

II.0 Wiederholung

Blatt 1:

1) a) $\log_2 32 = 5$ b) $\log_3 81 = 4$ c) $\log_{10} 10000 = 4$ d) $\log_5 5 = 1$ e) $\log_7 1 = 0$ f) $\log_2 \frac{1}{2} = -1$

g) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ h) $\log_{10} 0,001 = -3$ i) $\log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$ j) $\log_6 \sqrt[3]{6} = \frac{1}{3}$ k) $\log_4 \sqrt[3]{16} = \frac{2}{3}$

l) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{2}$ m) $\log_{10} \sqrt[4]{\frac{1}{1000}} = -\frac{3}{4}$ n) $\log_a \sqrt[5]{a^3} = \frac{3}{5}$ o) $\log_a \sqrt[q]{a^p} = \frac{p}{q}$

2) a) 2 b) 4 c) 6 d) 3 e) 3 f) 2 g) 4 h) 1 i) 1 j) 1 k) 0 l) 0 m) 0 n) 0 o) 1 p) -1 q) -1 r) -1 s) -2 t) -2 u) -4 v) -3 w) -4 x) -3 y) -1

3) $\log_2 8 = 3$; $\log_8 2 = \frac{1}{3}$ (also: vertauscht man Basis und Numerus, so ergibt sich der Kehrwert!)

4) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $-\frac{1}{2}$ h) $-\frac{1}{2}$ i) $-\frac{1}{2}$ j) $-\frac{1}{3}$ k) -1 l) -2 m) -3

n) -1 o) -1

5) a) $2^4 = 16$ b) $2^x = 3$ c) $3^y = 5$ d) $10^z = 7$ e) $10^r = 27$ f) $10^s = 50$ g) $10^u = v$ h) $a^b = c$

6) a) $2^x = 10$ b) $3^y = 17$ c) $10^x = 3,2$ d) $10^r = 0,4$ e) $5^x = 7$ f) $4^b = 10$ g) $10^a = 0,4$ h) $10^x = 0,01$

7) a) $x = \log_2 25$ b) $x = \log_3 12$ c) $x = \log_4 3$ d) $x = \lg 23$ e) $y = \lg 17$ f) $r = \lg 68$

g) $x = \lg 0,45$ h) $a = \lg 7$

8) a) $\lg 29 \approx 1,46$ b) $\lg 11 \approx 1,04$ c) $\lg 9 \approx 0,95$ d) $\lg 5 \approx 0,70$ e) $\lg 1 = 0$ f) $\lg 0,4 \approx -0,40$

g) - h) - i) $\lg 2 \approx 0,30$ j) $\lg 0,6 \approx -0,22$ k) $\lg 0,5 \approx -0,30$ l) - m) $-\lg 0,8 \approx 0,10$

n) $-\lg 2,5 \approx -0,40$ o) $-\frac{1}{2} \lg \frac{3}{4} \approx 0,06$ p) $-2 \lg 0,4 \approx 0,80$

9) a) $10^{1,3617}$; $10^{1,1523}$; $10^{1,8021}$; $10^{0,9201}$; $10^{-2,3979}$ b) 3; 7; 0,5; 1; 9; 12; 5

10) a) 0 b) $-\lg x$ c) $-\lg u$ d) $1 - \lg a$ e) $2 - \lg x$

11) a) a) $\lg 3 + \lg x$ b) $\lg a + \lg b + \lg c$ c) $\lg 5 + \lg a - \lg x$ d) $\log_2 u + \log_2 v - \log_2 w$

b) a) $2 \lg u$ b) $3 \lg x$ c) $0,5 \lg x$ d) $-0,5 \log_3 x$

12) a) $\lg u$ b) $5 \lg x$ c) $-\lg a$ d) 0 e) $-\lg 2$ f) 0 g) $0,5 \lg x$ h) 2 i) $\lg 2$ j) $2 \lg x$

13) a) 3 b) 5 c) x d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{1}{8}$ f) x

14) a) 1,7925 b) 1,5546 c) -2,7221 d) -0,8038 e) 0,6151 f) -0,1965 g) -0,7553

h) -0,0977 i) -0,3247 j) -2,3648 k) -0,4767 l) 3,7700

15) a) 1,7782 b) 0,2851 c) -0,3802 d) -3,0196

16) a) 0; 1 b) 2; 3 c) $\frac{1}{2}$; 1 d) $\log_3 2 \approx 0,6309$; k. w. Lsg. e) 0; -1 f) $\log_7 3 \approx 0,5646$; k. w. Lsg.

