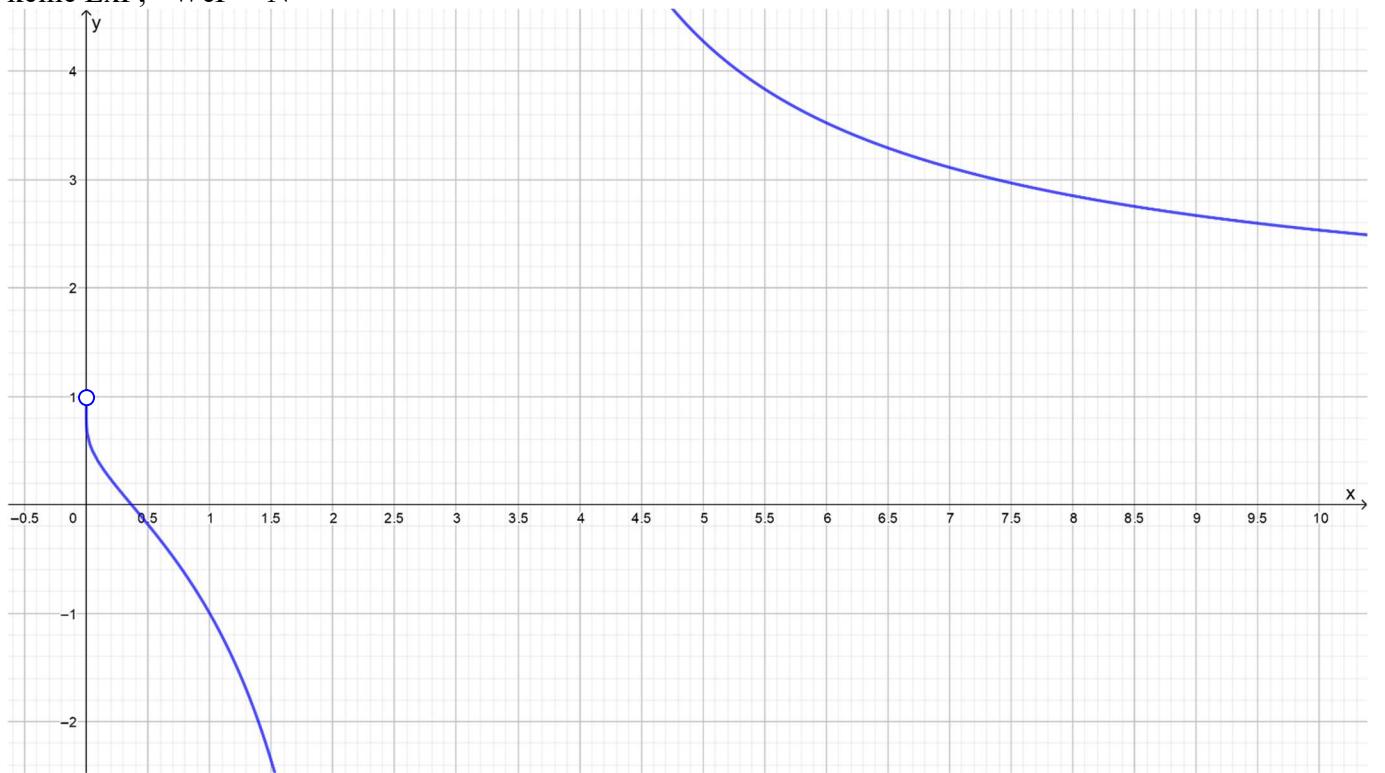
g) $D_f =]0; \infty[\setminus \{e\}$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow e^+} f(x) = +\infty$$

$$\text{kein S}_y; \quad N\left(\frac{1}{e} \approx 0,37 \mid 0\right)$$

keine ExP; WeP = N



h) $f(x) = -\ln(x)$!

$$D_f =]0; \infty[$$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

kein S_y; N(1|0)

keine ExP; keine WeP



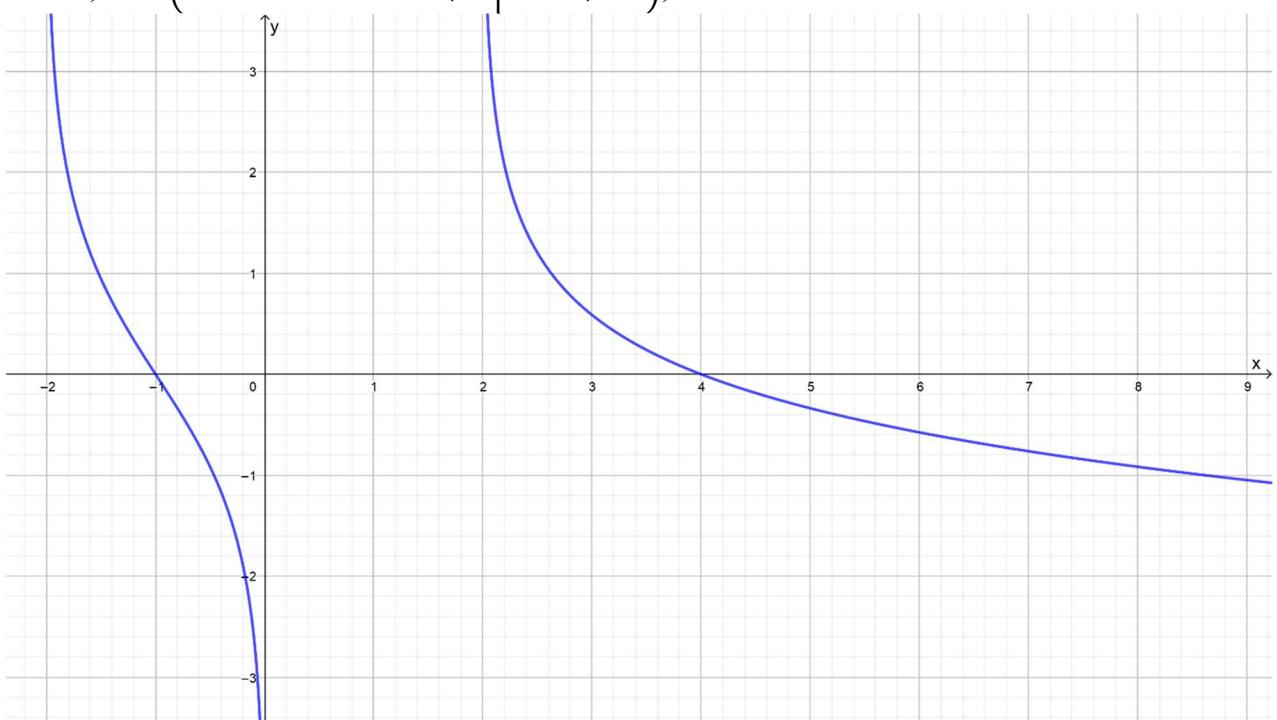
i) $D_f =]-2; 0[\cup]2; \infty[$

keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

kein S_y; N₁(-1|0), N₂(4|0)

keine ExP; WeP $\left(-2\sqrt{-2 + \sqrt{5}} \approx -0,97 \mid \approx -0,047\right)$,



j) $D_f =]0; \infty[$

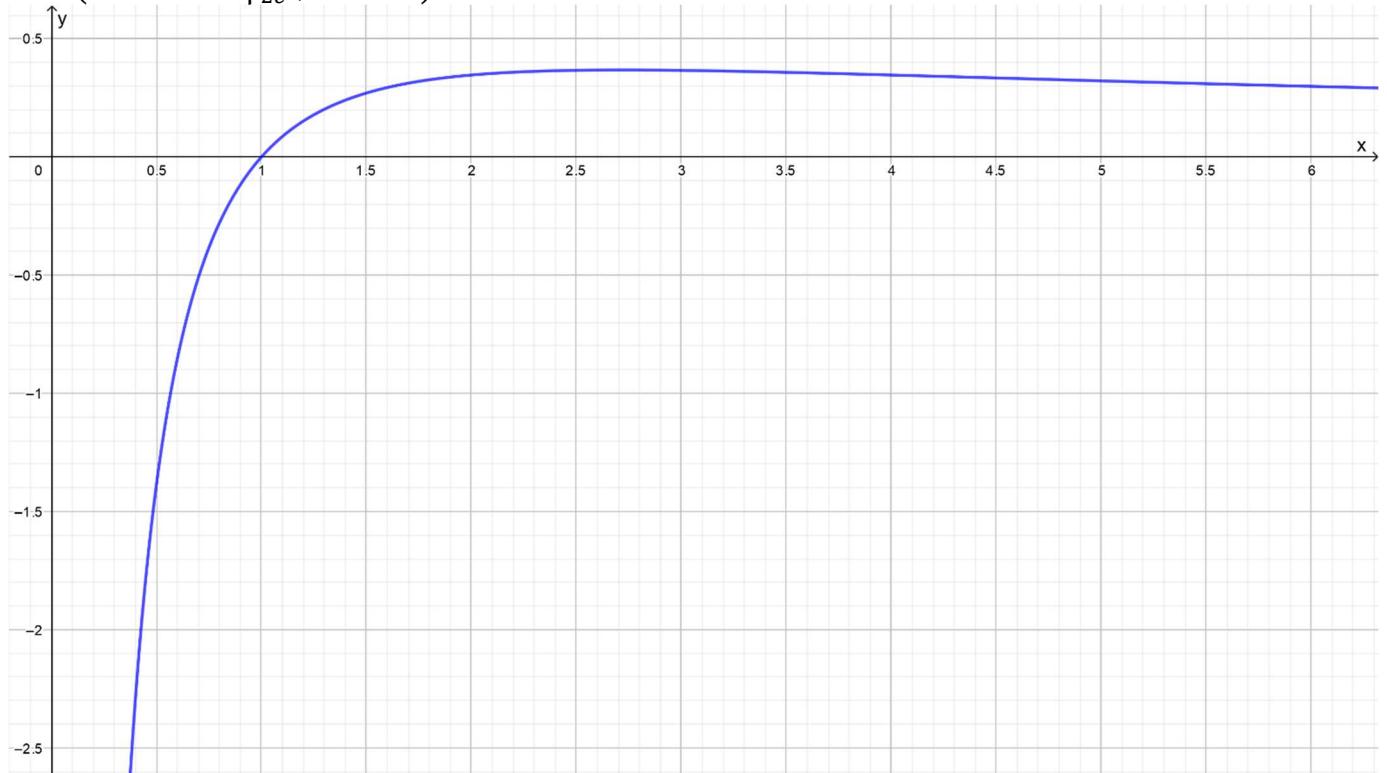
keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$$

kein S_y; N(1|0)

$$\text{HoP}\left(e \approx 2,72 \mid \frac{1}{e} \approx 0,37\right)$$

$$\text{WeP}\left(e^{3/2} \approx 4,48 \mid \frac{3}{2e^{3/2}} \approx 0,33\right)$$



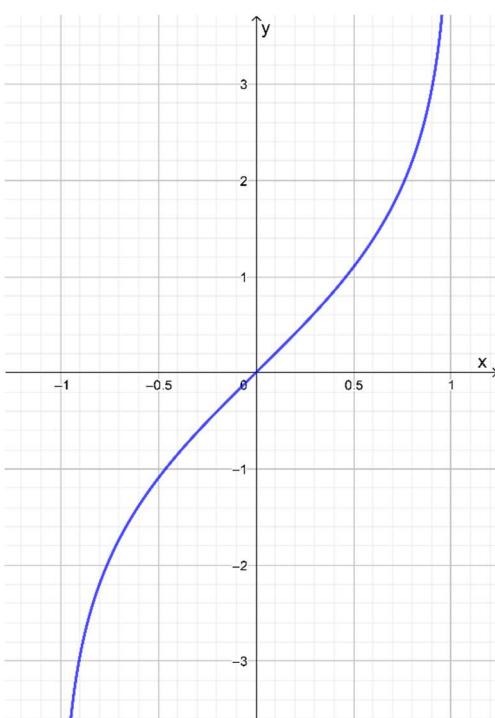
k) $D_f =]-1; 1[$

Symmetrie zum Ursprung

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

S_y = N = WeP = O(0|0)

