

Nummern auf Übungsblättern geändert???

Lösungen II.1

a) Wiederholung: Potenzgesetze

62/13 a) y^5 b) x^{12} c) y^2 d) x^5 e) x^9 f) y^6 g) 1 h) y^{-3}

62/14 a) y^2 b) x c) y^3 d) x^n e) x^{-1} f) y^{-2} g) x^8 h) y^4

63/15 a) $(xy)^6$ b) $(xy)^{-1}$ c) $(ab)^k$ d) $(ab)^{2n}$

63/16 a) $(5x)^2$ b) $(6z)^3$ c) $\left(\frac{2}{3}r\right)^2$ d) $\left(\frac{1}{2}k\right)^5$

63/17 a) $144a^2$ b) $8x^3$ c) $100\,000\,a^5$ d) $0,0001\,a^4$

63/18 a) $\left(\frac{x}{y}\right)^6$ b) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \left(\frac{y}{x}\right)^2$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^k$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{3n}$

63/19 a) $2^4 = 16$ b) $4^{-1} = 0,25$ c) 3^k d) $7^{-k} = \frac{1}{7^k} = \left(\frac{1}{7}\right)^k$

64/20 a) a^6 b) x^4 c) $(u+1)^{12}$ d) x^{2n}

64/21 a) 5^{14} b) 2^{15} c) 7^{-10} d) 3^{-12}

Blatt:

1) a) $\sqrt[4]{8}$ b) $\sqrt[3]{25}$ c) $\sqrt[3]{1296}$ d) $\sqrt{100000}$ e) $\sqrt{3}$ f) $\frac{1}{\sqrt[5]{4}}$ g) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ h) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$ i) $\sqrt{2}$ j) $\sqrt[5]{4}$

k) $\sqrt[10]{27}$ l) $\sqrt[4]{125}$ m) $\sqrt{16807}$ n) $\frac{1}{\sqrt[5]{16}}$ o) $\frac{1}{\sqrt[5]{729}}$ p) $\frac{1}{\sqrt[5]{279936}}$

2) a) $5^{1/2}$ b) $6^{1/3}$ c) $2^{1/4}$ d) $24^{2/3}$ e) $11^{6/5}$ f) $7^{3/4}$ g) 5^3 h) $18^{2/3}$ i) $2^{-1/2}$ j) $4^{-1/3}$ k) $12^{-3/4}$ l) $7^{-2/3}$

3) a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{5}$ i) $\frac{1}{\sqrt[5]{16}}$ j) $\frac{1}{9}$ k) $\frac{1}{49}$ l) $\frac{1}{9}$ m) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4) a) $\sqrt{10}$ b) $\sqrt{5}$ c) 81 d) 2 e) $\sqrt[5]{625}$ f) $\sqrt{2}$ g) $\sqrt[3]{9}$ h) $\sqrt[5]{4}$

5) a) $5^{3/4}$ b) $3^{7/12}$ c) $2^{1/2}$ d) $4^{1/12}$ e) $2^{3/10}$ f) $3^{1/10}$ g) $10^{1/6}$ h) $6^{-7/6}$ i) $2^{-1/6}$

6) a) $6^{1/4}$ b) $8^{2/5}$ c) $2^{-1/2}$ d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{1/3}$ e) $2^{2/5}$ f) $5^{0,4}$

7) a) 4 b) 9 c) $5^{1/6}$ d) $2^{-3/10}$ e) $3^{3/5}$ 8) a) 3,322 b) 51,537 c) 0,666 d) 0,088 e) 0,064 f) 1,380

9) a) 3 b) $5^{\sqrt{3}}$ c) $2^{\sqrt{3}}$ d) $10^{\sqrt{3}}$ e) $\frac{1}{46656}$ f) 27 g) $4^{\sqrt{2}}$ h) $12^{2+\sqrt{6}} = 144 \cdot 12^{\sqrt{6}}$

b) Exponentialfunktionen: Begriff und Eigenschaften

58/8 a) $y = 5^x$ b) $y = 0,5^x$ c) $y = \sqrt{8}^x$ d) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

66/23 a) $f(x) = 8 \cdot 1,5^x$ b) $f(x) = 3 \cdot 0,2^x$ c) $f(x) = -2 \cdot 3^x$ d) $f(x) \approx 600 \cdot 1,2^x$

66/24 1) $f(x) = 3 \cdot \sqrt{2}^x$ 2) $f(x) = 2 \cdot 1,5^x$ 3) $f(x) = 3 \cdot 0,5^x$

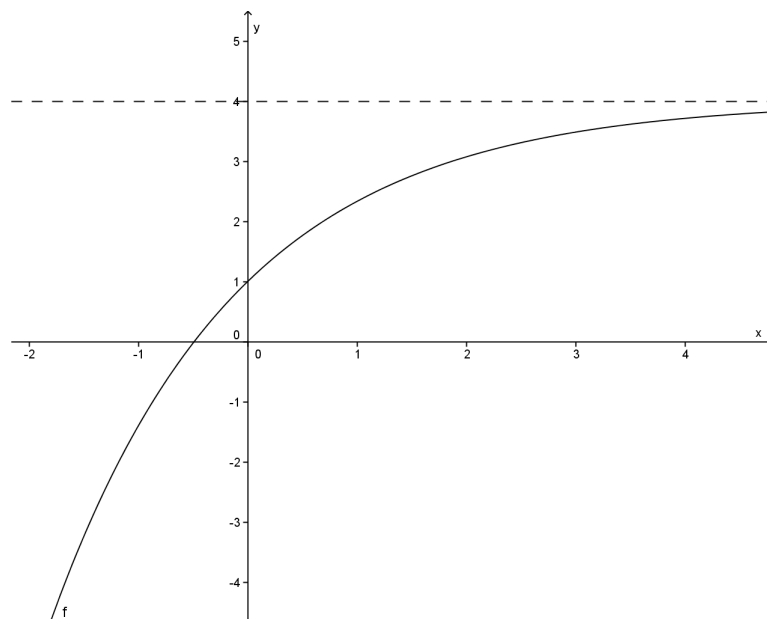
66/25

a)

x	-5	-1	0	1	2	3	5
f(x)	-52,7	-1,4	1,0	2,3	3,1	3,5	3,8

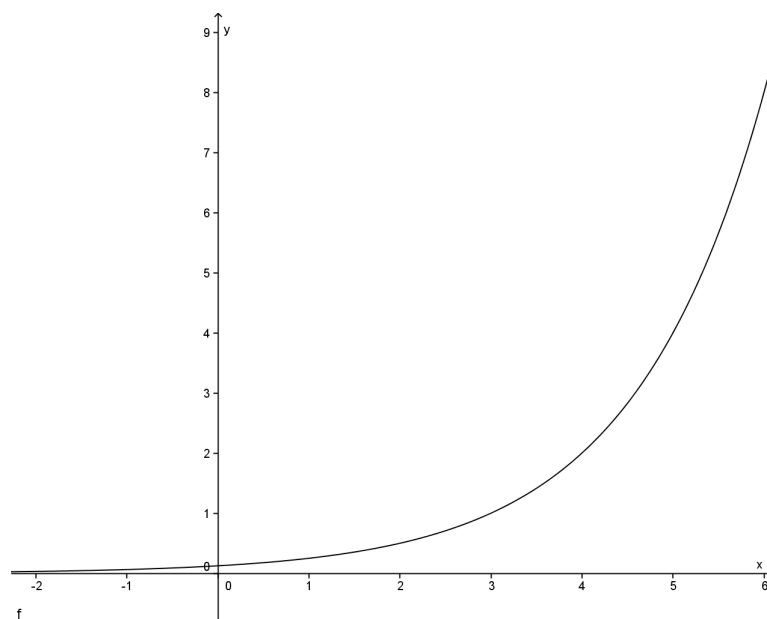
b) $f(x) \rightarrow 4$ für $x \rightarrow \infty$; $f(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow -\infty$

c) Asymptote: $y = 4$; $\mathbb{W} =]-\infty; 4[$



66/26

a) G_f : durch Verschieben um 3 nach rechts; G_g : durch Stauchen mit Faktor $\frac{1}{8}$ in y-Richtung



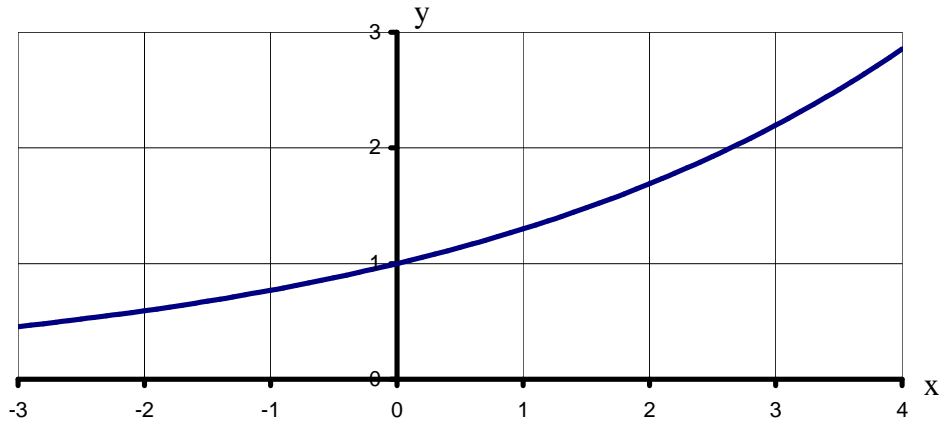
$G_f = G_g$, weil $f(x) = 2^{x-3} = 2^x \cdot 2^{-3} = 2^x \cdot \frac{1}{8} = g(x)$

b) $f(x) = b^{x+c} = b^x \cdot b^c = a \cdot b^x$, wenn man zur Abkürzung $a = b^c$ setzt