Blatt 2:

1) a) 2,72 b) 7,39 c) 0,37 d) 0,14 e) 1,65 f) 0,61 g) 1,40 h) 3,90 i) 0,63

3) a) 0,69 b) 3,15 c) 1,04 d) -0,41 e) -3,00 f) 0,88 g) -1,15

4) a) 3 b) 0,5 c) 0,25 d) 9 e) 2 f) $\sqrt[3]{5}$ g) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ h) 0,125 i) $\frac{1}{3}$ j) 0,5 k) b^a l) c^{-t}

m) 0,25 n) 0,5 o) 2 p) 2 q) 2 r) 0,2

5) a) 4 b) -3 c) 0,25 d) 0,5 e) 0,4 f) $\frac{2}{3}$ g) $\ln 2 + 3$ h) $\ln 3 - 1$ i) $\ln 2 + 0,5$ j) $\ln a + b$

k) $\frac{k}{2}$ l) -0,5 m) $-\frac{3}{2}$ n) $-\ln 2 + \frac{1}{3}$ o) $\ln 2 - \ln 3 + 0,5$ p) $\ln 3 - \ln 4 + 0,5$ q) $-\ln 2 - 0,25$

6) a) $x = \frac{\ln 2}{3}$ b) $x = 0$ c) $x = -2 \ln 3$ d) $x = \frac{\ln 4 + 1}{2}$ e) $x = 1 + \ln 2$ f) $x = -2 \ln \frac{2}{3}$
 g) $x = \frac{1 - \ln \frac{2}{3}}{0,4} = 2,5 (1 - \ln 2 + \ln 3)$ h) $x_{1,2} = \pm \sqrt{\ln 3}$

7) a) $x = 0$ b) $x = -\ln 2$ c) $x = 0$ d) $x = -\frac{\ln}{3}$ e) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$
 f) $x_1 = -\ln 2$; keine weitere Lösung g) $x_1 = \ln 3$; keine weitere Lösung h) $x_1 = \ln 2; x_2 = \ln 3$

8) a) $\frac{e}{2}$ b) $\frac{1}{3e}$ c) $\frac{2}{\sqrt{e}}$ d) \sqrt{e} e) 2 f) 0 g) $\pm \sqrt{1 - \frac{1}{e^2}}$ h) 2; keine weitere Lösung!

69/3 $S\left(\frac{e^2+4}{3} \approx 3,80 \mid 5\right)$

II.1 Logarithmusfunktionen

69/1

a) $D_f =]0; \infty[; x = 0$ c) $D_f =]\frac{4}{3}; \infty[; x = \frac{4}{3}$
 b) $D_f =]-\infty; 3[; x = 3$ d) $D_f =]-4; \infty[; x = -4$

69/2

a) f4, g5, h1, k6
 b) 2: $-\ln(x)$; 3: $\ln(x)$
 c) 1F, 2E, 3B, 4C, 5A, 6D

69/4 Keine allgemeine Lösung angebar; machen Sie mal.

71unten/1 a) rot b) grün

72/2

Man kann ihn z. B. erst um 1 nach unten und um 5 nach links verschieben, dann an der x-Achse spiegeln.

72/3 $f(x) = \frac{\ln(\frac{1}{3}x)}{\ln(\frac{1}{3})}; \quad g(x) \approx \ln(x + 1,367) + 1$

72/7 $f(x) = -\ln(x)$; $g(x) = -x$; $h(x) = -e^x$; $k(x) = -x^3$; h fällt am schnellsten

72/8 f2, g1, h3

II.2 Ableitungen

69/5

a) $f'(x) = \frac{3}{x}$
 b) $f'(x) = -\frac{4}{x}$
 c) $f'(x) = \frac{1}{2x}$
 d) $f'(x) = \frac{8}{x}$
 e) $f'(x) = \frac{1}{x+2}$
 f) $f'(x) = \frac{2}{x-6}$
 g) $f'(x) = \frac{25}{5x+1}$