keine ExP



l) $D_f =]0; \infty[$

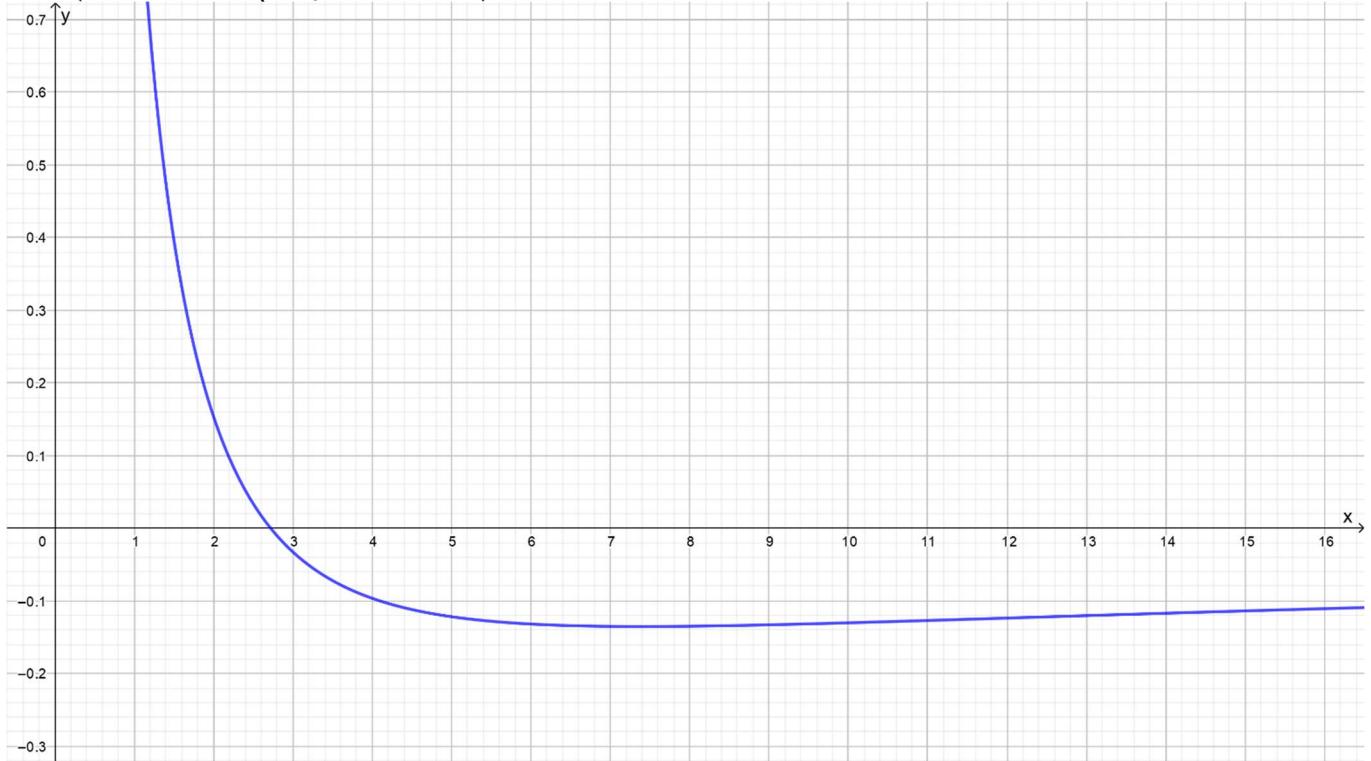
keine Symmetrie zum KS

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^-$$

kein Sy; $N(e \approx 2,72 | 0)$

$$TiP\left(e^2 \approx 7,39 \mid \frac{1}{e^2} \approx 0,14\right)$$

$$WeP\left(e^{5/2} \approx 12,18 \mid -\frac{3}{2e^{5/2}} \approx -0,12\right)$$

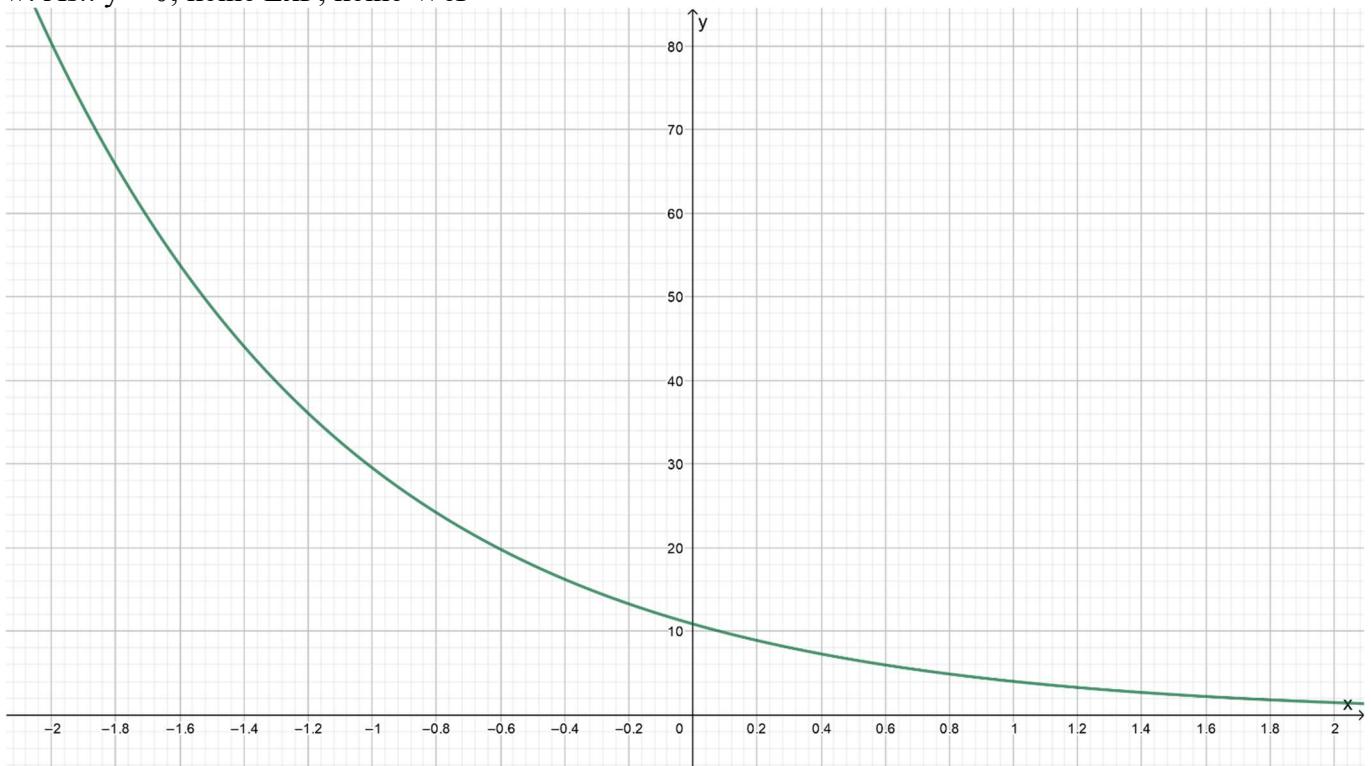


96/1

a) $D_f = \mathbb{R}$; $S_y(0 | 4e \approx 10,87)$; keine N; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$; keine ExP; keine WeP



b) $D_f = \mathbb{R}$

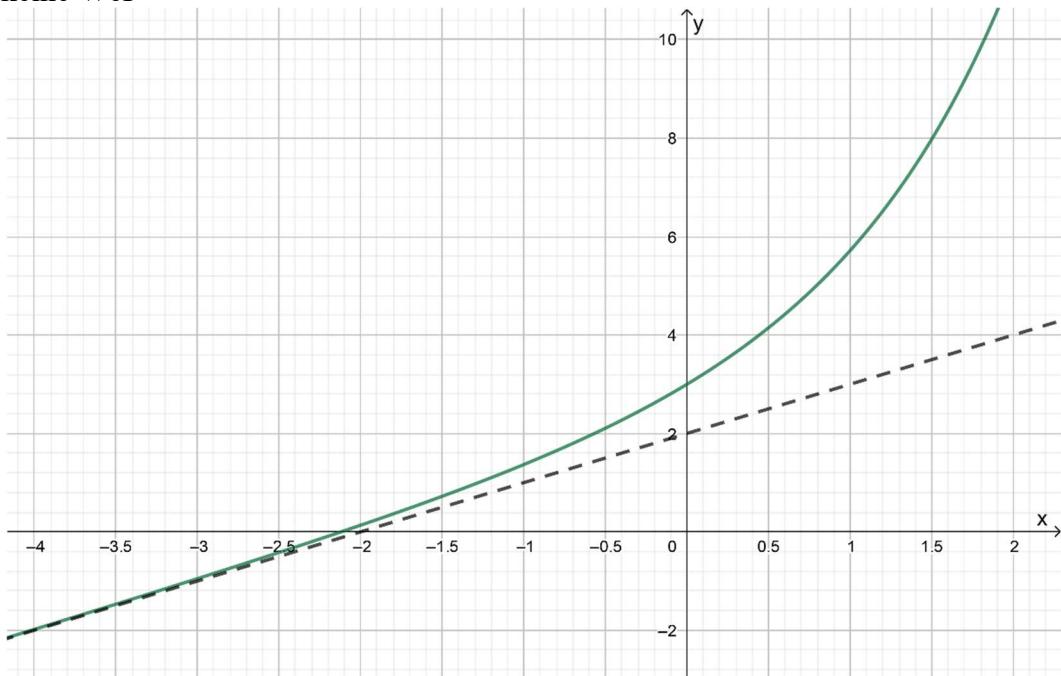
$S_y(0|3); N(\approx -2,12|0)$ (durch Probieren?)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

sch. As.: $y = x + 2$

keine ExP; keine WeP



c) $D_f = \mathbb{R}$

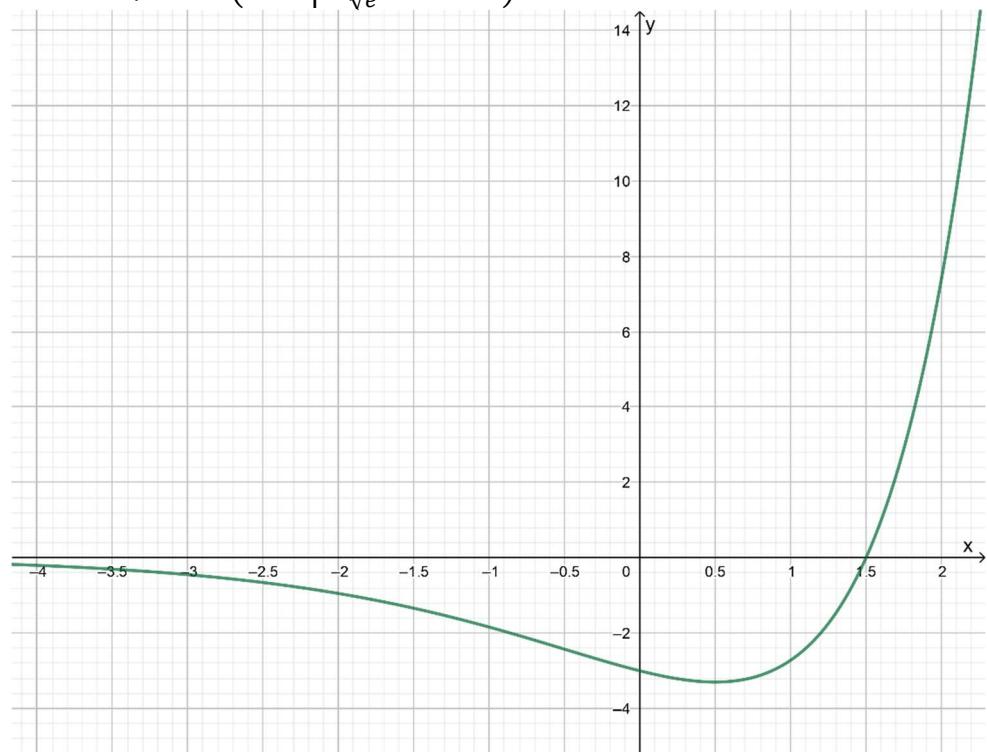
$S_y(0|-3); N(1,5|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

TiP $(0,5|-2\sqrt{e} \approx -3,30)$; WeP $(-0,5\left|-\frac{4}{\sqrt{e}} \approx -2,43\right)$



d) $D_f = \mathbb{R}$

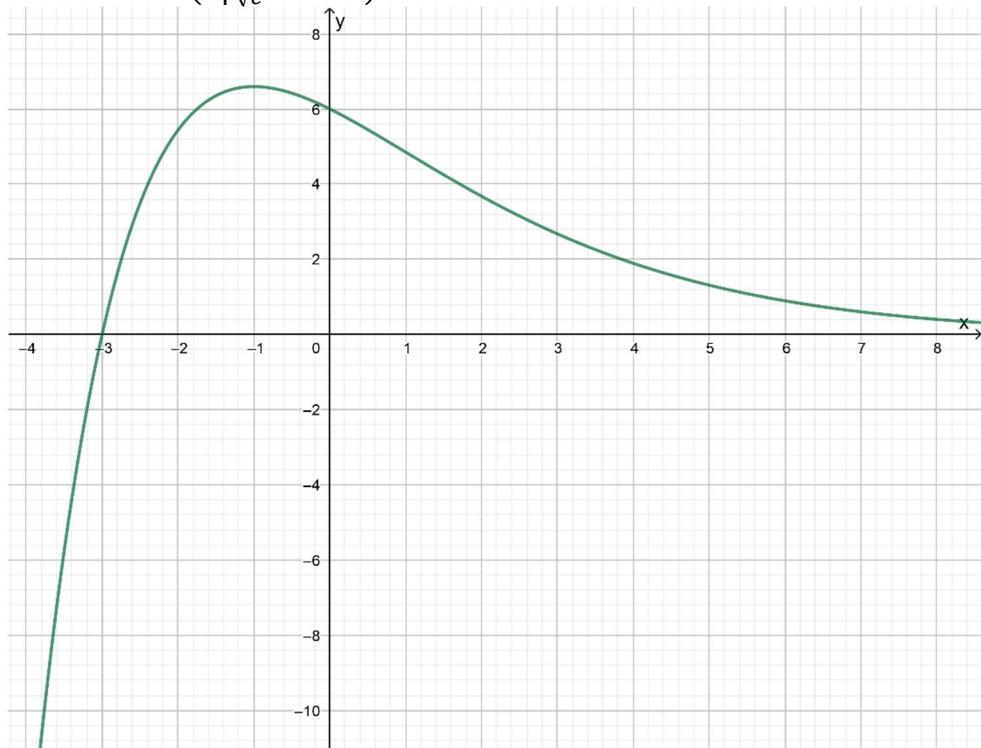
$S_y(0|6)$; $N(-3|0)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$HoP(-1|4\sqrt{e} \approx 6,59)$; $WeP\left(1 \mid \frac{8}{\sqrt{e}} \approx 4,85\right)$