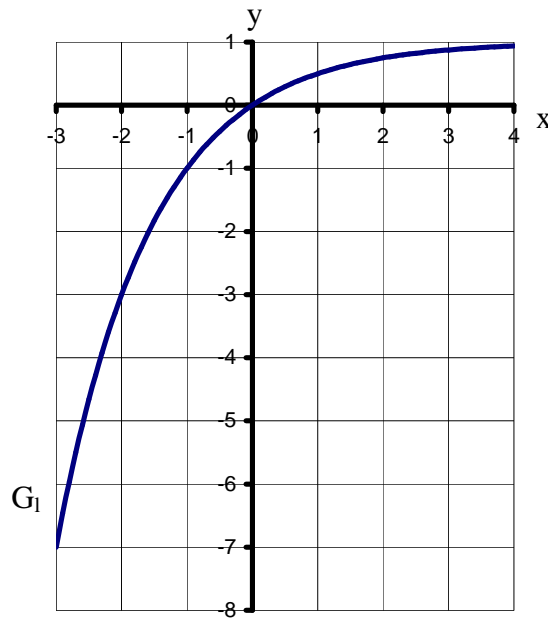
Blatt:

10) $f(x+1) = a^{x+1} = a^x \cdot a^1 = a \cdot a^x = a \cdot f(x)$

x	0	1	2	3	4	-1	-2	-3
$1,3^x$	1	1,3	1,69	2,197	2,8561	$\approx 0,769$	$\approx 0,592$	$\approx 0,455$



11) b) G_g : um 1 nach unten verschoben; G_h : um 1 nach rechts verschoben; G_k : an y-Achse gespiegelt; G_l : an y-, dann an x-Achse gespiegelt, dann um 1 nach oben verschoben



12) a) $f(x) = \sqrt{3}^x$ b) $x > 12$ bzw. $x < -4$ c) $g(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x$

13) a) $f(x) = a^2 \cdot a^x$ b) $f(x) = \frac{1}{a} \cdot a^x$ c) $f(x) = a \cdot a^{-x}$ d) $f(x) = 3a^2 \cdot a^{-x}$

c) Exponentielles/r Wachstum/Zerfall

59/9 a) $A(d) = 1,5^d$ b) $\approx 17,1 \text{ m}^2$; $\approx 765 \text{ m}^2$ c) etwa 21 Tage

59/10

a)

Feld	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Reiskörner	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768	65536

18 19 20

131072 262144 524288

b) $2^{63} \approx 9,2$ Trillionen Reiskörner

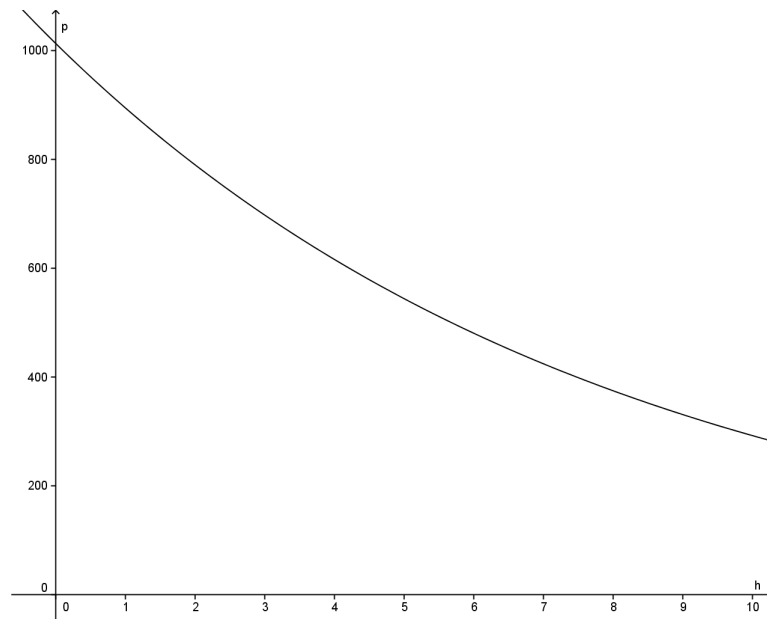
d) etwa 1,8 Millionen €

c) drei Reihen: 24 Felder \rightarrow 16 777 216 Reiskörner \rightarrow etwa 5,6 Tonnen Reis; die Familie braucht 5 Tonnen Reis \rightarrow passt!

67/27

a)

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h	1013	894	790	697	616	544	480	424	374	331	292



b) $p(0,008) \approx 1012 = 1013 - 1$

c) in einer Höhe von etwa 5,6 km

Blatt:

1) a) $\frac{1}{64} \text{ m}^2 = 156,25 \text{ cm}^2$ b) 2^{-n} m^2

2) 4,617 Milliarden

3) a) 17 181,86 DM b) 15938,48 DM bzw. 18509,30 DM c) 15600 DM d) 3,71 DM; 4,30 DM

5) vor 12 Jahren: etwa 42 000 fm \rightarrow etwa 18 000 fm, also etwa 10 000 Bäume

6) 2,70 Milliarden 7) 6,6% 8) a) 81,1%; 49,8%; 24,8%; 6,2% b) 29,2%

9) 16971; 2531; 712 10) a) 87,1 mg; 75,8 mg; 66,0 mg; 25 mg b) $y = 100 \text{ mg} \cdot 0,5^{x/8 \text{ Tage}}$

11) pro Jahr: 0,984; 0,978; 0,977; 0,923

Lösungen II.2

a) Grundlagen

68/28 a) 1 b) 2 c) 5 d) 0 e) -1 f) -3 g) -9 h) 0,5

68/29 a) 0,75 b) -0,6 c) $-\frac{5}{3}$ d) $\frac{1}{6}$

69/30 (wo nötig, gerundet auf 2 Nachkommastellen)

a) 1,43 b) -0,12 c) 2,09 d) 0 e) 0,50 f) 5 g) 0,15 h) -0,60

69/31 a) $y \approx 0,6021$ b) $x \approx 1,7160$ c) $n \approx -0,2430$ d) $u \approx 0,5000$ e) $r \approx 2,8000$ f) keine Lösung

69/32 a) $x = 10$ b) $y = 100$ c) $r = 0,1$ d) $z = 1$ e) $c \approx 2,5003$ f) $p \approx 0,0800$

70/33

a) $3 = \log_5 125$ b) $5 = \log_3 243$ c) $-1 = \log_4 0,25$ d) $\frac{3}{2} = \log_9 27$ e) $2 = \log_7 49$ f) $-2 = \log_5 0,04$
g) $3 = \log_2 8$ h) $\frac{1}{3} = \log_8 2$ i) $0 = \log_6 1$

70/34 a) 5 b) -3 c) -0,5 d) $\frac{2}{3}$ e) 1 f) 0 g) 0,5 h) 2 i) 4 j) $\frac{3}{5}$ k) -1 l) 3

70/35 a) -3 b) 3 c) -2 d) 0 e) -1 f) 1 g) 0,5 h) -0,5 i) 1,5

70/36

a) $x = 128$ b) $y = 3^{1,893} \approx 8,00$ c) $p = 12^{0,9266} \approx 9,999$ d) $u = 5^{-1,43} \approx 0,100$ e) $r = \left(\frac{3}{4}\right)^{4,07} \approx 0,310$
f) $z = 0,8^{-8,03} \approx 6,000$

73/40 a) 1 b) 0 c) -1 d) -3 e) $\frac{1}{n}$ f) -0,5 g) $\frac{2}{3}$ h) 1,5 i) 1

73/41 a) 4 b) 0,5 c) 125 d) 3 e) $(x+1)^2$ f) 3^{r-1} g) a^3 h) x^x

Blatt:

1) a) $\log_2 32 = 5$ b) $\log_3 81 = 4$ c) $\log_{10} 10000 = 4$ d) $\log_5 5 = 1$ e) $\log_7 1 = 0$ f) $\log_2 \frac{1}{2} = -1$

g) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ h) $\log_{10} 0,001 = -3$ i) $\log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$ j) $\log_6 \sqrt[3]{6} = \frac{1}{3}$ k) $\log_4 \sqrt[3]{16} = \frac{2}{3}$

l) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{2}$ m) $\log_{10} \frac{1}{\sqrt[4]{1000}} = -\frac{3}{4}$

2) a) 2 b) 4 c) 6 d) 3 e) 3 f) 2 g) 4 h) 1 i) 1 j) 1 k) 0 l) 0 p) -1 q) -1 r) -1 s) -2 t) -2
u) -4 v) -3 w) -4 x) -3 y) -1

3) $\log_2 8 = 3$; $\log_8 2 = \frac{1}{3}$ (also: vertauscht man Basis und Numerus, so ergibt sich der Kehrwert!)

4) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $-\frac{1}{2}$ h) $-\frac{1}{2}$ i) $-\frac{1}{2}$ j) $-\frac{1}{3}$ k) -1 l) -2 m) -3
n) -1 o) -1

5) a) $2^4 = 16$ b) $2^x = 3$ c) $3^y = 5$ d) $10^z = 7$ e) $10^r = 27$ f) $10^s = 50$ g) $10^u = v$ h) $a^b = c$

6) a) $2^x = 10$ b) $3^y = 17$ c) $10^x = 3,2$ d) $10^r = 0,4$ e) $5^x = 7$ f) $4^b = 10$ g) $10^a = 0,4$ h) $10^x = 0,01$

7) a) $x = \log_2 25$ b) $x = \log_3 12$ c) $x = \log_4 3$ d) $x = \lg 23$ e) $y = \lg 17$ f) $r = \lg 68$
g) $x = \lg 0,45$ h) $a = \lg 7$

8) a) $\lg 29 \approx 1,46$ b) $\lg 11 \approx 1,04$ c) $\lg 9 \approx 0,95$ d) $\lg 5 \approx 0,70$ e) $\lg 1 = 0$ f) $\lg 0,4 \approx -0,40$
g) - h) - i) $\lg 2 \approx 0,30$ j) $\lg 0,6 \approx -0,22$ k) $\lg 0,5 \approx -0,30$ l) - m) $-\lg 0,8 \approx 0,10$

n) $-\lg 2,5 \approx -0,40$ o) $-\frac{1}{2} \lg \frac{3}{4} \approx 0,06$ p) $-2 \lg 0,4 \approx 0,80$

9) a) $10^{1,3617}$; $10^{1,1523}$; $10^{1,8021}$; $10^{0,9201}$; $10^{-2,3979}$ b) 3; 7; 0,5; 1; 9; 12; 5

76/45

a) $\log_2 3 + 10$ b) $\log_5 2 + 0,5$ c) $\log_7 5 + \frac{1}{n}$ d) $\lg a - 2$ e) $\lg a + n$ f) $\frac{1}{n} + \frac{1}{m}$

g) $\log_b x + \log_b y + \log_b z$ h) $\log_b x + \log_b(y+z)$

76/46 a) $\log_6 36 = 2$ b) $\log_4 8 = 1,5$ c) $\log_2(5y)$ d) $\lg(x^2 - 1)$ e) $\log_3\left(\frac{9a}{b}\right)$ f) $\lg(20!)$

76/47 z. B.

a) $\log_2(1 + 1) = \log_2 2 = 1$, aber $\log_2 1 + \log_2 1 = 0 + 0 = 0$

b) $\log_2(2 - 1) = \log_2 1 = 0$, aber $\log_2 2 - \log_2 1 = 1 - 0 = 1$

c) $\log_2(2 \cdot 1) = \log_2 2 = 1$, aber $\log_2 2 \cdot \log_2 1 = 1 \cdot 0 = 0$

d) $\log_2 \frac{2}{2} = \log_2 1 = 0$, aber $\frac{\log_2 2}{\log_2 2} = \frac{1}{1} = 1$

76/48

a) $\lg x - \lg y - \lg z$ b) $\lg x + \lg y - \lg(x + y)$ c) $1 + 2 \log_3 x$ d) $3 \lg a - \lg x$

e) $0,5 \log_b a + r$ f) $\frac{1}{m} \lg u - \frac{1}{n} \lg v$ g) $x + 5 \log_5 x$ h) $\frac{1}{3}(2 + \log_2 a + 2 \log_2 b - 0,5 \log_2 c)$

76/49 a) $\log_2 8 = 3$ b) $\lg 10 = 1$ c) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ d) $\log_b 1 = 0$ e) $\log_5 \sqrt[4]{5} = \frac{1}{n}$ f) $\log_8 \sqrt{\frac{1}{16}} = -\frac{2}{3}$

77/50 a) $\log 40$ b) $\log 7$ c) $\log 6$ d) $\log 0,2$ e) $\log \frac{1}{3}$ f) $\log \sqrt{5}$

77/51

a) $\log(3a^4)$ b) $\log\left(\frac{xy^2}{2}\right)$ c) $\log(z^3 \sqrt{a})$ d) $\log\left(\frac{u+1}{u-1}\right)$ e) $\log\left(\frac{x^3}{1+x^2}\right)$ f) $\log(\sqrt[3]{r(r+1)^2})$

g) $\log\left(\frac{p^2}{\sqrt{4-p}}\right)$ h) $\log\left(\sqrt{\frac{2x}{x+a}}\right)$

Blatt:

10) a) 0 b) $-\lg x$ c) $-\lg u$ d) $1 - \lg a$ e) $2 - \lg x$

11) a) $\lg 3 + \lg x$ b) $\lg a + \lg b + \lg c$ c) $\lg 5 + \lg a - \lg x$ d) $\log_2 u + \log_2 v - \log_2 w$

b) $2 \lg u$ b) $3 \lg x$ c) $0,5 \lg x$ d) $-0,5 \log_3 x$

12) a) $\lg u$ b) $5 \lg x$ c) $-\lg a$ d) 0 e) $-\lg 2$ f) 0 g) $0,5 \lg x$ h) 2 i) $\lg 2$ j) $2 \lg x$

13) a) 3 b) 5 c) x d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{1}{8}$ f) x

b) Gleichungen

74/42 a) 0,6309 b) -0,1520 c) 2,5000 d) 4 e) -1,3368 f) 0,8503

74/43 a) $y \approx 3,3219$ b) $x \approx 0,5681$ c) $k \approx 2,6006$ d) $z \approx -4,4609$ e) $q \approx -0,0560$ f) $u \approx 2,5009$

78/52

a) $x = \lg 31 \approx 1,4914$ b) $k = \log_{0,49,02} \approx -2,4004$ c) $t = \frac{\lg 7 + 1}{2} \approx 0,9225$

d) $y = \log_5 1000 - 2 \approx 2,2920$ e) $u = -\log_2 3 \approx -1,5850$ f) $u_{1,2} = \pm \sqrt{-2 \cdot \log_8 0,6} \approx \pm 0,7009$

78/53 a) $x = 2$ b) $z = 1,5$ c) $y = -1$ d) $u_1 = 2; u_2 = -3$ e) $x = -2$ f) $r_1 = 0; r_2 = 3$

79/54

a) $x = \frac{\lg 3}{\lg 3 - \lg 2} \approx 2,7095$ b) $x = \frac{2\lg 6 + 3\lg 5}{2\lg 5 + \lg 6} \approx 1,6788$ c) $u = \frac{\lg 5 - 2\lg 2}{\lg 3 + \lg 2} \approx 0,1245$

d) $r = -\frac{\lg 2}{\lg 5 - \lg 2} \approx -0,7565$ e) $y = \frac{\lg 5 - \lg 4}{\lg 3 - \lg 2} \approx 0,5503$ f) $p = \frac{3\lg 3 + \lg 8 - \lg 5}{2\lg 2 - \lg 3} \approx 13,0903$

79/55

a) $x = 3 - \log_4 3 \approx 2,2075$ b) $x = 3$ c) $x = \log_2 \frac{5}{7} \approx -0,4854$ d) $x_1 = 0; x_2 = \frac{\lg 3}{\lg e}$

e) $x = \frac{\lg 2}{\lg 2} \approx 0,4307$ f) $x_1 = -\frac{\lg 7}{\lg 3} \approx -1,7712; x_2 = 0$ g) $x_1 = 0; x_2 = 2 \lg 7 \approx 1,6902$

h) $x = 2$ i) $x = \frac{\lg 3}{\lg 4} = \frac{\lg 3}{2\lg 2} = \frac{\log_2 3}{2} \approx 0,7925$

79/56

a) $x = 4$ b) $y = \sqrt{10}$ c) $z = 13$ d) $u = \frac{1}{6}$ e) $u = \frac{1}{\sqrt{3}}$ f) $x = 27$ g) $t_{1,2} = \pm \sqrt{2}$

h) $y = -\sqrt[3]{7} \approx -1,9129$ i) $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2} \rightarrow x_1 \approx -3,5414; x_2 \approx 2,5414$

80/57

a) $x = 2 \in \mathbb{D}$ b) $(u = -5 \notin \mathbb{D})$ c) $y = 1 \in \mathbb{D}$ d) $p_1 = 1 \in \mathbb{D}; p_2 = 4 \in \mathbb{D}$ e) $r_1 = 3 \in \mathbb{D} (; r_2 = -2 \notin \mathbb{D})$
f) $x_1 = 4 \in \mathbb{D} (; x_2 = -5 \notin \mathbb{D})$

80/58?

a) $x = 25 \in \mathbb{D}$ b) $x = \sqrt[3]{10} \approx 2,1544 \in \mathbb{D}$ c) $x = \frac{8}{3} \in \mathbb{D}$ d) $x = 4 \in \mathbb{D}$ e) $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \in \mathbb{D}$
f) $x_1 = 6 \in \mathbb{D} (; x_2 = 0 \notin \mathbb{D})$

Blatt:

14) a) 1,7925 b) 1,5546 c) -2,7221 d) -0,8038 e) 0,6151 f) -0,1965 g) -0,7553
h) -0,0977 i) -0,3247 j) -2,3648 k) -0,4767 l) 3,7700

15) a) 1,7782 b) 0,2851 c) -0,3802 d) -3,0196

16) a) 0; 1 b) 2; 3 c) $\frac{1}{2}; 1$ d) $\frac{\lg 2}{\lg 3} \approx 0,6309$; k. w. Lsg. e) 0; -1 f) $\frac{\lg 3}{\lg 7} \approx 0,5646$; k. w. Lsg.