69/6

$$m = f'(x) = \frac{1}{x} > 0 \text{ für alle } x \in D_f =]0; \infty[; \lim_{x \rightarrow \infty} m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$m' = f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0 \rightarrow m \text{ ist smf}$$

69/7

a) $D_f =]0; \infty[$; kein S_y ; $N(e^{-1/5} \approx 0,82 | 0)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

roter Graph

b) $D_f =]0; \infty[$; kein S_y ; $N(\frac{e}{3} \approx 0,91 | 0)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

blauer Graph

c) $D_f =]-0,5; \infty[$; $S_y(0 | 3\ln(2)+1 \approx 3,08)$; $N(\frac{e^{-1/3}}{4} \approx -0,32 | 0)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow -0,5^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

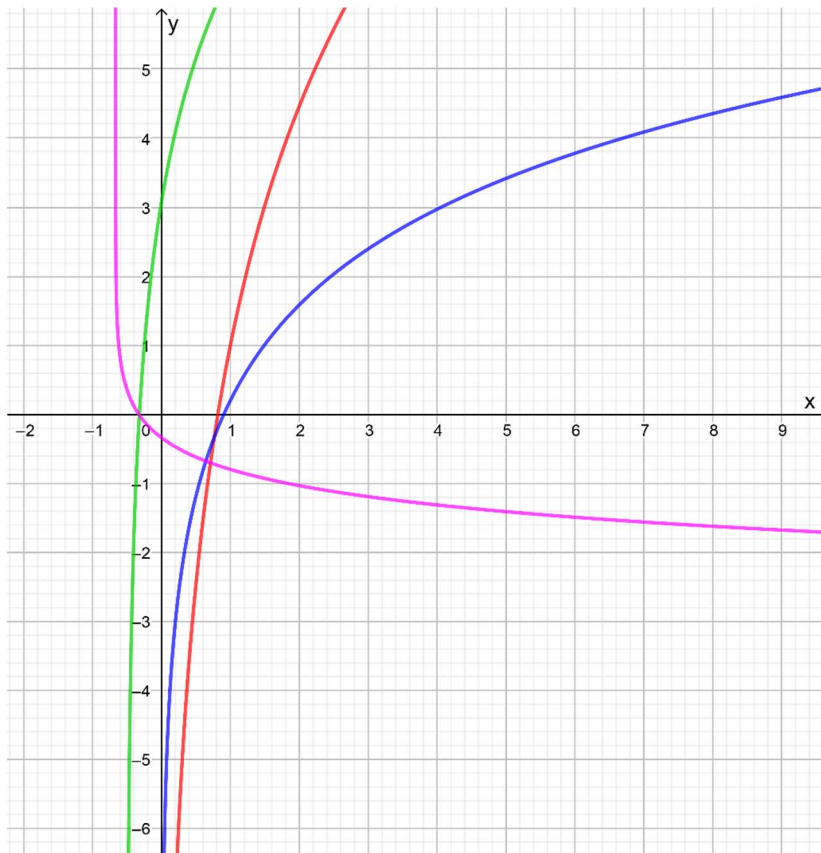
grüner Graph

d) $D_f =]-\frac{2}{3}; \infty[$; $S_y(0 | -0,5\ln(2) \approx -0,35)$; $N(-\frac{1}{3} | 0)$

G_f ist smf und LK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

violetter Graph



72/4

a) $f'(x) = \frac{6}{x}$; $f''(x) = -\frac{6}{x^2}$

b) $f'(x) = \frac{1}{5x}$; $f''(x) = -\frac{1}{5x^2}$

c) $f'(x) = \frac{2}{x-3}$; $f''(x) = -\frac{2}{(x-3)^2}$

d) $f'(x) = -\frac{1}{x+4}$; $f''(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

e) $f'(x) = -\frac{6}{6x+1}$; $f''(x) = \frac{36}{(6x+1)^2}$

f) $f'(x) = \frac{1}{6x+1,5}$; $f''(x) = -\frac{6}{(6x+1,5)^2}$

72/5

a) $D_f =]3; \infty[$; kein S_y ; $N(3 + e^{-4} \approx 3,02|0)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

roter Graph

b) $D_f =]-\infty; 4[$; $S_y(0|-\ln(4)+0,5 \approx -0,89)$ $N(4 - e^{0,5} \approx 2,35|0)$