e) $D_f = \mathbb{R}$

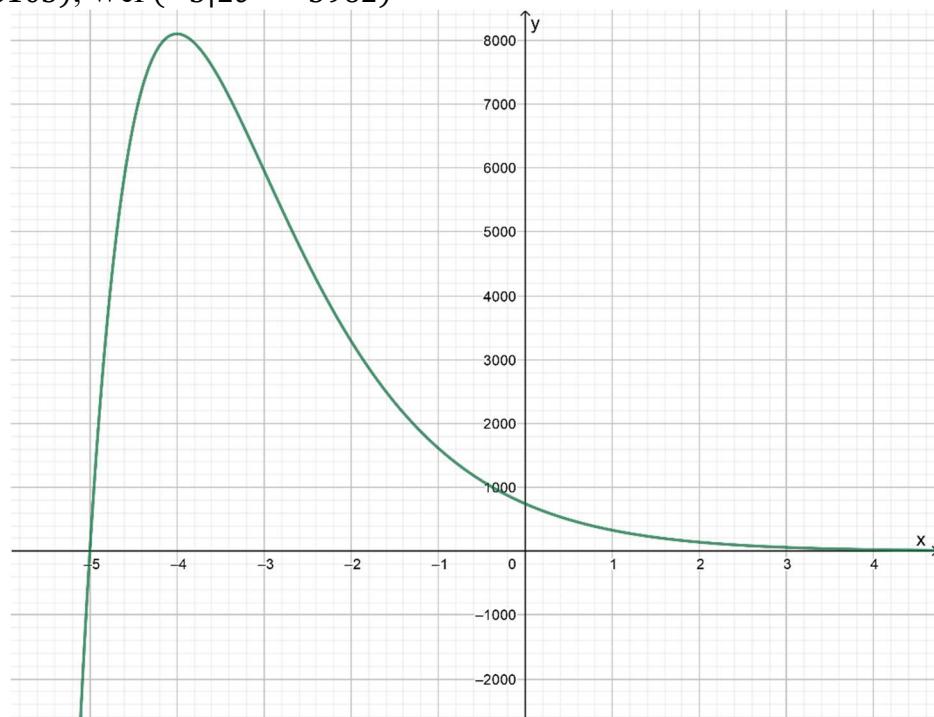
$S_y(0|5e^5 \approx 742)$; $N(-5|0)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$HoP(-4|e^9 \approx 8103)$; $WeP(-3|2e^8 \approx 5962)$



f) $D_f = \mathbb{R}$

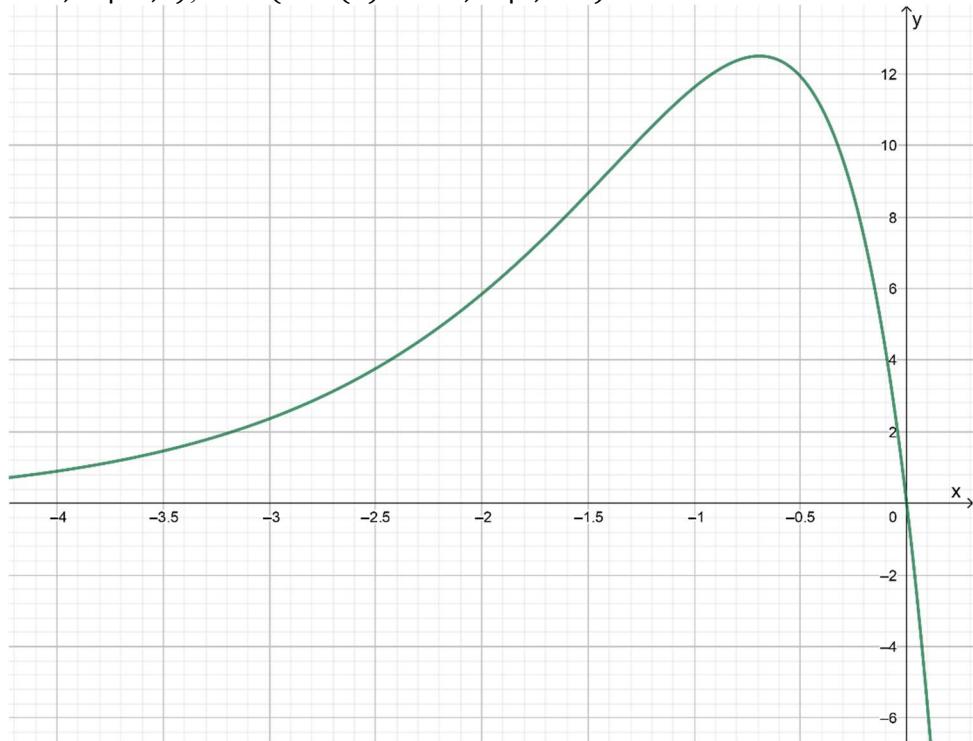
$S_y(0|0) = N$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$$HoP(-\ln(2) \approx -0,69|12,5); WeP(-\ln(4) \approx -1,38|9,375)$$



g) $D_f = \mathbb{R}$

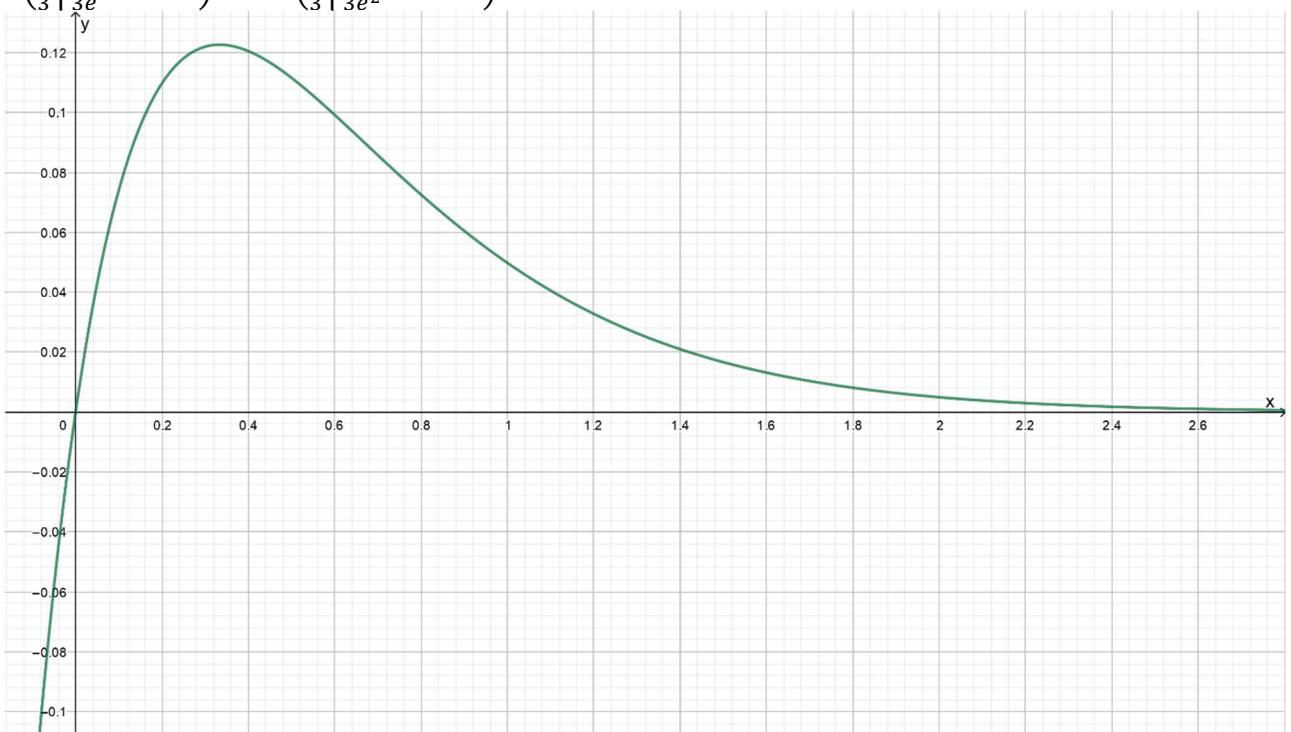
$S_y(0|0) = N$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

$$HoP\left(\frac{1}{3} \middle| \frac{1}{3e} \approx 0,12\right); WeP\left(\frac{2}{3} \middle| \frac{2}{3e^2} \approx 0,09\right)$$



h) $D_f = \mathbb{R}$

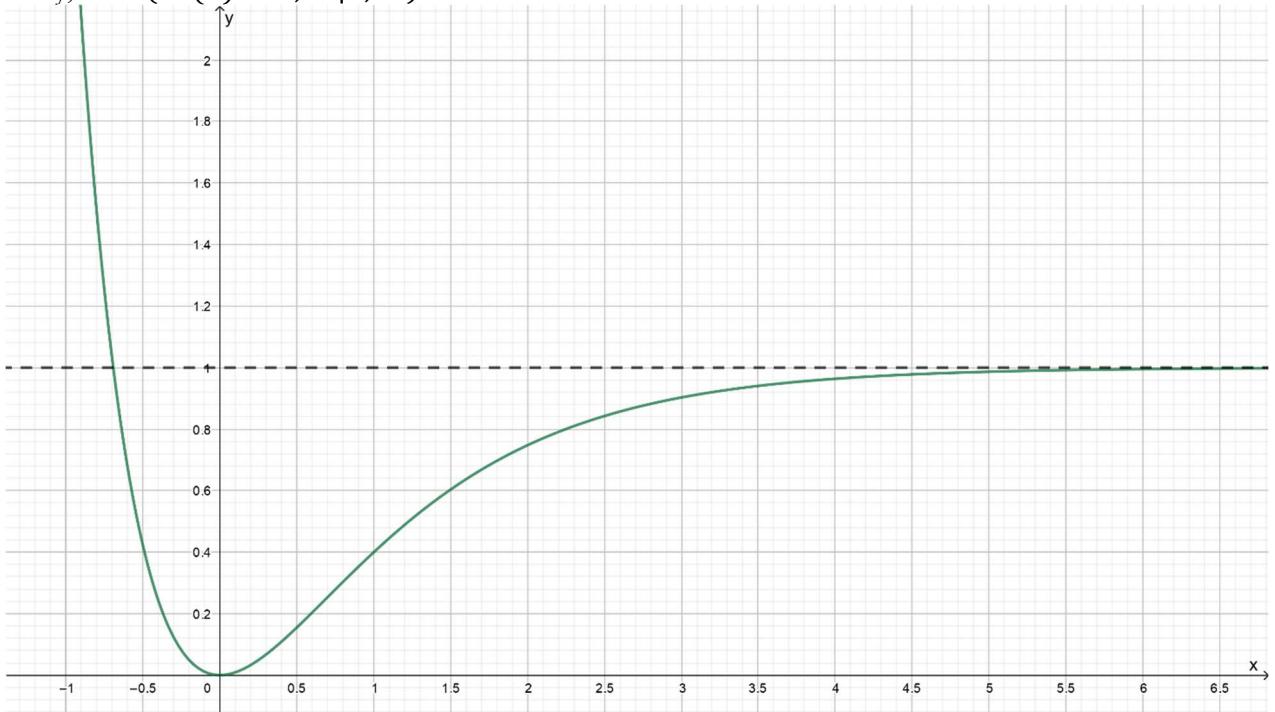
$S_y(0|0) = N$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1^-$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 1$

TiP = S_y ; WeP($\ln(2) \approx 0,69|0,25$)