17) a) 3 b) 500,5 c) ± 8 d) 3 (; -2)

c) Logarithmische Darstellung

Übungen: ???

Blatt „Logarithmusfunktionen“:

1) a) $c = 1; a = 2$ b) $c = 2; a = \sqrt{3} \approx 1,73$ c) $c = 3; a = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \approx 0,693$

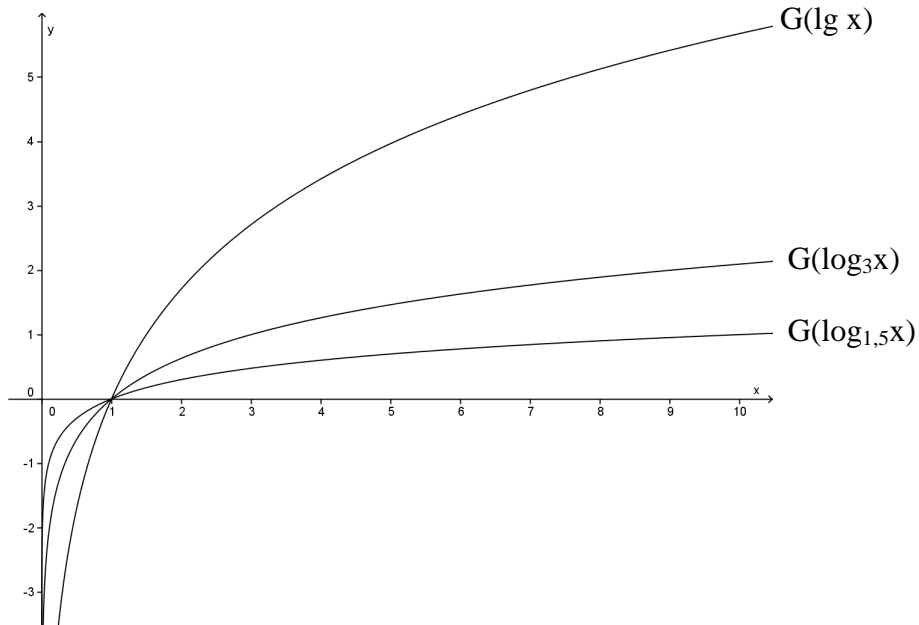
d) $c = \frac{2700}{1369} \approx 1,972; a = \frac{1369}{900} \approx 1,521$

d) Logarithmusfunktionen

72/37

a) $-1; 0; 0,5; 1; 2$

b)



72/38? a) $y = \log_5 x$ b) $y = \log_4 x$ c) $y = \log_{0,4} x$ d) $y = \log_{\sqrt{2}} x$ e) $y = \log_b x$ mit $b \in \mathbb{R}^+$

81/59?

a)

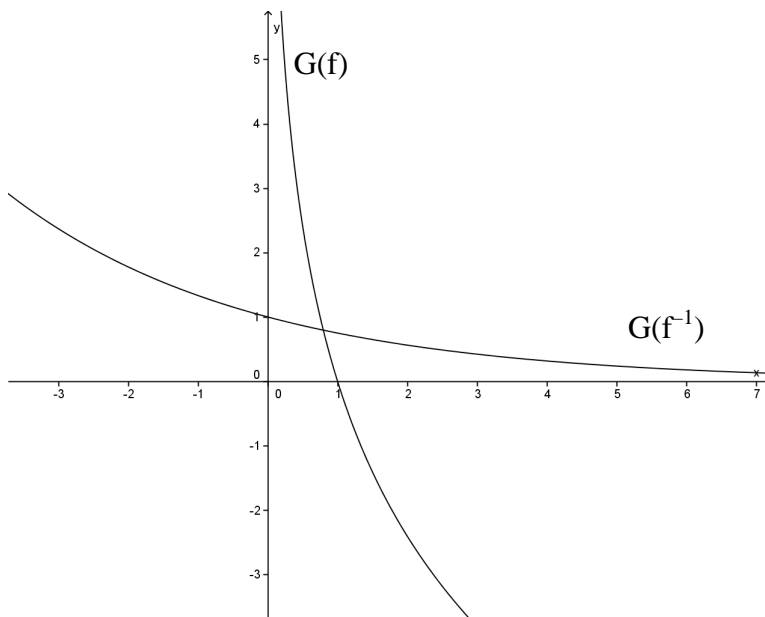
x	0	0,5	0,75	1	5	2	1,5
y	-	2,41	1	0	-5,59	-2,41	-1,41

b) $y = 0,75^x$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+, \mathbb{W} = \mathbb{R}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

d) beide streng monoton fallend

e)



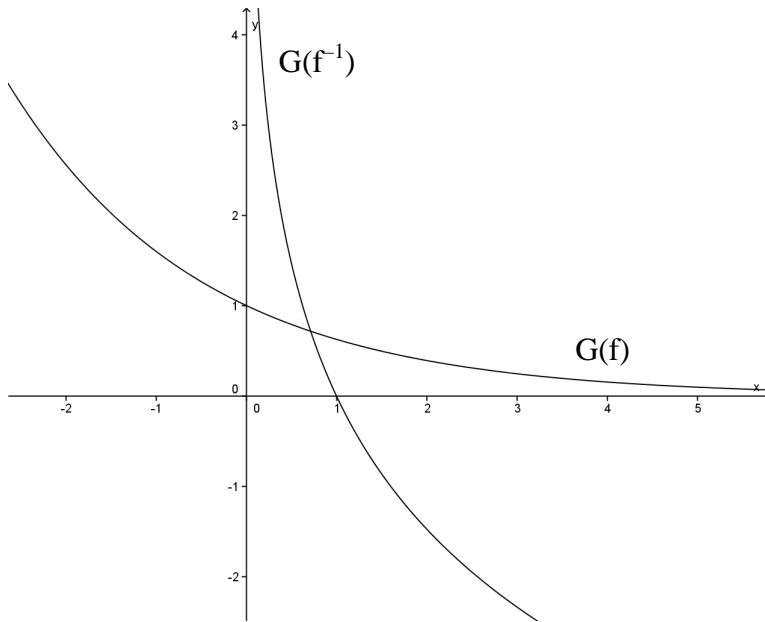
f) $y = 0,75^{-x} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

81/60

a)

x	-4	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	4
f(x)	6,554	4,096	2,56	1,6	1,265	1	0,791	0,625	0,391	0,153

b)



c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

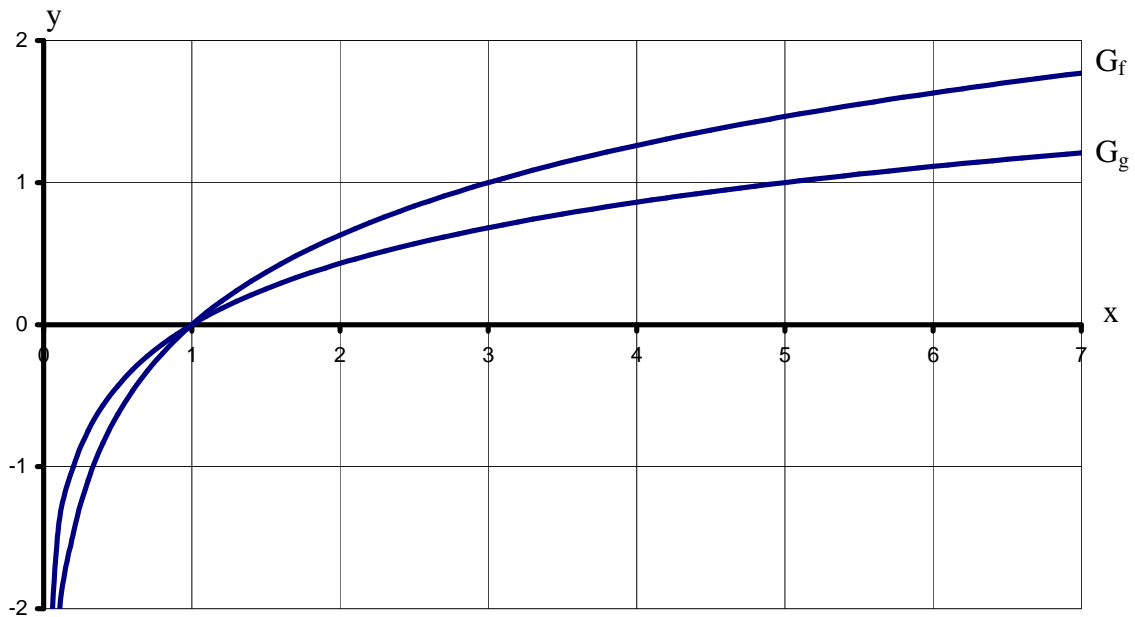
d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+, \mathbb{W} = \mathbb{R}$

e) $y = \log_{5/8} x$

f) $a = 16$

Blatt:

2)

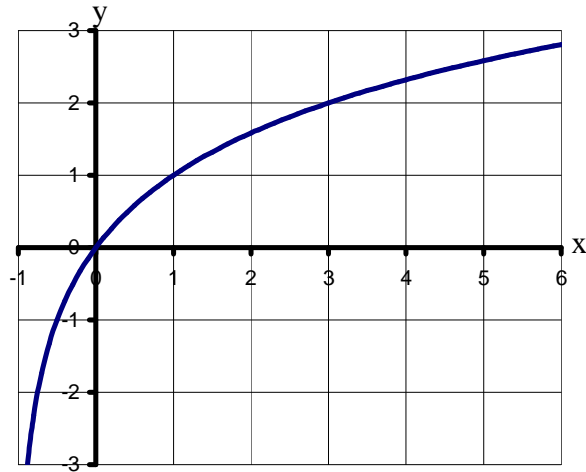


3) um 1 nach oben verschoben; um 1 nach links verschoben; an y-Achse gespiegelt
 beachte: $\mathbb{D}_h =]-1; \infty[;$ $\mathbb{D}_k = \mathbb{R}^-!$

4) a) $f(x) = \log_2 x + 1$ b) $f(x) = \log_2(x + 2)$ c) $f(x) = -\log_2 x$ d) $f(x) = \log_2(-x)$

5) $f(x) = \log_4 x$ ($f(x) = \log_{0,6} x$)

6) $f(x) = \log_2(x + 1)$



7) a) Terme und $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ gleich

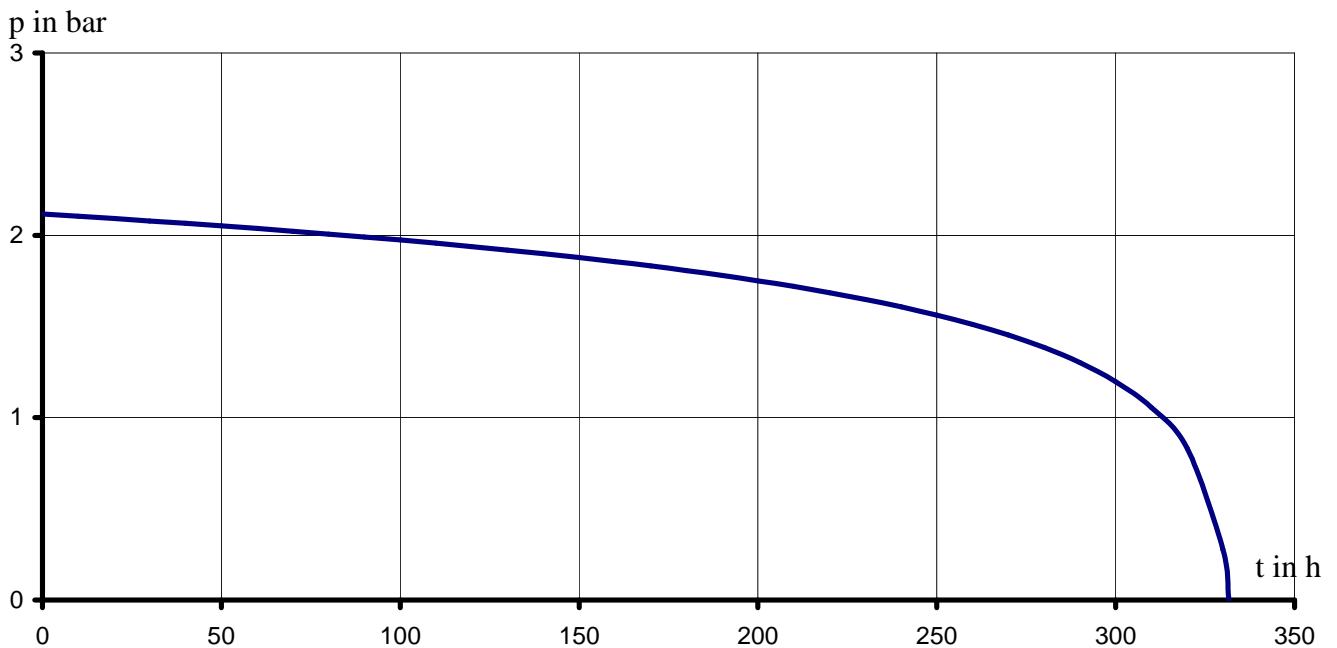
b) Terme gleich, aber $\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}^+$

e) Anwendungen

Blatt:

8) $h(p) = 5000 \cdot \log_{0,5} p = 5000 \cdot \frac{\lg p}{\lg 0,5} = -5000 \cdot \frac{\lg p}{\lg 2}$; 11610 m; 19717 m

9) a) $p(0) \approx 2,12$ bar b) (auf 0 bar: $t = 331 \frac{2}{3} \text{ h} \approx 13,8$ Tage) auf 1 bar: $t \approx 313 \text{ h} \approx 13$ Tage



10) a) 8 g; 16 g; 32 g

b) $f(m) = a \cdot \log_2 m + b$

11) a) 12,1

b) $2,11 \cdot 10^{16}$

c) nimmt um 0,3 bzw. um 1 ab bzw. zu

82/61

a) $f(t) = 4,033 \text{ Milliarden} \cdot 1,0175^t$ (t in Jahren seit 1975); 5,232 Milliarden; 6,223 Milliarden

b) 198 Jahre; 24 Jahre

83/62

a) $f(t) = 3800 \cdot 1,6^t$ (t in Stunden seit 9:00 Uhr)

b) (jeweils gerundet auf ganze hundert) 9700; 50 400; 102 000

c) etwa 11:27 Uhr

d) etwa alle 88 min

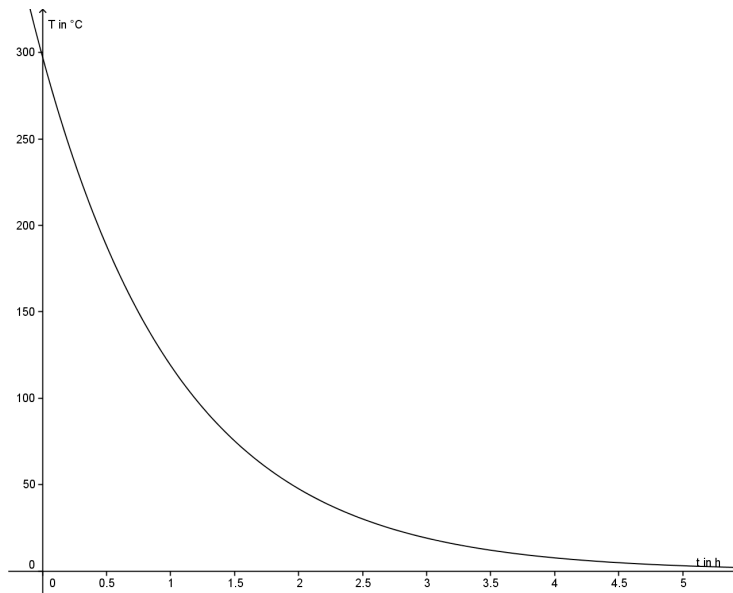
e) etwa 10:28 Uhr

84/63

a)

t in h	0	1	2	3	4	5
f(t) in °C	300	120	48	19,2	7,7	3,1

b) $f(t) = 300 \cdot 0,4^t$



c) auf 100°C: etwa nach 72 min; auf 0°C: theoretisch nie

84/64 a) etwa 499,8 mg b) etwa 1850 mg

84/65

a) $N(t) = 10^9 \cdot 0,971^t$ (t in Stunden); etwa 23 h 33 min; etwa 156 h 29 min

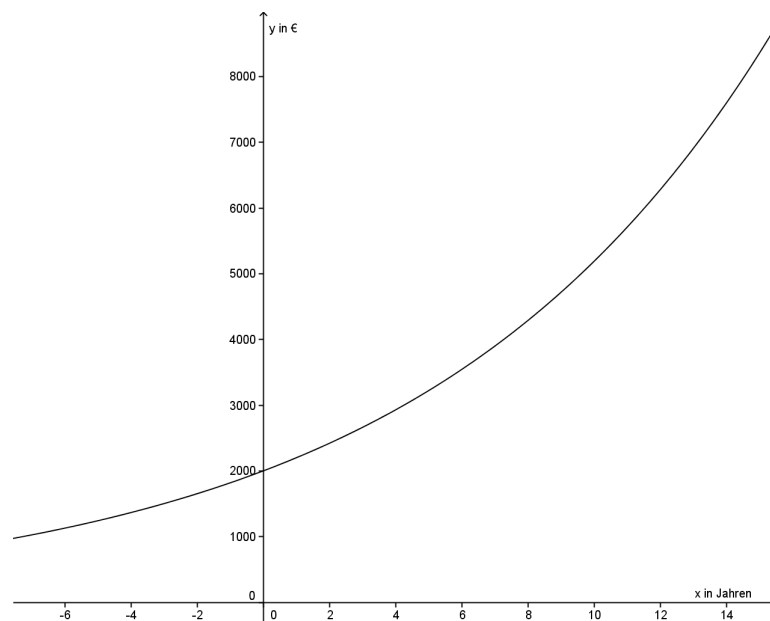
b) etwa 8,8%; etwa $1,8 \cdot 10^{-12}$ %