G_f ist sms und LK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = +\infty$$

blauer Graph

c) $D_f =]-0,5; \infty[$; $S_y(0|-1)$; $N\left(\frac{e^2-1}{2} \approx 3,19|0\right)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow -0,5^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

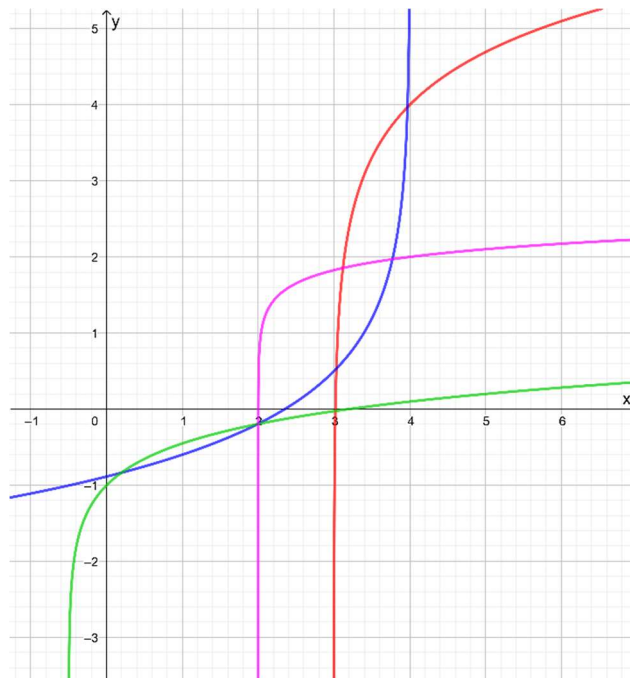
grüner Graph

d) $D_f =]2; \infty[$; kein S_y ; $N(2(e^{-8} + 1) \approx 2,00|0)$

G_f ist sms und RK in ganz D_f

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

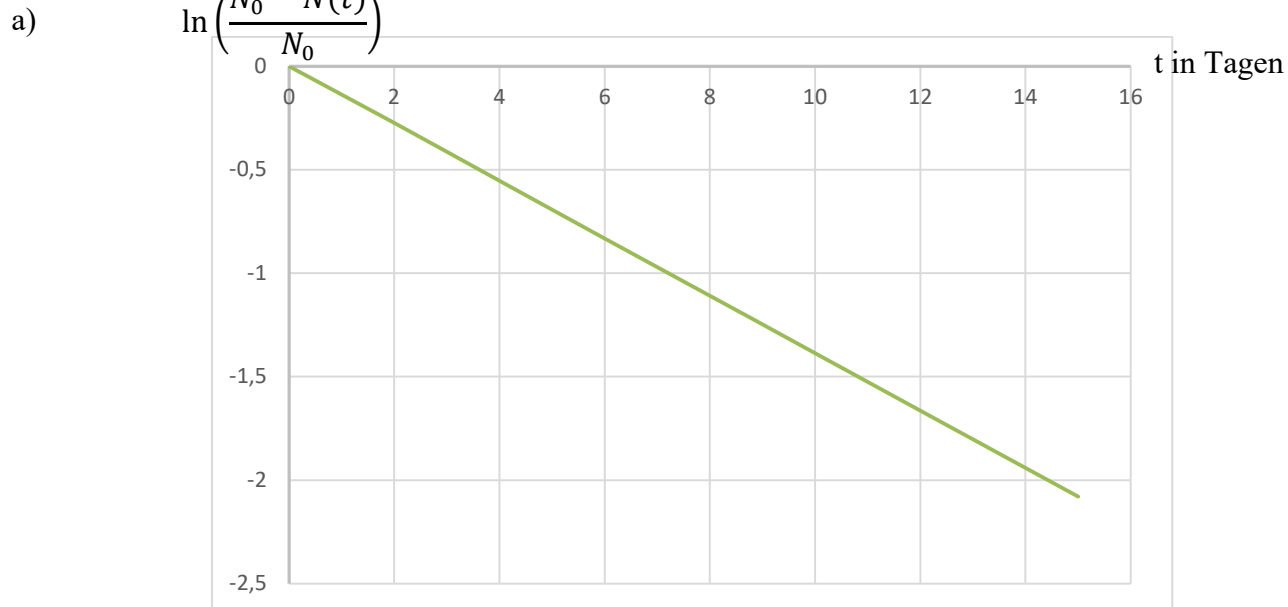
violetter Graph



72/6 P(e|1)