i) $D_f = \mathbb{R}$

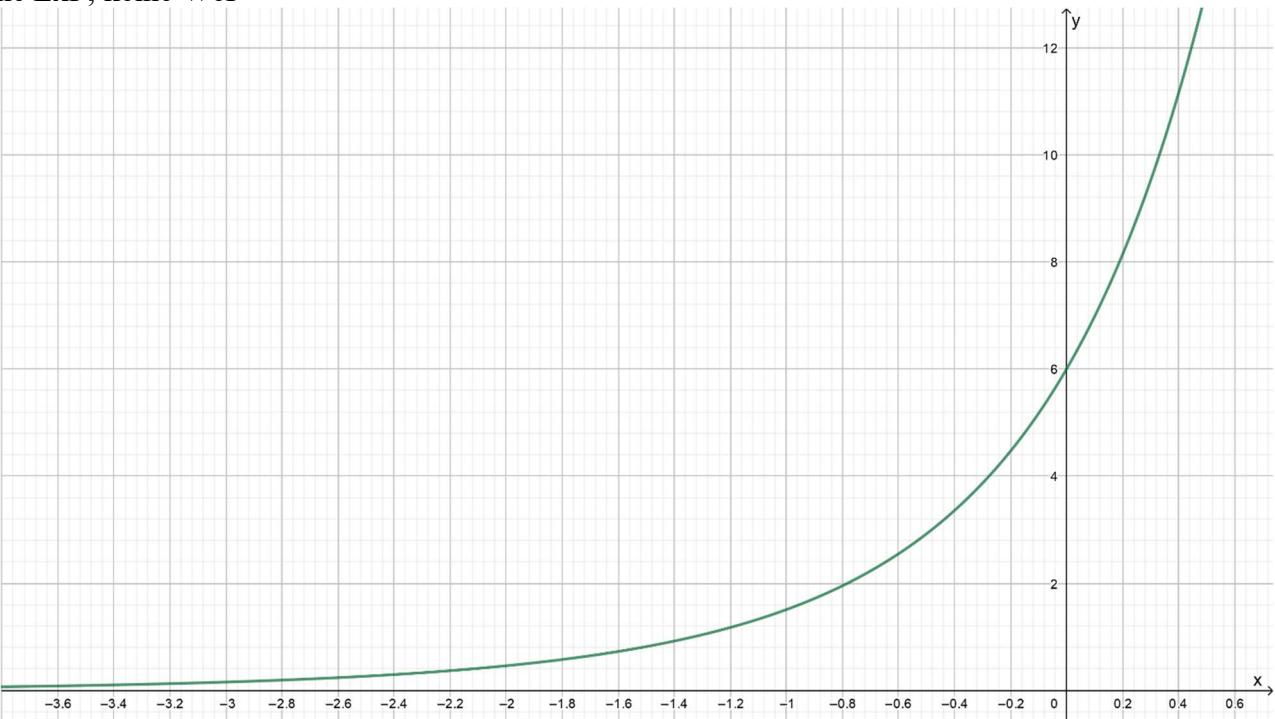
$S_y(0|6)$; keine N

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

w. As.: $y = 0$

keine ExP; keine WeP



j) $D_f =]1,5; \infty[$

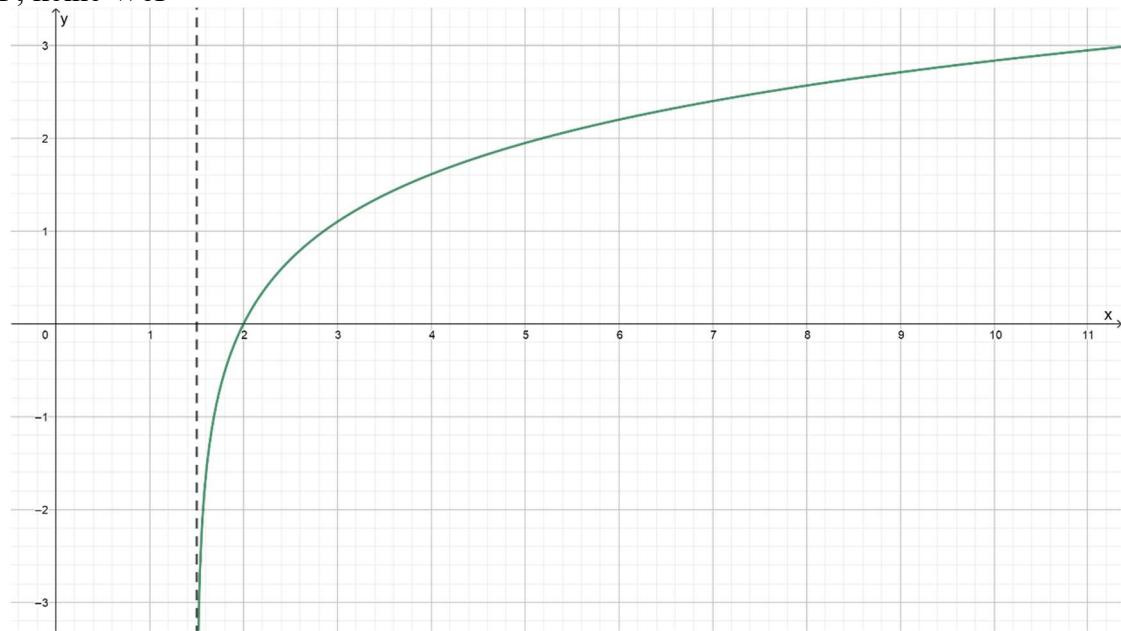
kein S_y ; $N(2|0)$

$$\lim_{x \rightarrow 1,5^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

s. As.: $x = 1,5$

keine ExP; keine WeP



k) $D_f =]-1; \infty[$

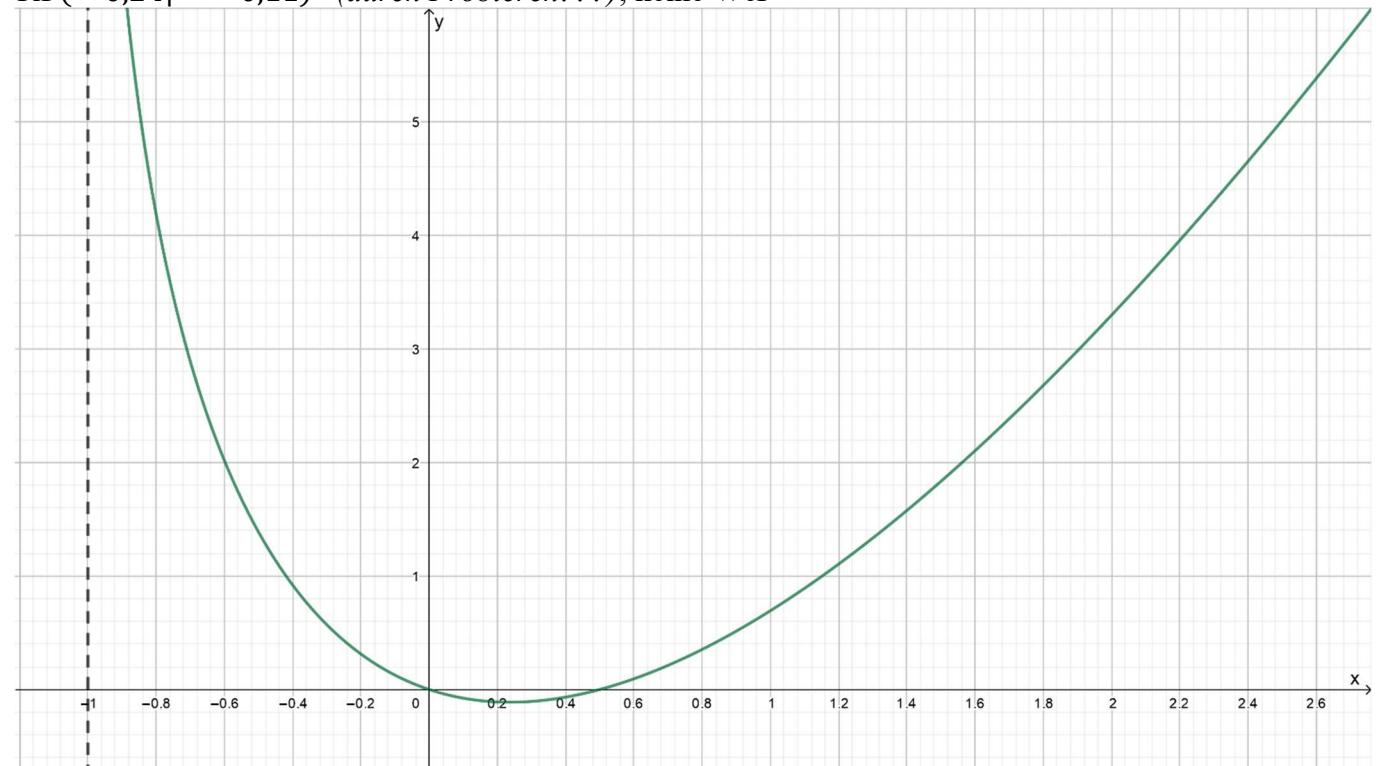
$S_y(0|0) = N_1; N_2(0,5|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

s. As.: $x = -1$

TiP($\approx 0,24 | \approx -0,11$) (durch Probieren??); keine WeP



l) $D_f =]0; \infty[$

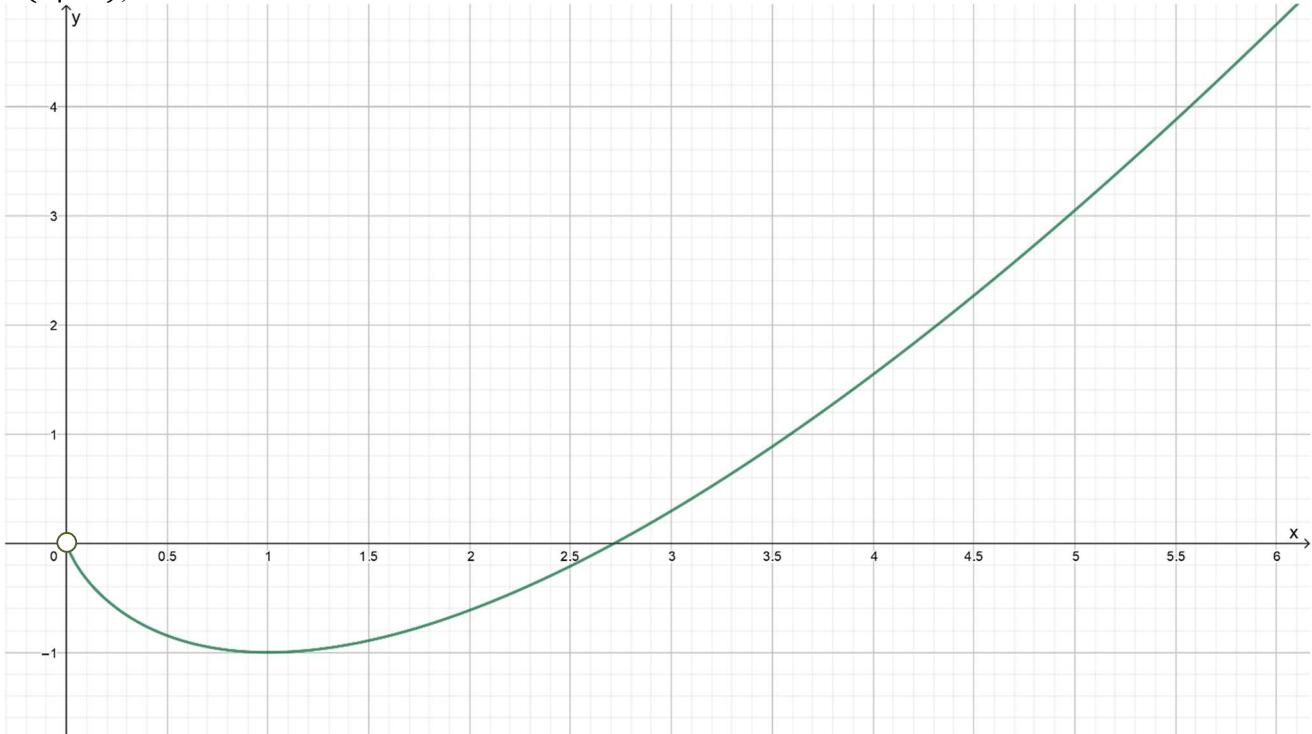
kein S_y ; $N(e \approx 2,72|0)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^-; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

keine Asymptote

TiP(1|-1); keine WeP



m) $D_f = \mathbb{R}$

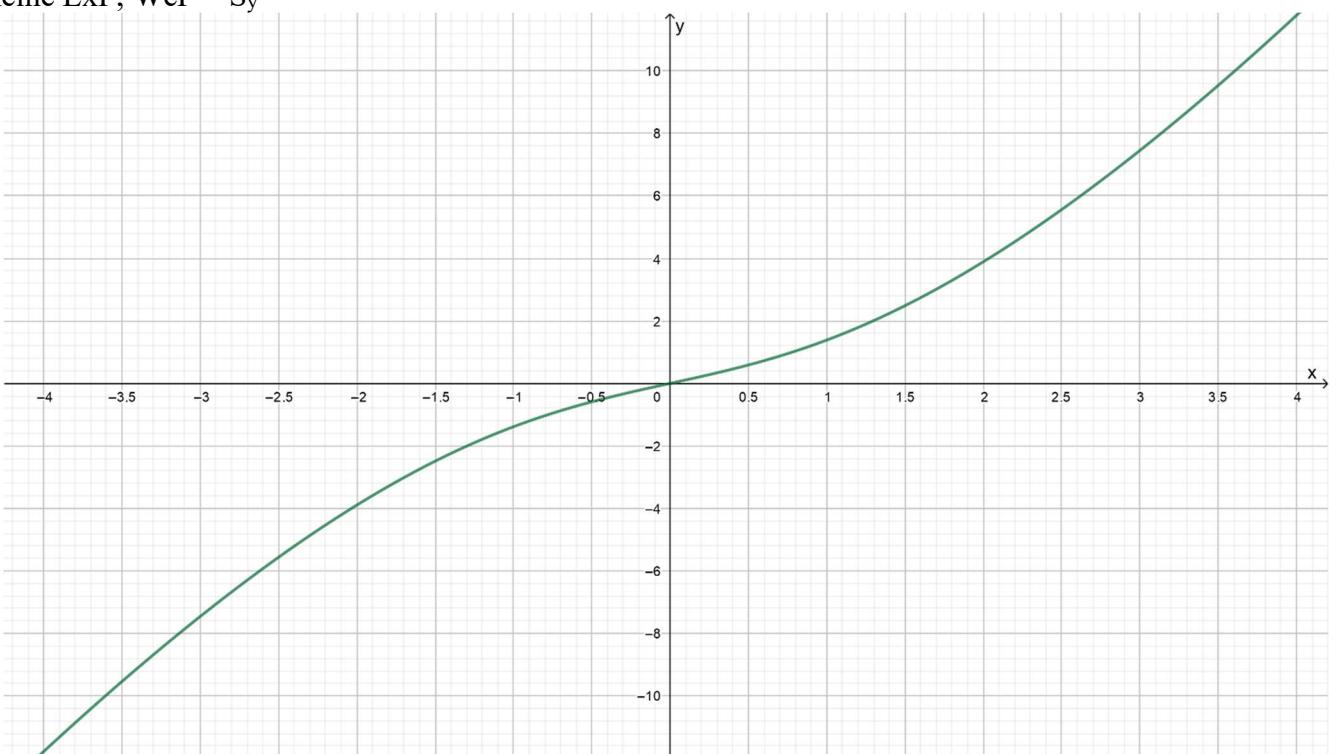
$S_y(0|0) = N$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