85/66 **Anmerkung: nicht realistisch! normalerweise keine kontinuierliche Verzinsung!**

a)

x in a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y in €	2000	2200	2420	2662	2928	3221	3543	3897	4287	4716	5187	5706	6277	6905	7595	8354

b)



c) etwa 2 Jahre; etwa 3400 €

d) nach etwa 4,25 Jahren

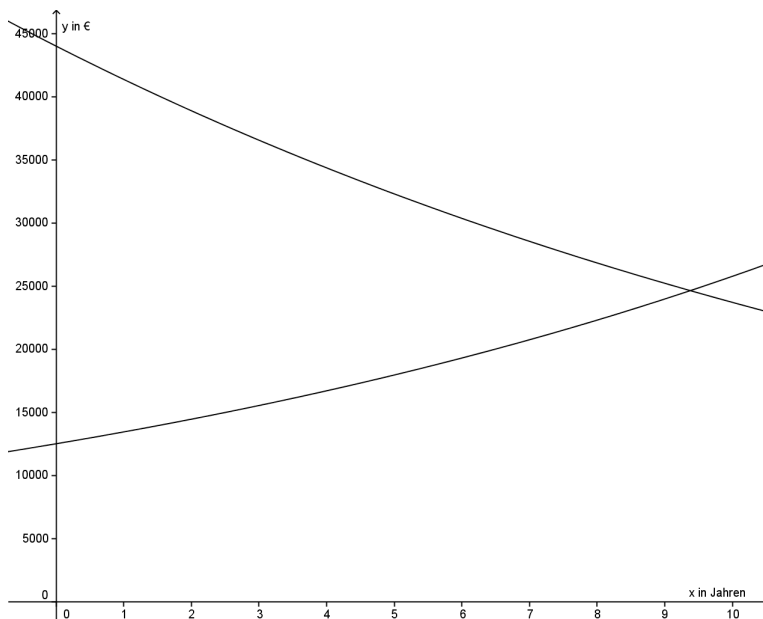
e) etwa -7,27 Jahre

f) etwa 34 900 €

85/67 im Folgenden: t in Jahren **Anmerkung siehe Nr. 66**

a) $f_A(t) = 12\,500 \text{ €} \cdot 1,075^t$; $f_B(t) = 44\,000 \text{ €} \cdot 0,935^t$

b)



c) nach etwa 9 Jahren

d) nach etwa 9 Jahren

e) mit etwa 11,9 %

85/68 im Folgenden: t in Monaten **Anmerkung vgl. Nr. 66**

a)

x in Mon.	0	1	2	3	4
y in €	10000	9180	8427	7736	7102

b) $f(t) = 10\,000 \text{ €} \cdot 0,918^t$ c) nach spätestens 16 Monaten

86/69

a) $f(t) = 1\,356\,000 \cdot 1,159^t$ (t in 5 Jahren); damit: etwa 1 822 000 (1980), etwa 2 112 000 (1985), etwa 2 448 000 (1990)

b) etwa 3% c) etwa 2 838 000; etwa 3 290 000 d) etwa 23,5 Jahre

86/70 a) etwa 16 256 € b) etwa 20,1 % c) 45 000 € d) in 3 Jahren

86/71 t in Jahren

a) $f_P(t) = 20\,000 \cdot 1,172^t$; $f_Q(t) = 80\,000 \cdot 0,86^t$

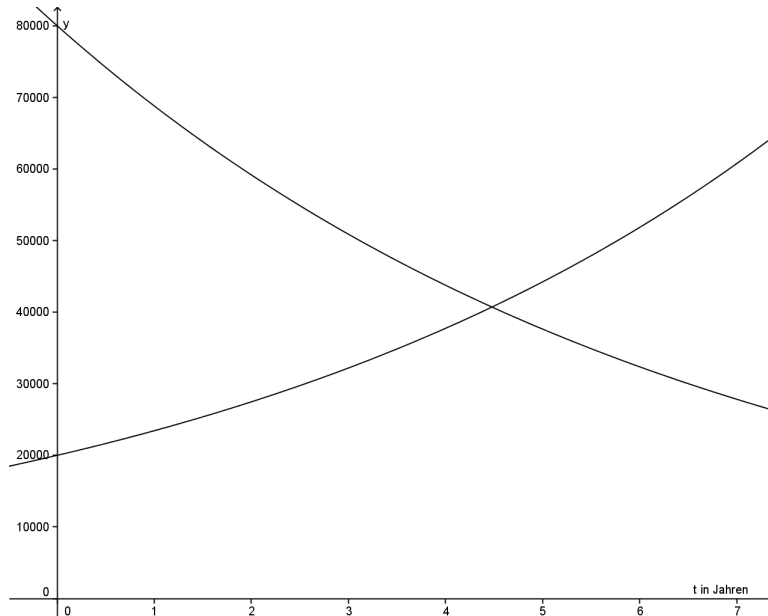
b)

x in a	0	1	2	3	4	5	6	7
Paraquito	20000	23440	27472	32197	37735	44225	51832	60747
Olimpo	80000	68800	59168	50884	43761	37634	32365	27834

d) beide Städte haben gleich viele Einwohner

e) nach etwa 4,5 Jahren

c)



87/72 a) 60 Phon; 130 Phon b) 100 Phon c) I verzehnfacht sich

87/73 t in Jahren

a) $0,5 = b^{5730} \rightarrow b = 0,5^{1/5730} \rightarrow p(t) = 0,5^{t/5730} \rightarrow t = (\lg(p) / \lg(0,5)) \cdot 5730$

b) etwa 4790 Jahre c) etwa 1920 Jahre

88/74 t in Wochen

a) $f_{\text{See}}(t) = 700 + 500t$; $f_{\text{Algen}}(t) = 3 \cdot 1,8^t$

b) theoretisch ja, weil jede Exponentialfunktion schneller wächst als jede lineare Funktion (durch systematisches Probieren: das ist nach etwa 13 Wochen und 2 Tagen der Fall)

88/75

a) 0,4125 % b) $m(t) = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ kg} \cdot 1,004125^t$ c) etwa im Jahr 2078 d) etwa 5,6 m

Lösungen II.3

90/76?

n	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
$(1+1/n)^n$	2	2,59374	2,70481	2,71692	2,71815	2,71827	2,71828

90/77

a) 2,718 b) 7,389 c) 0,368 d) 0,135 e) 1,649 f) 0,607 g) 1,948 h) 0,358 i) -6,389 j) 1,050

90/78

x	-2,5	-2	-1	-0,5	0	1	1,5	2	2,5
e^{-x}	12,18	7,39	2,72	1,65	1,00	0,37	0,22	0,14	0,08

Graph: nächste Seite

90/79

a) G_f : aus Graph von e^x durch Verschieben um 1 nach rechts

G_g : aus Graph von e^x durch Verschieben um 1 nach unten

b) G_f : aus Graph von e^x durch Spiegeln an x- und y-Achse (also am Ursprung)

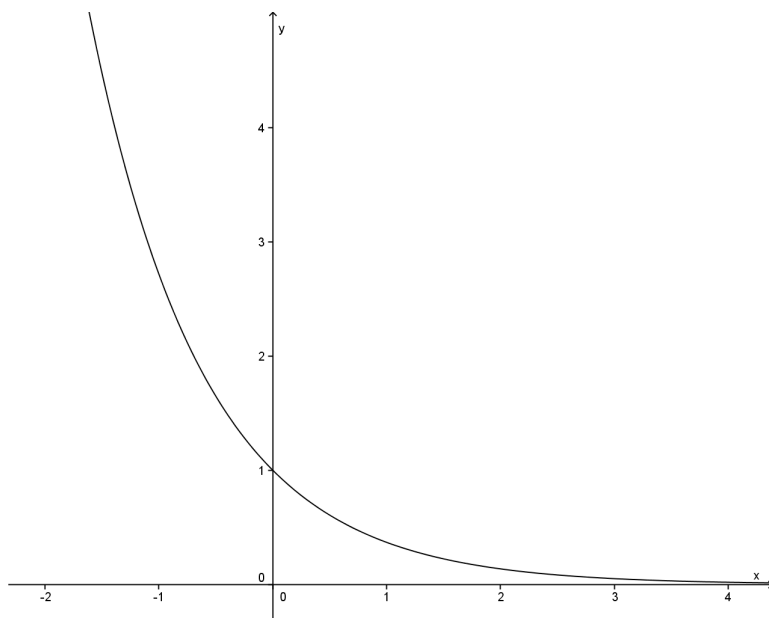
G_g : aus Graph von e^x durch Spiegeln an y-Achse