II.3 Einfache Anwendungen

71/1



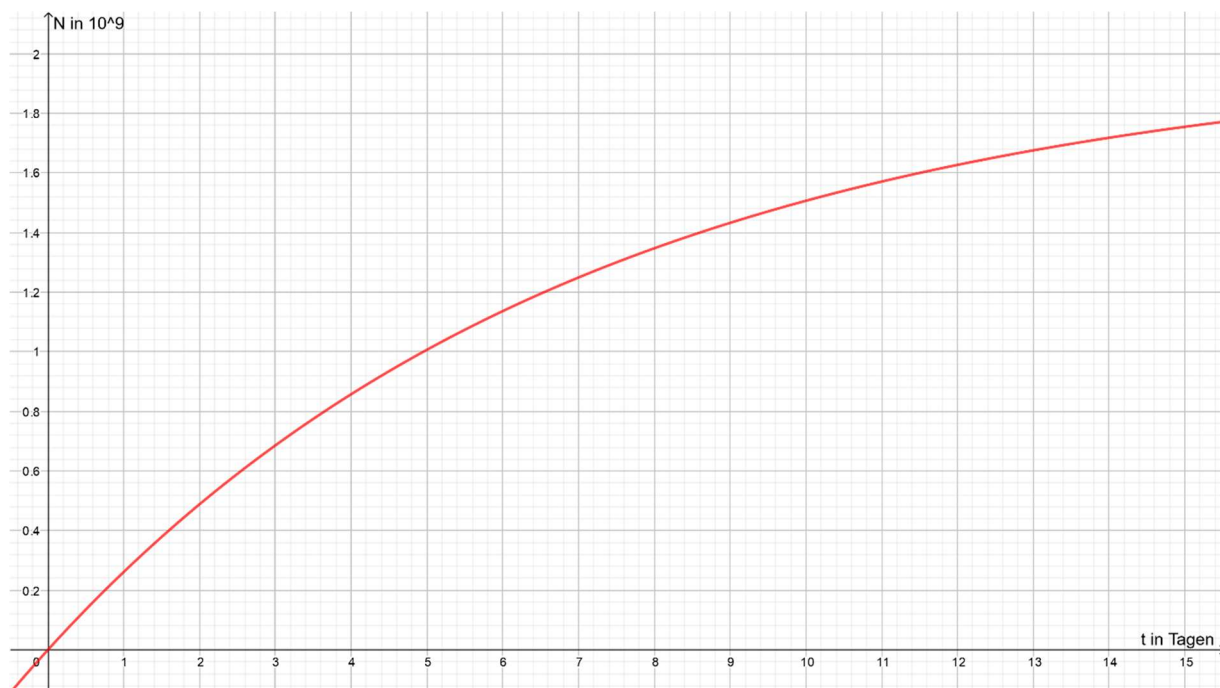
$$m \approx \frac{-2,08-0}{15-0} \approx -0,14$$

$$b) \ln\left(\frac{N_0 - N(t)}{N_0}\right) = mt \rightarrow \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = e^{mt} \rightarrow N_0 - N(t) = N_0 e^{mt} \rightarrow N_0 - N_0 e^{mt} = N(t)$$

$$\rightarrow N(t) = N_0(1 - e^{mt})$$

c) $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = N_0 = 2,0 \cdot 10^9$, d. h. nach langer Zeit hat jeder Kern ein Elektron ausgesandt, ist also zerfallen.

d) G_N ist sms und RK in ganz $D_N = [0; \infty[$



71/2 $25 \text{ dB}; 2 \cdot 10^{-2,5} \frac{N}{m^2} \approx 0,0063 \frac{N}{m^2}$

71/3 Das Erdbeben in Mexiko war etwa 251mal so intensiv wie das in Bayern.