Symmetrie zum Ursprung

keine Asymptoten

keine ExP; WeP = S_y



n) $D_f =]0; \infty[$

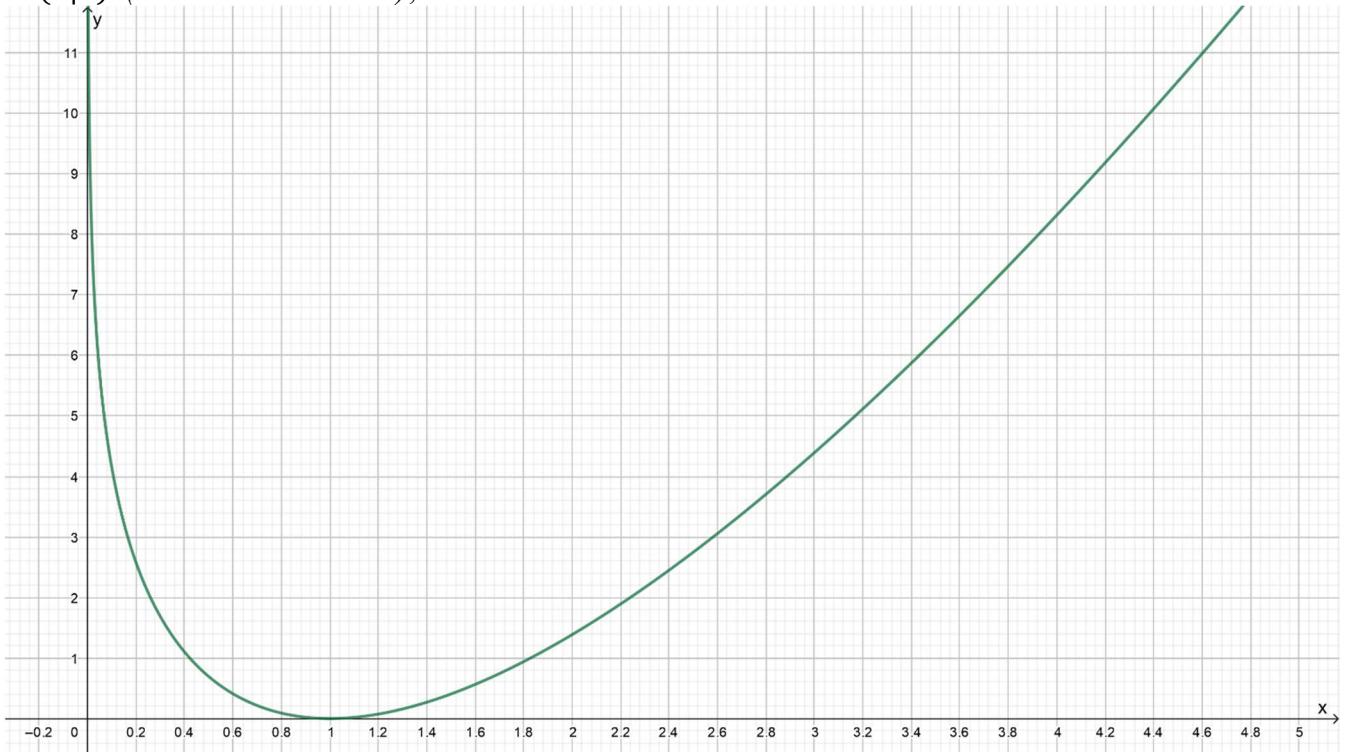
kein S_y ; $N(1|0)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^-; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

keine Asymptote

TiP(1|0) (durch Probieren??); keine WeP



o) $D_f =]-\frac{1}{3}; \infty[$

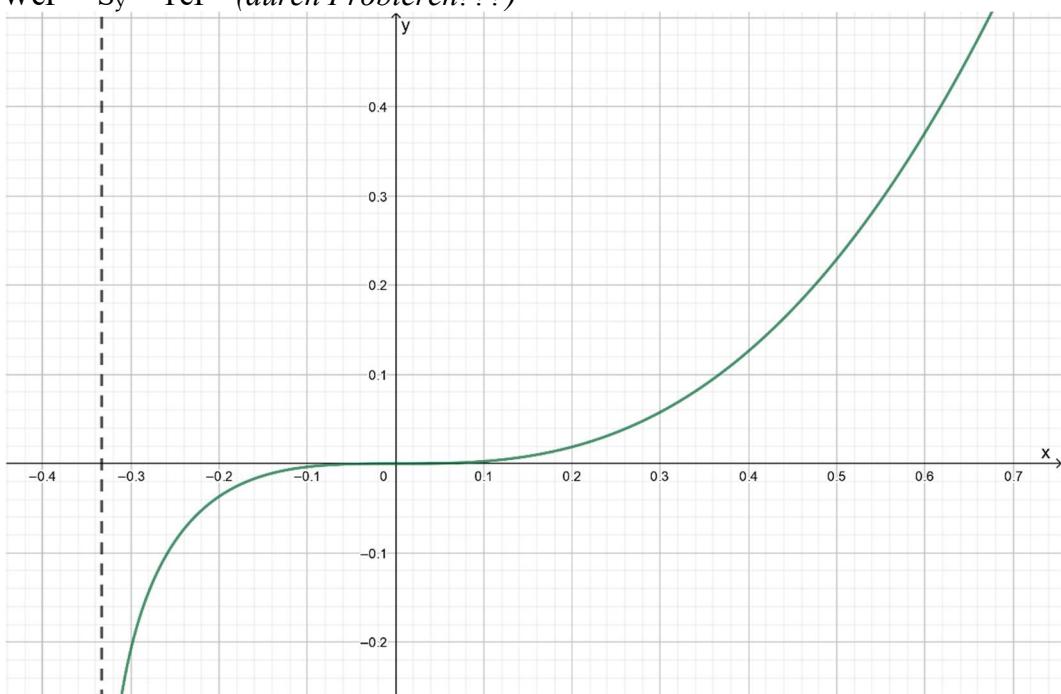
$S_y(0|0) = N$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

keine Symmetrie zum KS

$$\text{s. As.: } x = -\frac{1}{3}$$

keine ExP; WeP = $S_y = \text{TeP}$ (durch Probieren???)



p) $D_f =] - \infty; 0[$

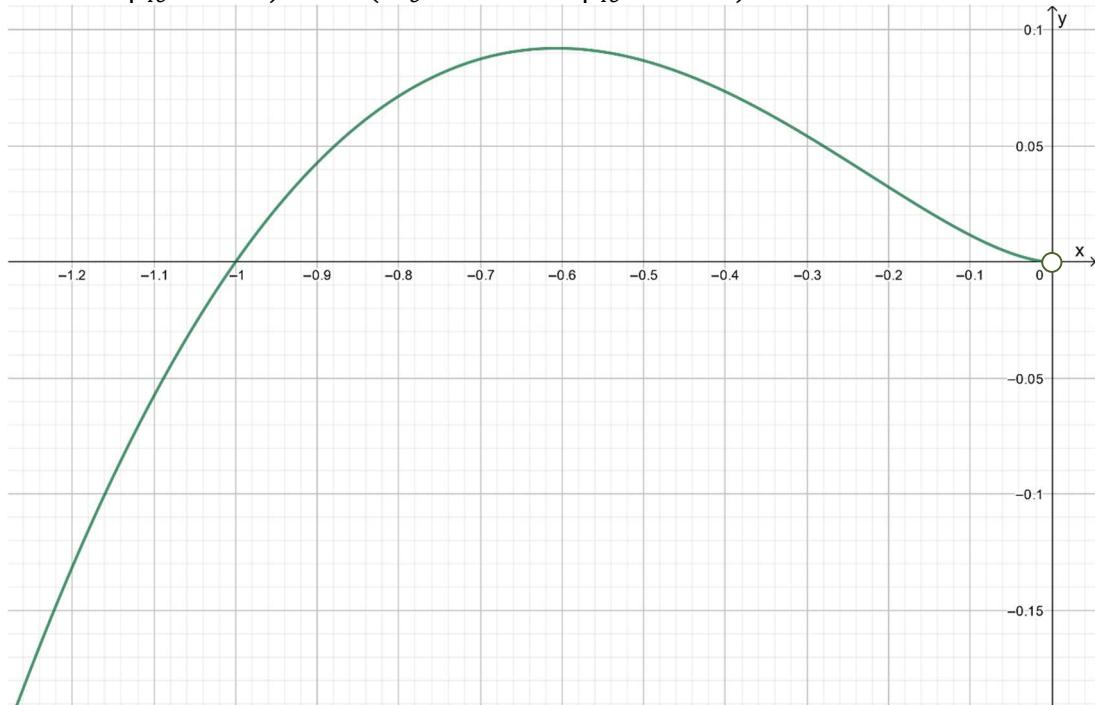
kein S_y ; $N(-1|0)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0^+$$

keine Symmetrie zum KS

keine Asymptoten

$$HoP\left(-\frac{1}{\sqrt{e}} \approx -0,61 \mid \frac{1}{4e} \approx 0,09\right); WeP\left(-\frac{1}{e^{3/2}} \approx -0,22 \mid \frac{3}{4e^3} \approx 0,04\right)$$



q) $D_f =] - \infty; -2[\cup] 2; \infty[$

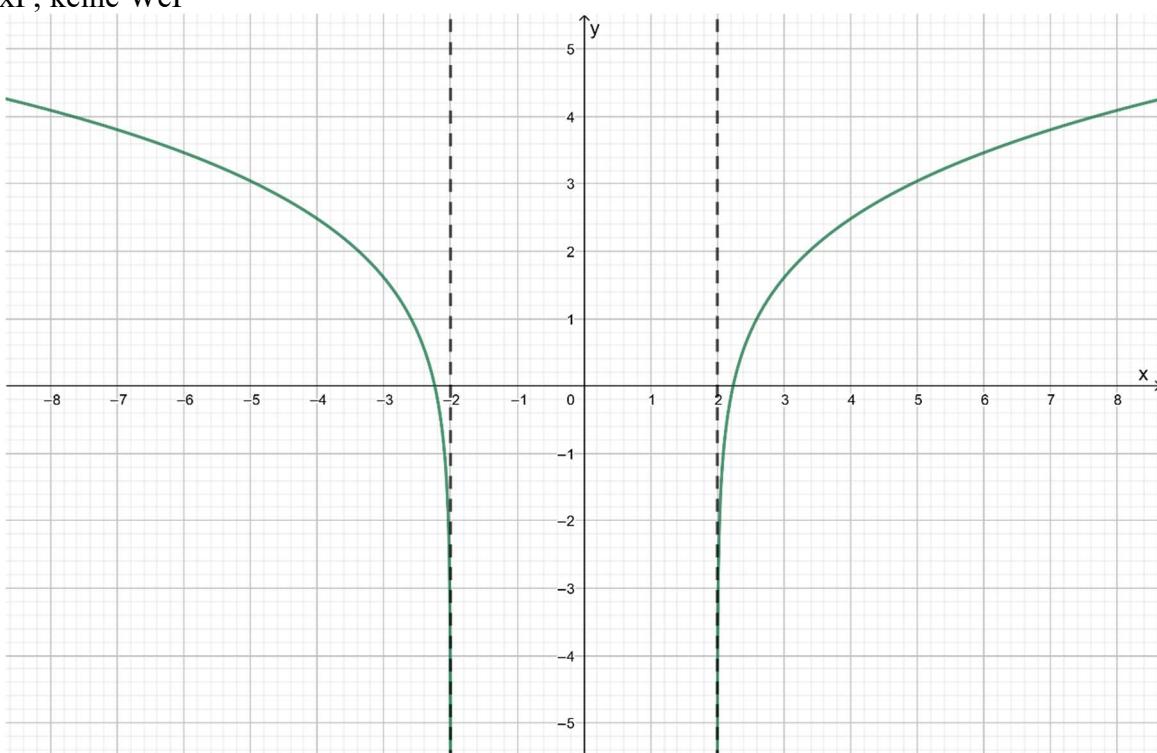
kein S_y ; $N_{1,2}(\pm\sqrt{5} \approx \pm 2,24|0)$;

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$$

Symmetrie zur y-Achse

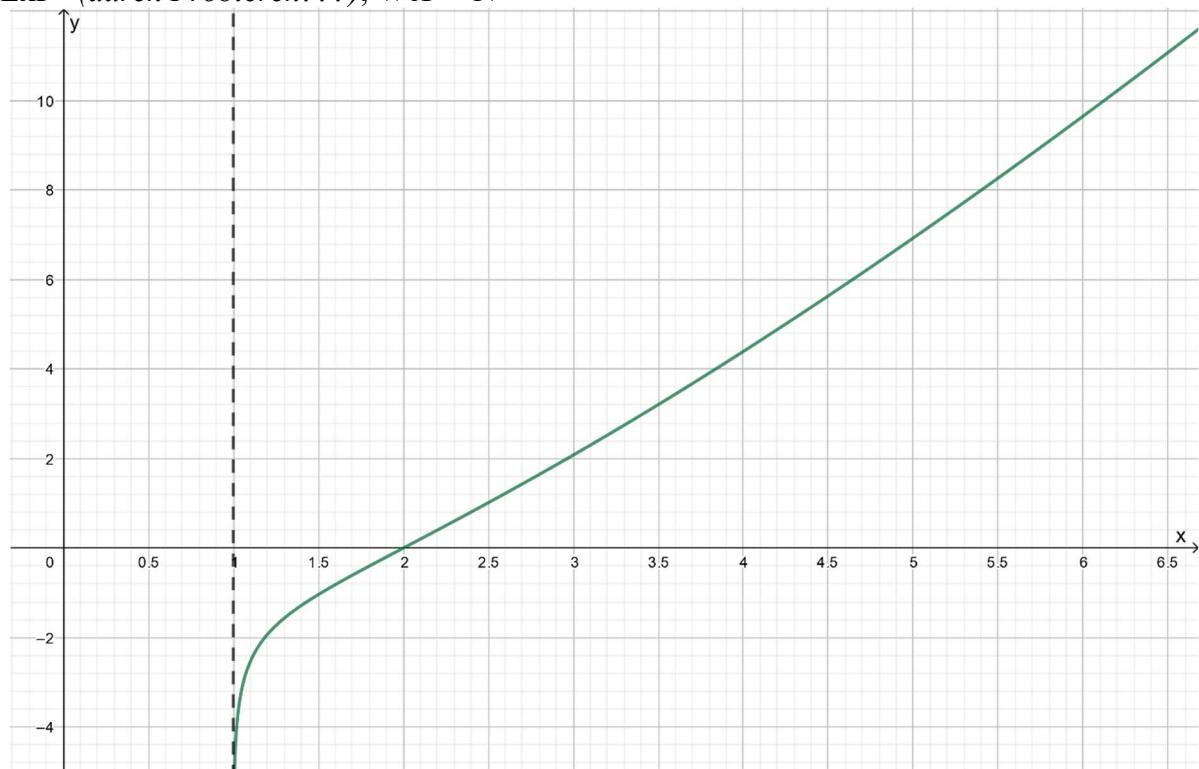
s. As.: $x = -2$ und $x = 2$

keine ExP; keine WeP



r) $D_f =]1; \infty[$
 kein S_y ; $N(2|0)$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 keine Symmetrie zum KS