c) G_f : aus Graph von e^x durch Strecken mit Faktor 2 in y-Richtung

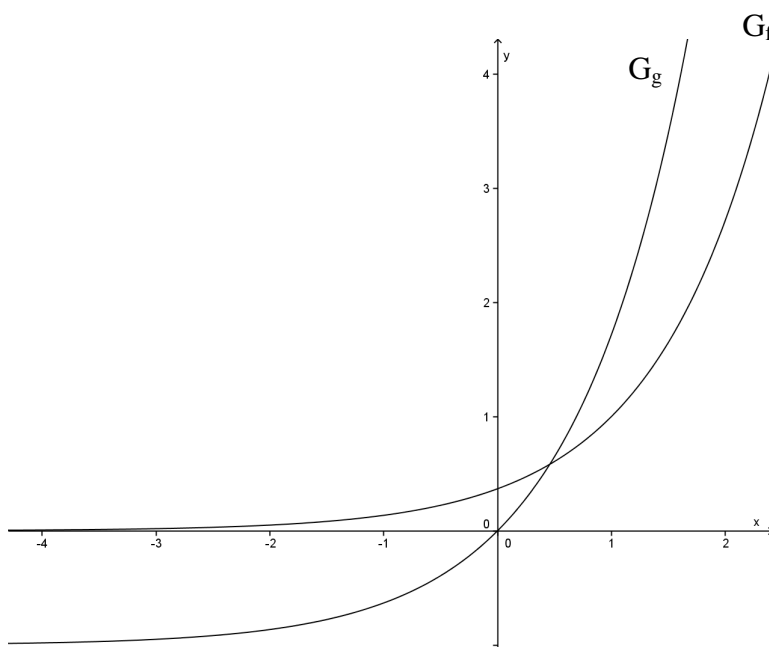
G_g : aus Graph von e^x durch Stauchen mit Faktor 0,5 in x-Richtung

Graphen: nächste Seite

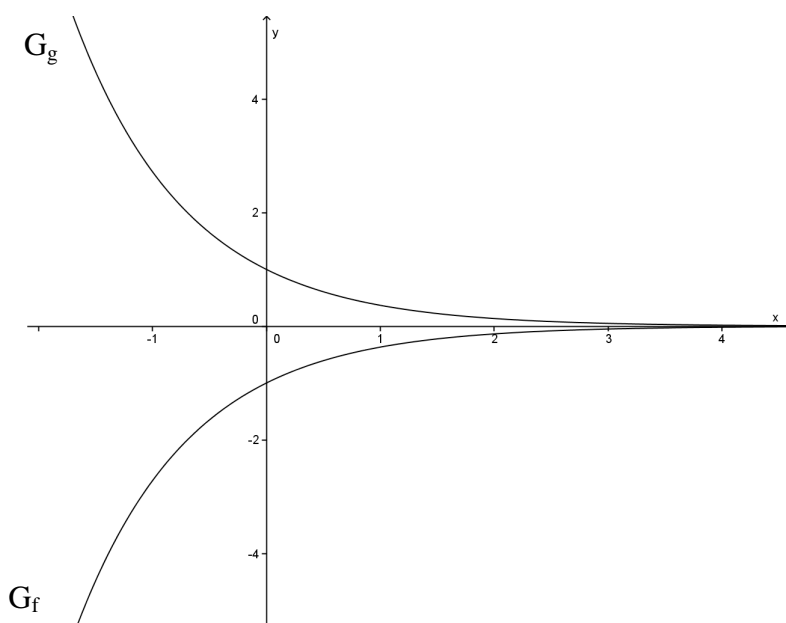
Graph zu 90/78



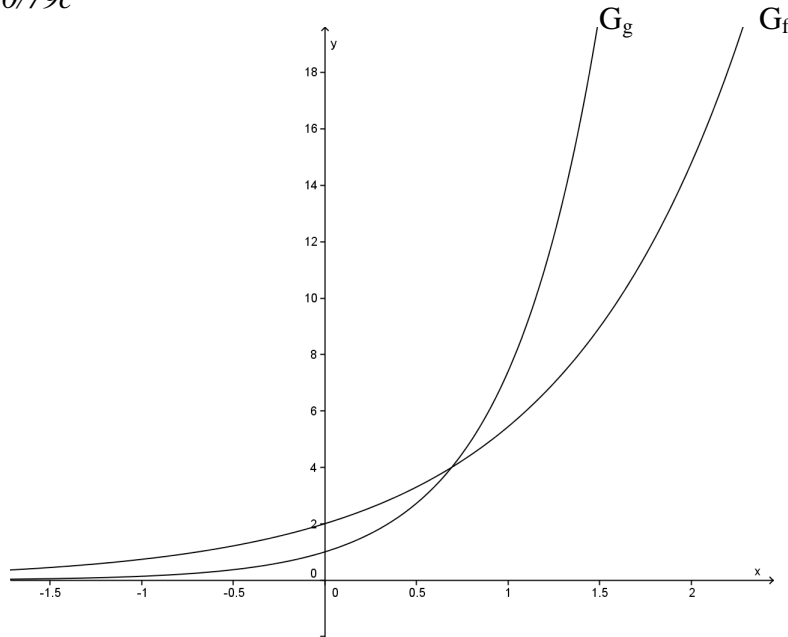
Graphen zu 90/79a



Graphen zu 90/79b



Graphen zu 90/79c



94/85 a) 1 b) 2 c) -2 d) -1 e) 0,5 f) $\frac{2}{3}$ g) -0,5 h) -3

94/86 a) 3 b) 0,2 c) 9 d) 5 e) $\sqrt{3}$ f) e g) $\frac{2}{e}$ h) \sqrt{a} i) a^x j) $a \cdot e^x$ k) $\frac{e^x}{a}$

94/87

- a) Verschieben um 1 nach links; $y = \ln(x + 1)$
 b) Stauchen in x-Richtung mit Faktor 0,5; $y = \ln(2x)$
 c) Spiegeln an x-Achse; $y = -\ln(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$
 d) Spiegeln an y-Achse; $y = \ln(-x)$
 e) Spiegeln am Ursprung, also an x- und y-Achse; $y = -\ln(-x)$
 f) Spiegeln an y-Achse und Verschieben um 1 nach rechts; $y = \ln(1 - x)$

95/88 a) $\ln(24)$ b) $\ln(6)$ c) $\ln(3)$ d) $\ln(3)$ e) $\ln\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)$ f) 0

95/89 a) $\ln(k) + \ln(x - a)$ b) $\ln(a) + \ln(b) + \frac{7}{6}\ln(c) + \frac{1}{4}\ln(d)$ c) $2\ln(a) - \ln(k) - \ln(x)$

95/90

a) $\ln(x(x + 1)) = \ln(x^2 + x)$ b) $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ c) $\ln(x^3(x + 1)^2)$ d) $\ln\left(\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$
 e) $\ln\left(\frac{x(x+3)^2}{\sqrt[4]{x-1}}\right)$ f) $\ln\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{(x^2 + 1)^2 x}\right) = \ln\left(\frac{1}{(x^2 + 1)^2 \sqrt[3]{x^2}}\right)$ g) $\ln\left(\frac{1}{x^3(x+1)^2}\right)$ h) 0

95/91

- a) $f(x) = \ln(a) + \ln(x)$ b) $f(x) = 2\ln(a) - \ln(x)$ c) $f(x) = 2\ln(x) - \ln(x + a)$
 d) $f(x) = 0,5\ln((a + x)(a - x)) = 0,5\ln(a + x) + 0,5\ln(a - x)$ e) $f(x) = \ln(x + a) + \ln(x - a)$

96/92 a) $x = e^3$ b) $x = \sqrt{e}$ c) $x = \sqrt[3]{e}$ d) $x = \frac{1}{e^2}$ e) $x = \frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ f) $x = \sqrt[3]{e^4}$

96/93

a) $x = \ln(3)$ b) $x = \ln(15)$ c) $x = \ln\left(\frac{1}{5}\right) = -\ln(5)$ d) $x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) = \ln 4 - \ln 3$ e) $x_1 = 0$
f) $x_{1,2} = 0$ g) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ h) $x = 1$ i) $x_1 = 1$ ($x_2 = 0 \notin \mathbb{D}$)

96/94

a) $x = \frac{1}{3}$ b) $x = -\ln 2 + 1$ c) $x = \frac{\ln 2 - 1}{2}$ d) $x_1 = 0, x_2 = \ln(3)$ e) $x = \ln(3)$ f) $x_1 = 0; x_2 = -\ln(5)$
g) $x = \ln(2)$ h) $x = \frac{\ln(3)}{2}$ i) $x_1 = 0; x_2 = -5$

96/95

a) $x_1 = 1 \in \mathbb{D}$ b) $x_1 = \frac{e^{-1}}{2} \in \mathbb{D}$ c) $x_1 = \sqrt{e} \in \mathbb{D}$ d) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3} \in \mathbb{D}$ e) $x_{1,2} = \pm\sqrt{e} \in \mathbb{D}$
f) $x_1 = 1 \in \mathbb{D}, x_2 = 2 \in \mathbb{D}, x_3 = -2 \notin \mathbb{D}$ g) $x_{1,2} = e \pm \sqrt{e^2 - e} \in \mathbb{D}$ ($x_1 \approx 0,557; x_2 \approx 4,879$)
h) $x_1 = \frac{1}{e} \in \mathbb{D}, x_2 = e^2 \in \mathbb{D}$ i) $x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{e}} \in \mathbb{D}$ j) $x_1 = 4 \in \mathbb{D}, x_2 = -1 \notin \mathbb{D}$

Blatt:

1) a) 2,72 b) 7,39 c) 0,37 d) 0,14 e) 1,65 f) 0,61 g) 1,40 h) 3,90 i) 0,63

3) a) 0,69 b) 3,15 c) 1,04 d) -0,41 e) -3,00 f) 0,88 g) -1,15

4) a) 3 b) 0,5 c) 0,25 d) 9 e) 2 f) $\sqrt[3]{5}$ g) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ h) 0,125 i) $\frac{1}{3}$ j) 0,5 k) b^a l) c^{-t}
m) 0,25 n) 0,5 o) 2 p) 2 q) 2 r) 0,2

5) a) 4 b) -3 c) 0,25 d) 0,5 e) 0,4 f) $\frac{2}{3}$ g) $\ln 2 + 3$ h) $\ln 3 - 1$ i) $\ln 2 + 0,5$ j) $\ln a + b$
k) $\frac{k}{2}$ l) -0,5 m) $-\frac{1}{3}$ n) $-\ln 2 + \frac{1}{3}$ o) $\ln 2 - \ln 3 + 0,5$ p) $\ln 3 - \ln 4 + 0,5$ q) $-\ln 2 - 0,25$

6) a) $x = \frac{\ln 2}{3}$ b) $x = 0$ c) $x = -2 \ln 3$ d) $x = \frac{\ln 4 + 1}{2}$ e) $x = 1 + \ln 2$ f) $x = -2 \ln \frac{2}{3}$

g) $x = \frac{1 - \ln \frac{2}{3}}{0,4} = 2,5 (1 - \ln 2 + \ln 3)$

7) a) $x = 0$ b) $x = -\ln 2$ c) $x = 0$ d) $x = -\frac{\ln 2}{3}$ e) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$

f) $x_1 = -\ln 2$; keine weitere Lösung g) $x_1 = \ln 3$; keine weitere Lösung h) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$

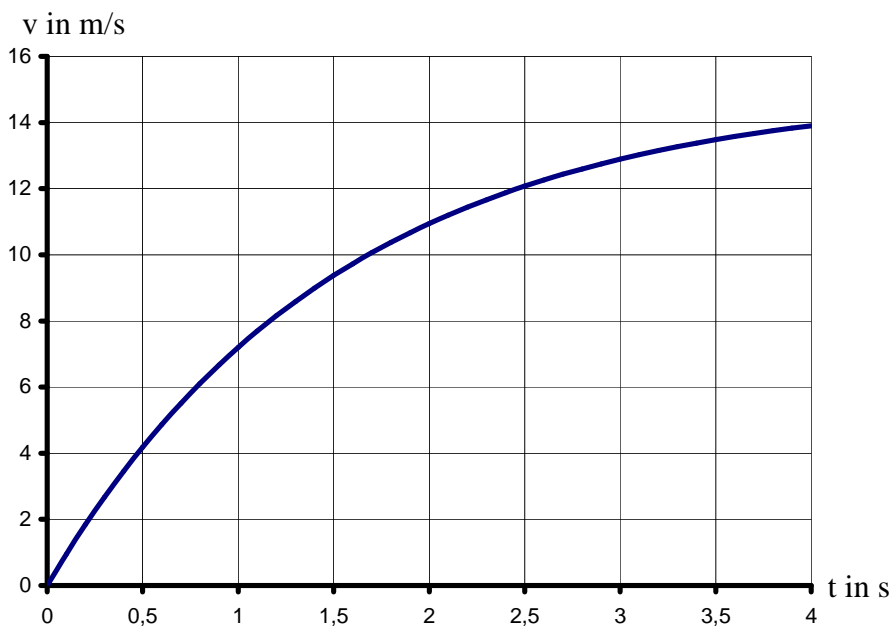
8) a) $x = \frac{e}{2}$ b) $x = \frac{1}{3e}$ c) $x = \frac{2}{\sqrt{e}}$ d) $x = \sqrt{e}$ e) $x = 2$ f) $x = 0$ g) $x_{1,2} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{e^2}}$ h) $x = 2$

9) a) 29,96 b) 0,08 c) 3,12 d) 1,00 e) 0,50 f) 2,04 g) 1,56 h) -3,22 i) 3,00 j) 1,51
k) -0,58 l) 1,31

10) a) $v(0) = 0$; $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 15 \rightarrow$ am Anfang Geschwindigkeit 0 (Ruhe); Grenzggeschwindigkeit 15 m/s

$$b) 15 \cdot (1 - e^{-0,654t}) = 9,0 \rightarrow e^{-0,654t} = 0,4 \rightarrow t_1 = \frac{\ln 0,4}{-0,654} \approx 1,4 \text{ (s)}$$

c)



11) a) $v(50 \text{ s}) \approx 1014 \text{ m/s}$ b) $t \approx 95 \text{ s}$; Verhältnis: e! c) $v \rightarrow \infty$, weil $m \rightarrow 0$; kann nicht auftreten!

Lösungen II.4

92/80

a) $f'(x) = 3e^{3x}$; $f''(x) = 9e^{3x}$ b) $f'(x) = ae^{ax}$; $f''(x) = a^2e^{ax}$ c) $f(x) = -e^{-x}$; $f''(x) = e^{-x}$
d) $f'(x) = -4e^{-4x}$; $f''(x) = 16e^{-4x}$ e) $f'(x) = -\sqrt{2}e^{-\sqrt{2}x}$; $f''(x) = 2e^{-\sqrt{2}x}$ f) $f(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}$; $f''(x) = \frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x}$

92/81 a) $f'(x) = e^x$ b) $f'(x) = -e^{-x+1}$ c) $f'(x) = 2e^x$

100/101

a) $f'(x) = \ln(4) \cdot 4^x$ b) $f'(x) = \ln(7,5) \cdot 7,5^x$ c) $f'(x) = \ln(100) \cdot 100^x$ d) $f'(x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$
e) $f'(x) = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$ f) $f'(x) = \ln(0,25) \cdot 0,25^x$

100/102

a) $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x$ b) $f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$ c) $f'(x) = -\ln(10) \cdot 10^{-x} = \ln\left(\frac{1}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^x$

98/96

a) $f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{1}{x}$; oder: $f(x) = \ln(x) + \ln(2) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} + 0$ b) $f'(x) = \frac{3}{3x+1}$

99/99

Tangente: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) = \frac{1}{x_0} (x - x_0) + \ln(x_0)$

P(0|1) einsetzen: $-1 = \frac{1}{x_0} (0 - x_0) + \ln(x_0) \rightarrow \ln(x_0) = 0 \rightarrow x_0 = 1 \rightarrow$ im Punkt (1|0)

99/100 $m = f'(x) = \frac{1}{x} = 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow P(1|0)$

Lösungen II.5

102/103

a) $F(x) = x + 3e^x$ b) $F(x) = -\frac{1}{2e^x}$ c) $F(x) = -e^{3-x}$ d) $F(x) = 0,5e^{2x+1}$ e) $F(x) = e^{1-x}$ f) $F(x) = x + e^{2-x}$

102/104

a) $F(x) = -4x - 3e^{-x}$ b) $F(x) = e^x - e^{-x}$ c) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 0,5e^{-2x}$ d) $F(x) = -\frac{2}{e^x}$
e) $F(x) = -\ln(e^{-x} - 1)$ (*unklar, wie das mit den Mitteln der NT13-Klassen lösbar sein sol!!!*)

102/105

a) $= \left[-e^{-x} \right]_{-1}^1 = e - e^{-1}$ b) $= \left[x + e^{-x} \right]_{-1}^2 = 3 + e^{-2} - e$ c) $= \left[\frac{3}{2}e^{2x} \right]_2^1 = \frac{3}{2}e - \frac{3}{2}e^2$
d) $= \left[3e^{\frac{1}{3}x} \right]_0^1 = 3e^{\frac{1}{3}} - 3$ e) $= \left[e^x - e^{-x} \right]_2^1 = e - e^{-1} - e^2 + e^{-2}$ f) $= \left[e^x + \frac{1}{3}e^{3x+1} \right]_2^0 = 1 + \frac{1}{3}e - e^2 - \frac{1}{3}e^7$
g) $= \int_2^{\ln 2} (1 - 2e^x + e^{2x}) dx = \left[x - 2e^x + \frac{1}{2}e^{2x} \right]_2^{\ln 2} = \ln 2 - 4 + 2e^2 - \frac{1}{2}e^4$
h) $= \int_0^1 (e^{2x} - 2 + e^{-2x}) dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x} - 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} \right]_0^1 = \frac{1}{2}e^2 - 2 - \frac{1}{2}e^{-1}$
i) $= \left[\frac{1}{3}x^3 - e^{-x} \right]_2^1 = -\frac{7}{3} - e^{-1} + e^{-2}$

102/106

a) $A = -\int_1^3 (2e^{-x} - 1) dx = \left[2e^{-x} + x \right]_1^3 = 2e^{-3} - 2e^{-1} + 2 \approx 1,36$
b) $A = \int_0^2 (e^{\frac{1}{2}x-1} + 1) dx = \left[2e^{\frac{1}{2}x-1} + x \right]_0^2 = 4 - 2e^{-1} \approx 3,26$