s. As.: $x = 1$
 keine ExP (durch Probieren??); WeP = N

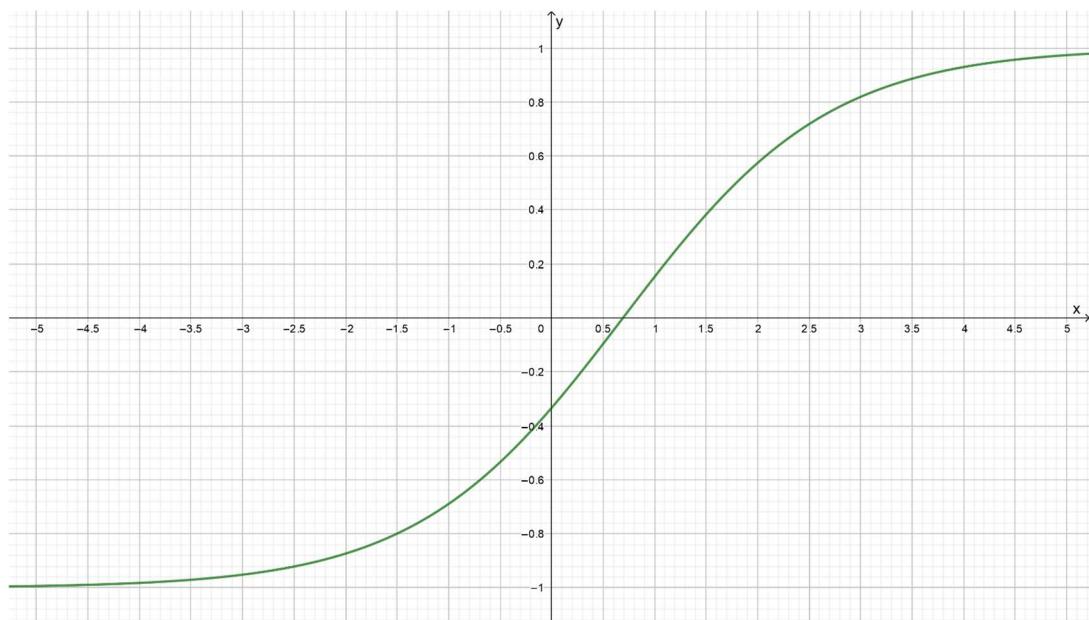


87/3

- a) $D_g =]-2; 2[$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -\infty$; $x_{1,2} = \pm 1$
 b) HoP(0|ln(2))

T108/4

- b) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS (aber zum WeP); $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1^+$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1^-$
 $S_y\left(0 \left| -\frac{1}{3}\right.\right)$, $N(\ln(2)|0)$; keine ExP; WeP = N; $W_f =]-1; 1[$



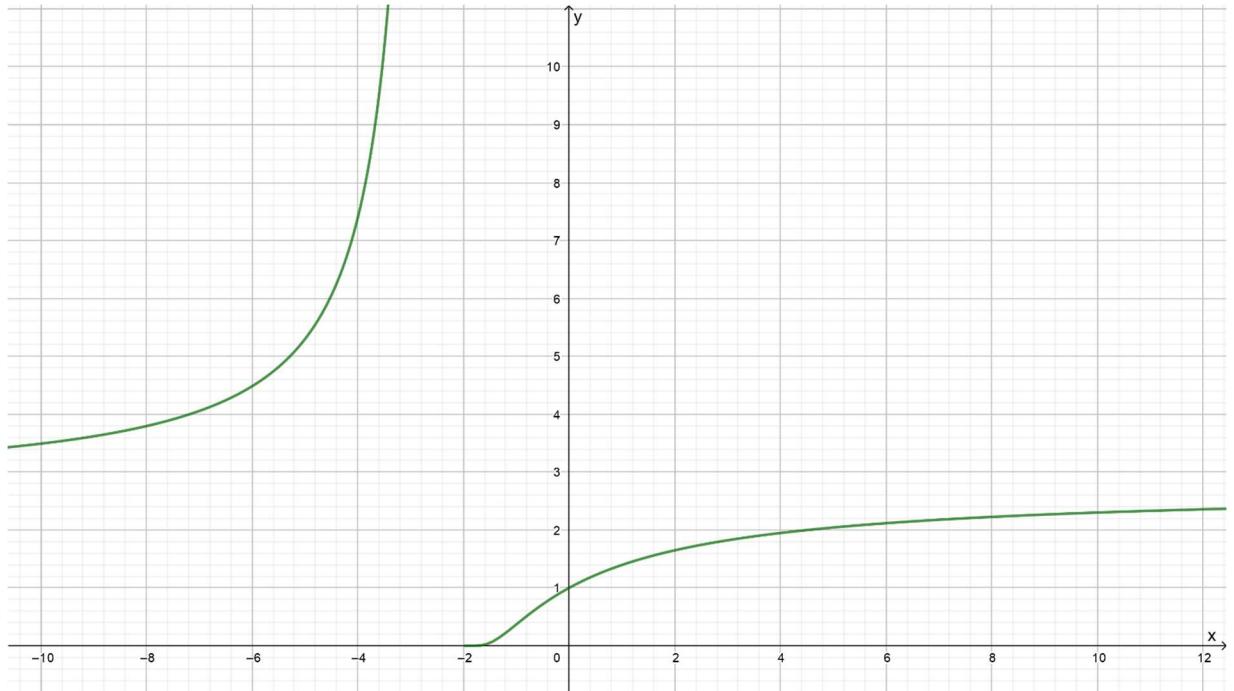
c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; nicht symm. zum KS

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = e^{\mp}; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 0^+$$

$S_y(0|1)$, keine N

keine ExP; WeP($-1|e^{-1} \approx 0,37$)

$$W_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{e\}$$



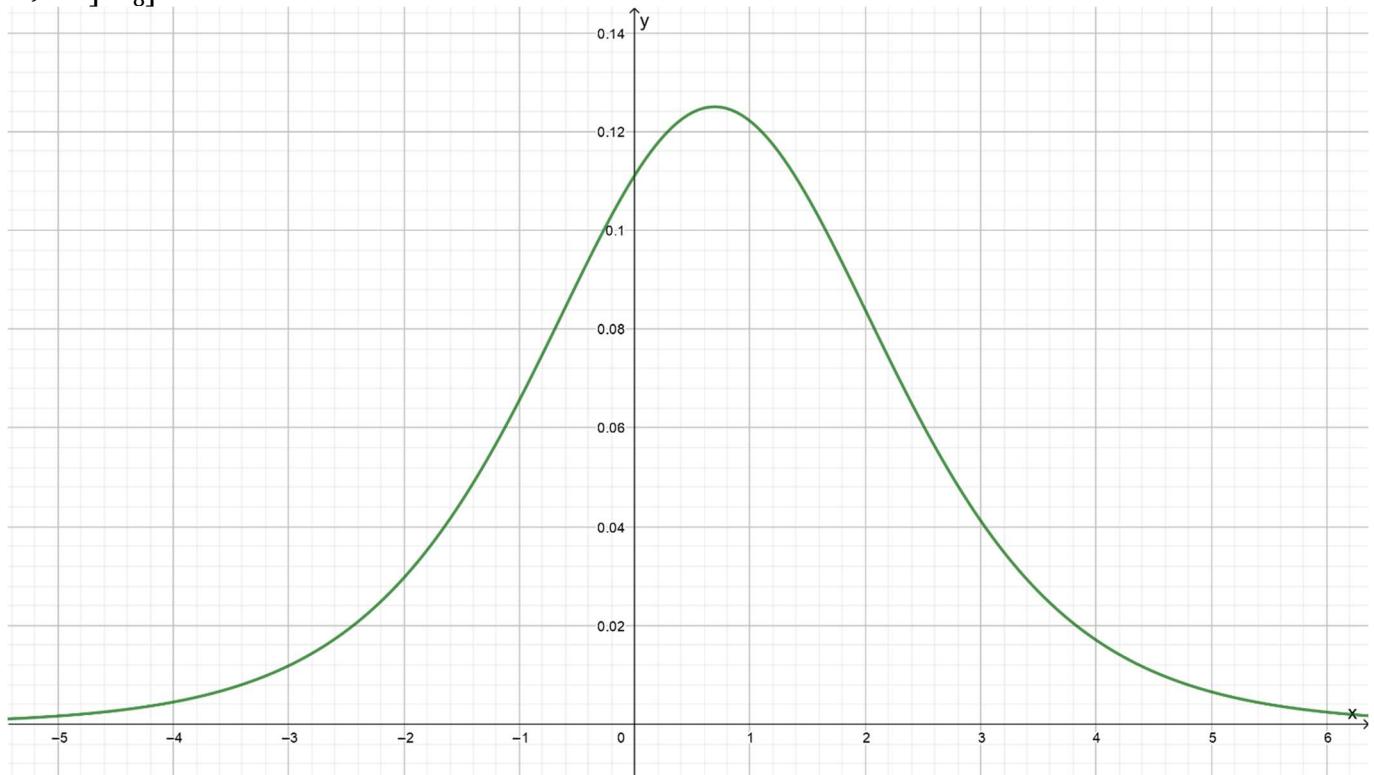
d) $D_f = \mathbb{R}$; nicht symm. zum KS (aber zu $x = \ln(2)$); $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$

$$S_y(0 \left| \frac{1}{9} \right.), \text{ keine N; } H_o P \left(\ln(2) \left| \frac{1}{8} \right. \right)$$

$$W_e P_1 \left(\ln(4 - 2\sqrt{3}) = \ln(2) - \ln(2 - \sqrt{3}) \approx -0,62 \left| \frac{1}{12} \right. \right);$$

$$W_e P_2 \left(\ln(4 + 2\sqrt{3}) = \ln(2) + \ln(2 + \sqrt{3}) \approx 2,01 \left| \frac{1}{12} \right. \right)$$

$$W_f = \left[0; \frac{1}{8} \right]$$



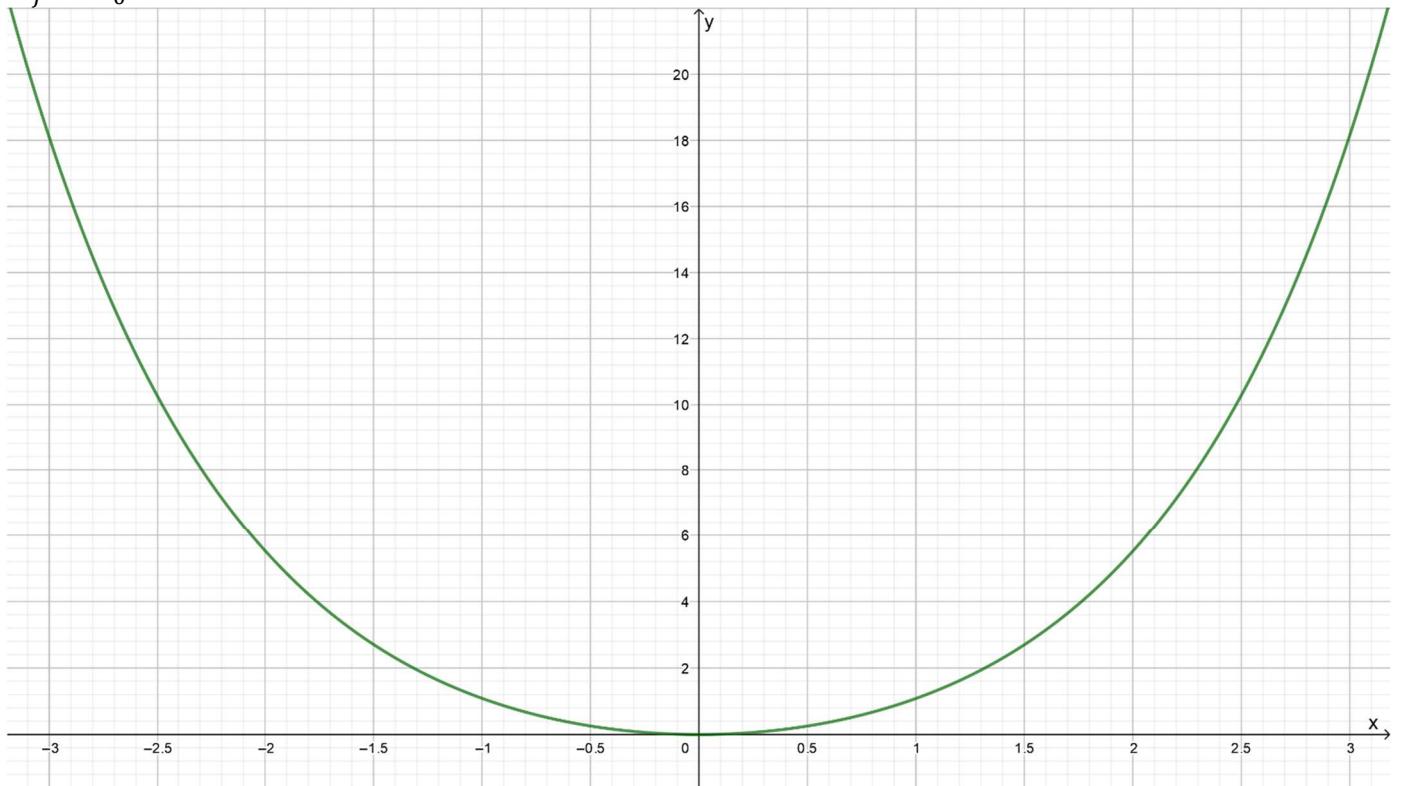
e) $f(x) = e^x - 2 + e^{-x}$!

$D_f = \mathbb{R}$; symm. zur y-Achse

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$$

$S_y(0|0) = N_{1,2} = \text{TiP}$; keine WeP

$$W_f = \mathbb{R}_0^+$$



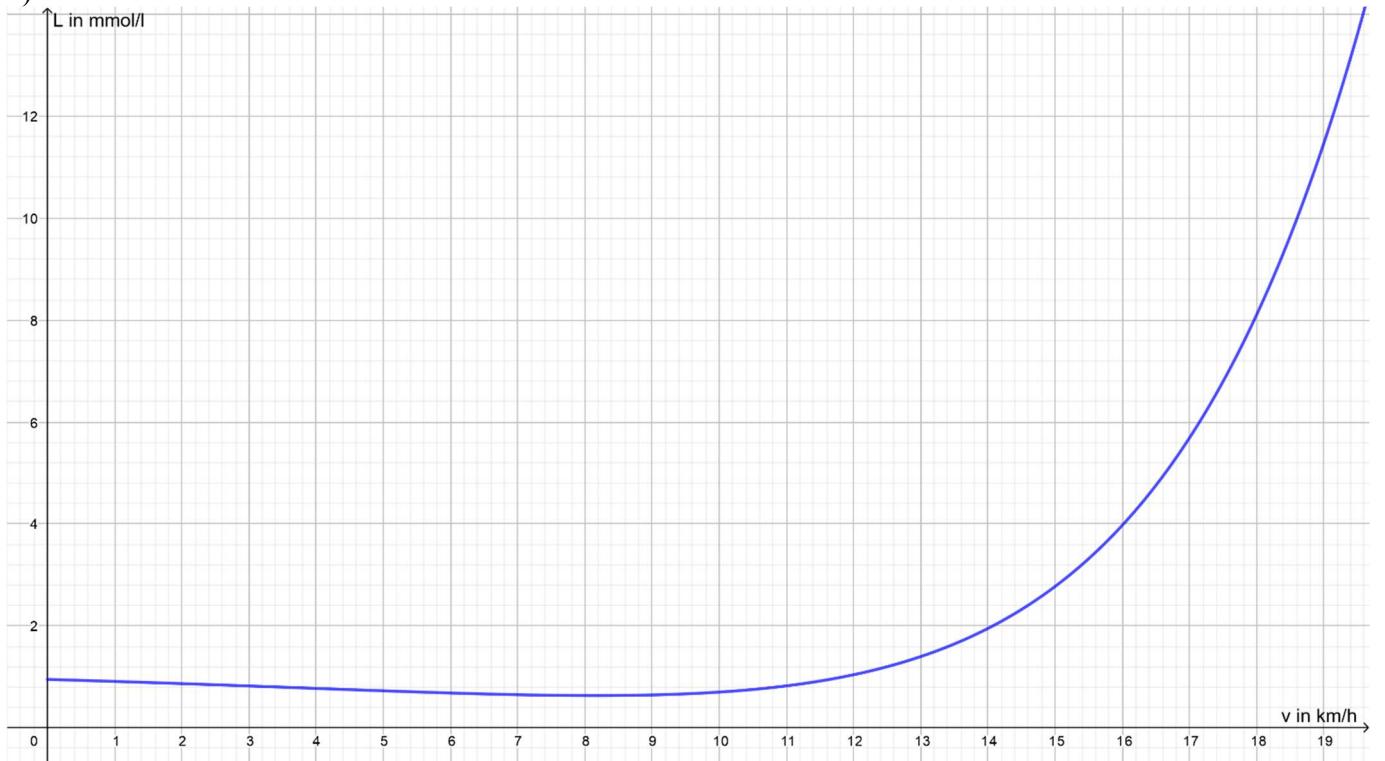
III.5 Anwendungen

88/6

a) $L(0) = 0,95 \rightarrow \dots b = 1,20; L(7) = 0,65 \rightarrow \dots a = \frac{\ln(5)}{7} \approx 0,23$

b) Die Laktatkonzentration nimmt bis zu einer Geschwindigkeit von 8,15 km/h (streng monoton) ab, hat bei dieser Geschwindigkeit ihren minimalen Wert von etwa 0,63 mmol/l und nimmt dann wieder (streng monoton) zu.

c)



d) nach Methode 1: $v = 2(\ln(2) + 7) \approx 15,39$ (km/h); nach Methode 2: $v \approx 16$ (km/h)

88/7

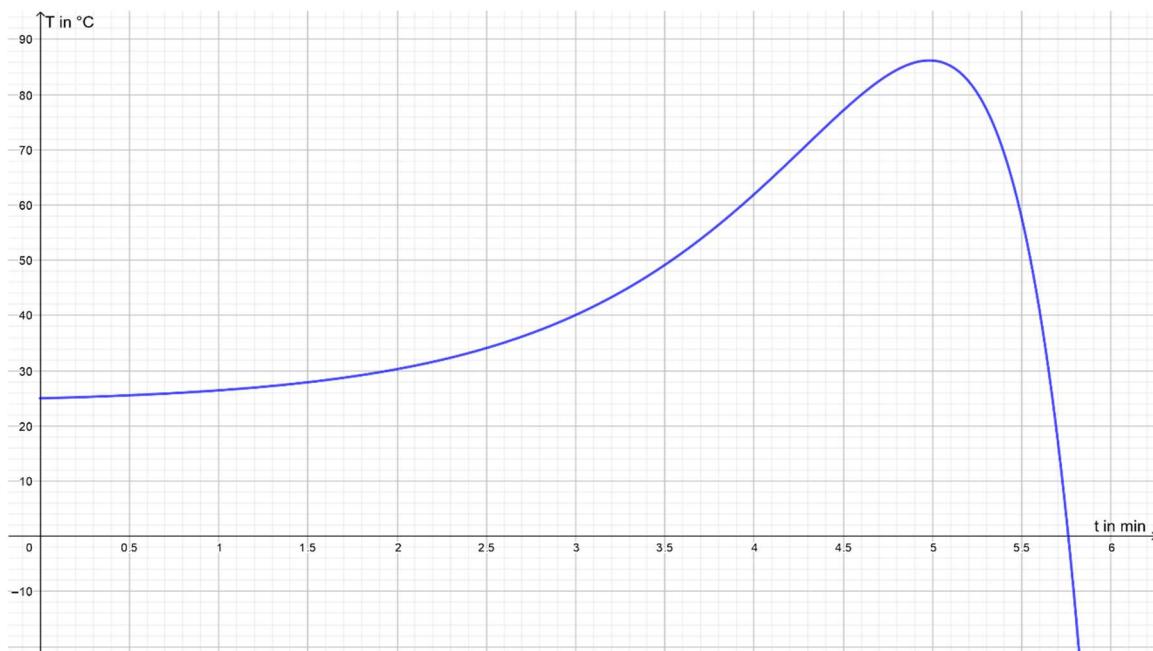
a) $T(0) = k + m = 0,85; T(3) = e^6k + e^3m = 15,95 \rightarrow m = \frac{0,85^6 - 15,95}{e^6 - e^3} \approx 0,853; \dots k \approx -0,00293$

drei geltende Ziffern ergeben hier mehr Sinn als drei Nachkommastellen!

b) $T_{\max} \approx 86,2^\circ\text{C} < 90^\circ\text{C}$

c) $\dot{T}_{\max} \approx 31,0^\circ\text{C/min} < 35^\circ\text{C/min}$

d)



96/2

a) $f(x) = 70 \cdot 0,97^{x-1}$

b) Am 3. Tag schafft er etwa 65,9 km.

c) Ab dem 20. Tag schafft er nur noch höchstens 40 km täglich.

96/3

a) $f(t) = a \cdot 0,5^{\frac{t}{7,2}}$

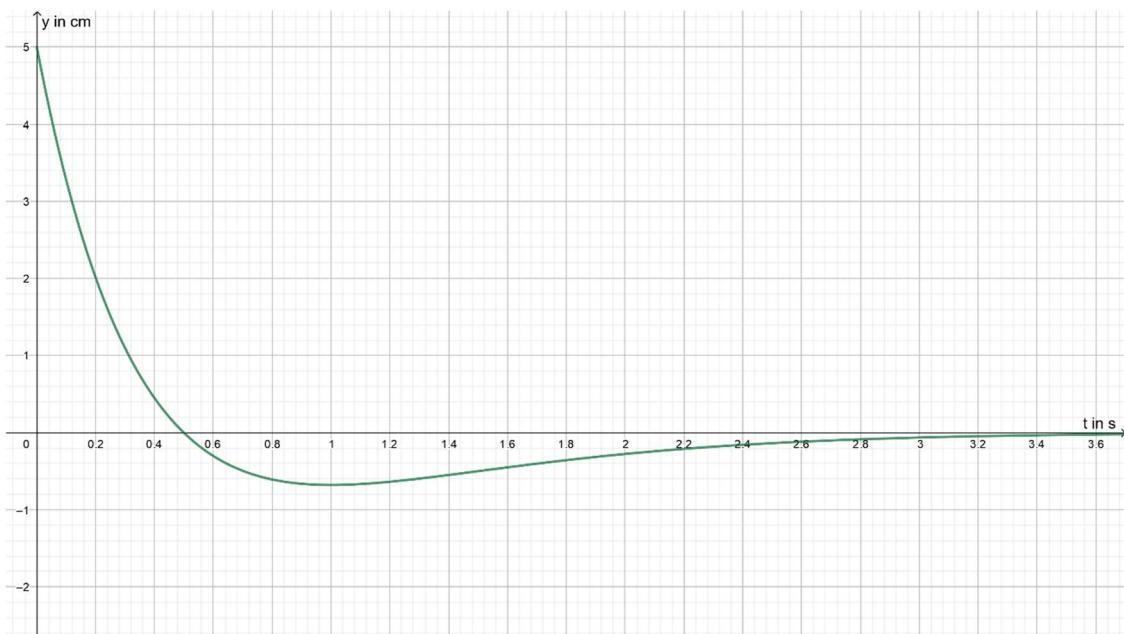
b) Nach 30 Tagen sind noch etwa 5,57% der Anfangsmenge übrig.

c) Nach etwa 88,5 Tagen sind weniger als 0,02% der Anfangsmenge übrig.

96/4

a) Nach 0,5 s schwingt der Körper durch die Gleichgewichtslage, nach 1 s erreicht die Auslenkung den Umkehrpunkt.

b)



96/6 vgl. T12 113/4

a) $w(0) = 3,35 \rightarrow B = 3,25; w(6) = 3,15 \rightarrow k = \frac{\ln(11)}{3} \approx 0,80$

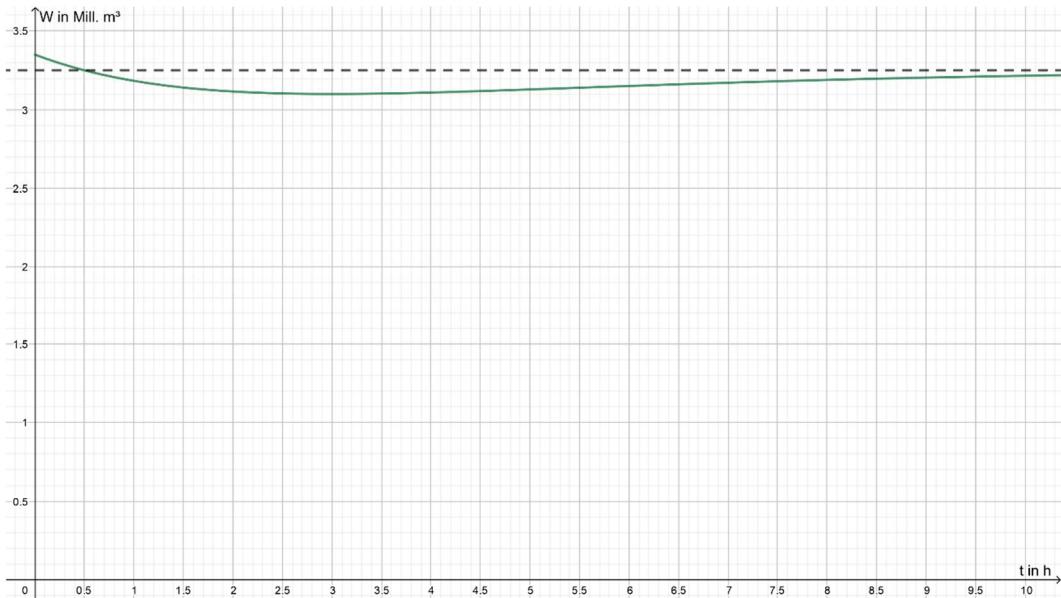
b) Nach 30 Stunden ist der Wasserbestand etwa 3,25 Millionen m^3 .

c) Die Schleusen werden nach 3 Stunden geschlossen, denn danach steigt der Wasserbestand wieder an. Der minimale Wasserbestand wird um etwa 3,3% überschritten.

d) Unklar, was hier gefragt ist. Durchflussmenge bei $t = 0$, also $\dot{W}(0) \approx -0,24 \text{ Mill. m}^3 \text{ pro Tag}$? oder ist die Wassermenge von $t = 0$ bis zum Schließen der Schleusen gemeint, also $W(0) - W(3) \approx 0,25 \text{ Mill. m}^3$?

e) Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Graph von W der waagrechten Asymptote $W = 3,25$ an, d. h. auf lange Sicht nähert sich der Wasserbestand an 3,25 Millionen m^3 an. (Teil (b): Nach 30 Stunden ist dieser Wasserbestand schon praktisch erreicht!)

f)



97/7

a) $A(0) = 10 \rightarrow k = 0,05; \quad A(39) = 35 \rightarrow \dots m = \frac{\ln\left(\frac{20}{71,05}\right)}{39} \approx -0,0325$

b) A: maximal nach etwa 63,1 (Jahren), nämlich etwa 40,0 (Mrd. Tonnen)

B: maximal nach etwa 55,0 (Jahren), nämlich etwa 35,5 (Mrd. Tonnen)

c) $A(94) - B(94) \approx 6,42$; A ist um etwa 22,0% größer

Die prozentuale Abweichung ist hier nicht zwingend auch maximal. (Bsp.: Zu irgendeinem Zeitpunkt könnte A = 10 und B = 5 sein; dann wäre die absolute Abweichung 5, also kleiner als hier, die prozentuale Abweichung aber 100%, also größer als hier.)

d) $\dot{A}(100) \approx -0,236; \quad A(100) \approx 34,2; \quad \dot{B}(100) \approx -0,222; \quad B(100) \approx 27,8$

Im Szenario A ist der CO₂-Ausstoß nach 100 Jahren also (deutlich) größer als im Szenario B, nimmt aber auch (etwas) schneller ab. Die prozentuale Abweichung ist hier etwa 22,9%, also tatsächlich größer als nach 94 Jahren (dem Zeitpunkt, als die absolute Abweichung am größten war).

88/5

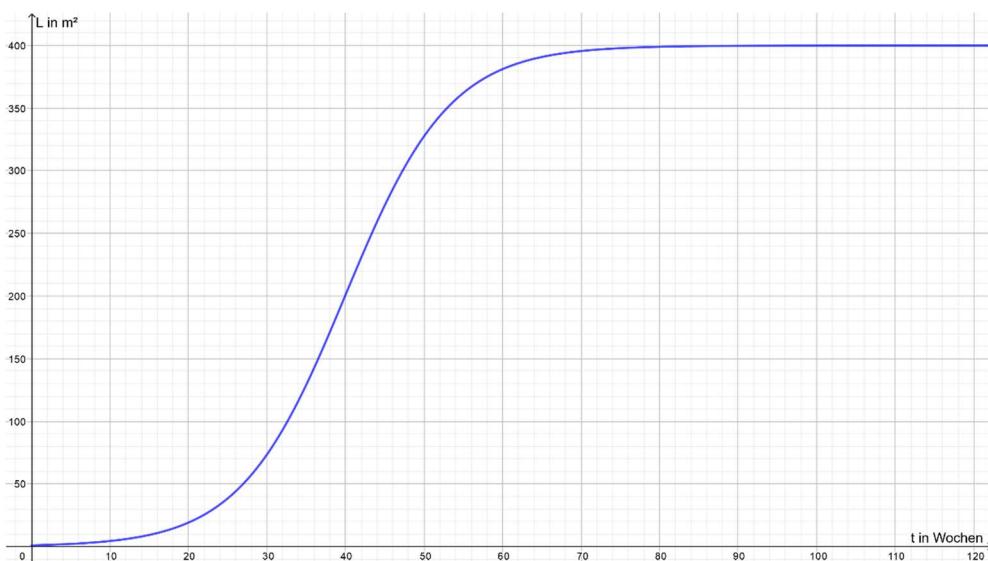
a) $L(0) = 1$, d. h. zu Beginn nehmen die Pflanzen eine Fläche von 1 m² ein.

b) $L(t) < 400$ hat die Lösungsmenge \mathbb{R}_0^+ ; 2. Weg: ?

c) $\dot{L}(t) = \dots = \frac{399 \cdot 60 \cdot e^{-0,15t}}{(1+399 e^{-0,15t})^2} > 0 \rightarrow G_L$ ist in D_L sms \rightarrow Die von den Pflanzen bedeckte Fläche nimmt ständig zu.

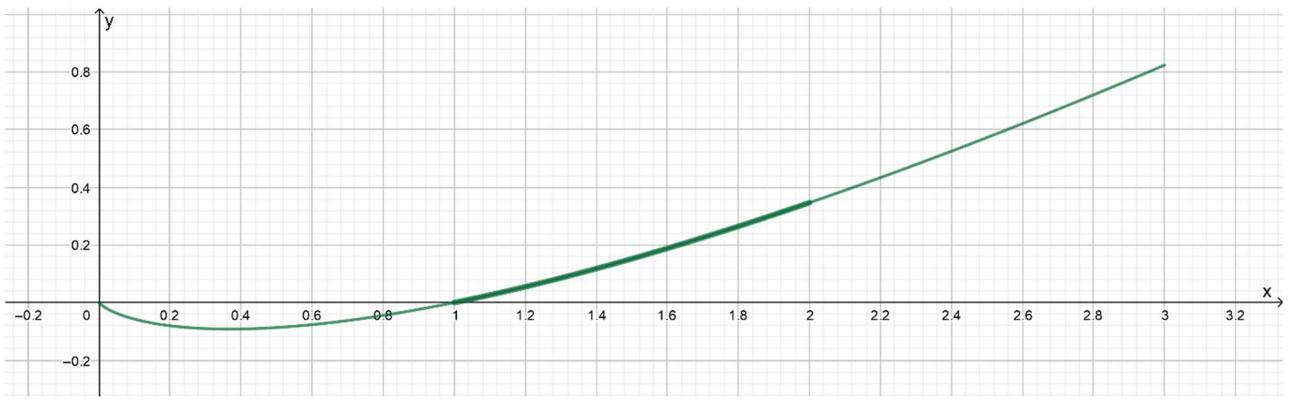
d) $t = \frac{\ln(399)}{0,15} \approx 39,9 \rightarrow$ Nach knapp 40 Wochen nimmt der Flächeninhalt am schnellsten zu.

e)



95/7

a)



b) $A = \frac{1}{16} (8 \ln(2) - 3) \approx 0,159$

c) $m \approx 239 \text{ kg}$

95/8

a) $D_f =]-\infty; 5[$; 5 m breit

b) $\frac{4}{e} \approx 1,47 \text{ (m)}$

III.6 Wiederholung: Integrale mit ln- und e-Funktionen

95/8

a) $D_f =] -\infty; 5[$; 5 m breit

b) $\frac{4}{e} \approx 1,47$ (m)

c) $F'(x) = \dots = f(x)$

$\int_0^{3,16} f(x)dx = F(3,16) - F(0) \approx 2,97$ = Querschnittsfläche desjenigen Teils des Deichs, der links vom höchsten Punkt liegt

95/1

a) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

e) $\frac{5}{2}e^{2x+2} + C$

b) $\frac{2}{5}e^{5x} + C$

f) $-0,1e^{-2x-2} + C$

d) $-\frac{1}{6}e^{-2x} + C$

g) $2x + \frac{1}{3}e^{3x-1} + C$

d) $\frac{1}{2}e^{2x+1} + C$

h) $\frac{4}{3}x^3 - 3x - \frac{1}{2}e^{2x} + C$

95/6

a) $\frac{1}{3}e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x+7} + C$

h) $-\frac{1}{9}e^{-3x} - \frac{1}{5}x^5 + C$

97/9 c) $= -e^{-x+2} + 3x + C$

98/12

f) $e - e^{-1} \approx 2,35$ (9)

g) $12 + 2(e - e^2) \approx 2,66$ (7)

h) $2 + e^{-4} - e^{-2} \approx 1,88$ (6)

i) $-8e^{-2} + 4e^{-1} \approx 0,39$ (2)

Praktisch alle Graphen lassen sich auch ohne Berechnung der Integrale zuordnen, wenn man sich die Nullstellen, die Polstellen und das Grenzverhalten anschaut.

98/13

a) $\frac{1}{2}(e - e^{-3})$

III.7 Integrale, die auf ln führen (?)

95/2

- a) $\frac{1}{2} \ln|4x - 1| + C$
- b) $-2 \ln|3 - x| + C$
- c) $-\frac{3}{2} \ln|1 - 2x| + C$
- d) $-\frac{2}{3} \ln|2 - x| + C$
- e) $\frac{1}{2} \ln|2x^2 - 6x + 4| + C$

- f) $\frac{2}{3} \ln|3x^2 + 3x + 1| + C$
- g) $-\frac{1}{4} \ln|(8x - 2)^2 + 1| + C$
- h) $\ln|(x - 3)^3 + 27| + C$
- i) $\frac{1}{6} \ln|4x^3 + 3x^2 + 8| + C$
- j) $\frac{1}{2} \ln|4x^4 + 3x^2 - 5| + C$

95/3

- a) **nicht im Lehrplan NT13!**
- b) 4 (keine PD nötig!)
- c) **nicht im Lehrplan NT13!**
- d) $\frac{1}{3} \ln(2)$ (keine PD nötig!)

- e) 0,5 (keine PD nötig!)
- f) $-\frac{17}{3} + 10 \ln\left(\frac{3}{2}\right)$
- g) **nicht im Lehrplan NT13!**
- h) $-\frac{2}{3}$

95/5

$$\int \frac{1}{mx+t} dx = \frac{1}{m} \int \frac{m}{mx+t} dx = \frac{1}{m} \int \frac{(mx+t)'}{mx+t} dx$$

Mit $f(x) = mx + t$ folgt dann die angegebene Formel.

III.8 Partielle Integration

95/4

a) $\frac{1}{5}x(x-1)^5 - \frac{1}{30}(x-1)^6 + C$

b) $\frac{1}{9}(2x+5)(x+2)^9 - \frac{1}{45}(x+2)^{10} + C$

c) $-2(x+1)e^{-x} + C$

d) $-\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{4}{27}\right)e^{-3x} + C$

e) $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{1}{9}x^3 + C$

f) $-\frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{x} + C$

g) $(x^2 - 2x + 2)e^x + C$

h) $-\frac{1}{3}x^3 \ln(x) + \frac{4}{9}x^3 + C$

i) $(2x^3 - 2x) \ln(x) - \frac{2}{3}x^3 + 2x + C$

j) $(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x + C$

95/6

a) $\frac{1}{3}e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x+7} + C$

b) $x + 3 \ln|x| + C$

c) $\left(\frac{1}{3}x^3 + x\right) \ln(x) - \frac{1}{9}x^3 - x + C$

d) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \ln|x-2| + C$

e) $3 \ln|x-1| + C$

f) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x} + C$

g) $\frac{1}{2}x^2 + x \ln(x) - x + C$

h) $-\frac{1}{9}e^{-3x} - \frac{1}{5}x^5 + C$

i) $5(x \ln(x) - x) + C$

j) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$

96/5

- a) absolutes Maximum für $t = 5$ (Mototonie!); $n(5) = 2$ b) $\int_0^{24} n(t) dt = -2(29e^{-3,8} - 5e) \approx 25,89$
 c) etwa 6,47% d) $\lim_{t \rightarrow \infty} n(t) = 0$

Beurteilung: Realistischer wäre natürlich ein Modell, bei dem die Schmerzmittelgabe nach endlicher Zeit beendet wird.

97/9 Die Fehler sind im Folgenden jeweils **rot** markiert.

a) $\int_1^2 (1 + 9x^{-2}) dx = [\cancel{x} - 9x^{-1}]_1^2$

b) $= \left[2(3x+4)^{-1} \cdot \frac{1}{3} \right]_0^1$

c) $= -e^{-x+2} + 3x + C$

d) $= [1 \cdot \ln|2x+1|]_1^0$

e) $= \int_3^5 \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{(2x-2)^2} \right) dx = \left[\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}(2x-2)^{-1} \right]_3^5$

f) $= [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - [e^x]_0^1 = e - (e-1) = 1$

g) $= \frac{1}{2} \ln|\cancel{x^2} + 1| + C$

97/11 a) gelb b) grün c) grün, dann gelb d) rot

98/12

a) $8 \ln(2) - 2 \approx 3,55$ (4)

d) $\frac{3}{2}(\ln(2))^2 \approx 0,72$ (3)

g) $12 + 2(e - e^2) \approx 2,66$ (7)

b) $12 \ln(2) - 4 \approx 4,32$ (8)

e) $6 \ln(2) - 8 \approx -3,84$ (1)

h) $2 + e^{-4} - e^{-2} \approx 1,88$ (6)

c) **kein Schulstoff!** (5)

f) $e - e^{-1} \approx 2,35$ (9)

i) $-8e^{-2} + 4e^{-1} \approx 0,39$ (2)

Praktisch alle Graphen lassen sich auch ohne Berechnung der Integrale zuordnen, wenn man sich die Nullstellen, die Polstellen und das Grenzverhalten anschaut.

98/13

a) $\frac{1}{2}(e - e^{-3})$

d) $2e - 1$

g) $\frac{1}{9}$

b) - (Polstelle!)

e) $\frac{8}{3}\ln(2) - \frac{7}{3}$

h) - (divergiert für $x \rightarrow \infty$)

c) 0,5

f) -1

i) $\frac{1}{5}\ln(3)$

98/14

$h = 10 \text{ m} \cdot f(0,5) \approx 4,3979 \text{ m}$

$\int_0^{0,5} f(x) dx = F(0,5) - F(0) \approx 0,07309$

$A = 2 \cdot (0,07309 \cdot 100 \text{ m}^2 + h \cdot 2 \text{ m}) \approx 32,209 \text{ m}^2$

$V = A \cdot 100 \text{ m} \approx 3221 \text{ m}^3$

III.9 Uneigentliche Integrale

„unendlich breite“ Flächen:

48/3

- a) 2500
- b) 4
- c) 3
- d) –

48/5

a) $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{5} \approx \pm0,45$

b) $A = \frac{10}{3}\sqrt{5} \approx 7,45$

Da der Graph von f symmetrisch zur y-Achse ist, ist die entsprechende Fläche im zweiten Quadranten genauso groß.

50/6 i) $A = 2$

97/8

b) wahr (wie auch übliche bestimmte Integrale gibt es ja eine(n) Flächeninhalt/-bilanz an)

f) wahr (x geht gegen unendlich, die Länge des Funktionsgraphen auch)

„unendlich hohe“ Flächen:

48/3

- e) –
- f) 300
- g) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{25} \approx 4,39$ (*wenn Kubikwurzeln aus negativen Zahlen erlaubt sind*)
- h) –