Lösungen I.1

5/7 ja: a, b, d, e, f, g, h; nein: c, i

5/8

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{5\}$; echt gebrochenrational
b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$; unecht gebrochenrational
c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$; unecht gebrochenrational
d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;2\}$; echt gebrochenrational
e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{2\}$; unecht gebrochenrational
f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2;3\}$; unecht gebrochenrational
g) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-3;0\}$; unecht gebrochenrational
h) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; echt gebrochenrational
i) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2;3\}$; echt gebrochenrational

5/9

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1\}$; $x_{1,2} = 0$; unecht gebrochenrational
b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{\pm 1\}$; keine Nst.; echt gebrochenrational
c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $x_{1,2} = \pm 1$; unecht gebrochenrational
d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0; \pm 3\}$; $x_{1,2} = 1$; echt gebrochenrational
e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{\pm\sqrt{2}\}$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2$; unecht gebrochenrational
f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2;1\}$; keine Nullstellen; unecht gebrochenrational

Bruchgleichungen:

2/3 a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{7\}$; $\mathbb{L} = \{5\}$ b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{5\}$; $\mathbb{L} = \{-7\}$ c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-0{,}5\}$; $\mathbb{L} = \{5{,}5\}$

2/4

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;3\}$; $x = -6$ b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-4;-3\}$; $x = -8$ c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1;3\}$; $x = 0{,}5$
d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$; $x = 0{,}25$ e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2;5\}$; $x = 1{,}5$ f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2;2\}$; $x = 4$

Bruchungleichungen:

3/5

a) $\mathbb{L} =]-\infty;-1{,}5[\cup]2;\infty[$ b) $\mathbb{L} =]-5;2[$ c) $\mathbb{L} =]-\infty;-2[\cup[-0{,}5;\infty[$
d) $\mathbb{L} =]-1{,}5;0]$ e) $\mathbb{L} =]-\infty;2[\cup]5;\infty[$ f) $\mathbb{L} =]-\infty;-\frac{2}{3}]\cup]1{,}5;\infty[$

4/6

a) $\mathbb{L} =]-\infty;-4[\cup]1;\infty[$ b) $\mathbb{L} =]-5;3[$ c) $\mathbb{L} =]-\infty;1[\cup[5;\infty[$
d) $\mathbb{L} = [-4;1{,}5[$ e) $\mathbb{L} =]-\infty;\frac{1}{3}[\cup]2{,}5;\infty[$ f) $\mathbb{L} = [-10;-5[$

Lösungen I.2

14/19

a) $3 - \dfrac{5}{x+1}$ b) $2x + 3 + \dfrac{2}{2x-1}$ c) $x - 2$ d) $x + 2 + \dfrac{4}{x-2}$
e) $3x - 2 + \dfrac{-6x-2}{x^2+2}$ f) $x^2 + 3x + 9 + \dfrac{27}{x-3}$

19/20 3a, 2b, 1c

19/21

a) $f(x) = x + 1 + \dfrac{4}{x-2}$ b) $f(x) = x + 2 + \dfrac{7}{x-2}$ c) $f(x) = x^2 + 2x - 3 + \dfrac{4}{x+1}$
d) $f(x) = 0{,}75x + 1 + \dfrac{6}{x}$ e) $f(x) = 0{,}5x - 0{,}75 + \dfrac{1{,}75}{2x+1} = 0{,}5x - 0{,}75 + \dfrac{7}{8x+4}$
f) $f(x) = x + \dfrac{-x+3}{x^2-2x+1} = x - \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$ g) $f(x) = a\left(x + \dfrac{2x}{x^2-2}\right)$ h) $f(x) = -x^2 + \dfrac{1}{1-ax}$

20/22
a) schiefe Asymptote $y = x + 1$; $S(0|1)$ b) Asymptotenkurve $y = x^2 - 3$; $S(3|6)$
c) waagrechte Asymptote $y = -1$ d) waagrechte Asymptote $y = 0$; $S_{1,2}(\pm\sqrt{2}|0)$
e) waagrechte Asymptote $y = 1$; $S(-1{,}5|1)$ f) Asymptotenkurve $y = 2x^2 - x + 2$; $S(2|8)$

20/23
a) waagrechte Asymptote $y = \frac{4}{3}$; nähert sich für $x \to -\infty$ von oben, für $x \to \infty$ von unten
b) Asymptotenkurve $y = x^2 + 2$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben
c) Asymptotenkurve $y = 2x^2 + 7x + 16$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben
d) Asymptotenkurve $y = 2x^3 + 5x^2 + 10x + 17$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben

20/24
a) waagrechte Asymptote $y = 1$; nähert sich für $x \to -\infty$ von oben, für $x \to \infty$ von unten
b) schiefe Asymptote $y = x + 2$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben
c) waagrechte Asymptote $y = 0$; nähert sich für $x \to -\infty$ von oben, für $x \to \infty$ von unten
d) Asymptotenkurve $y = x^2 + x + 1$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben
e) schiefe Asymptote $y = 1{,}5x$; nähert sich für $x \to -\infty$ von oben, für $x \to \infty$ von unten
f) waagrechte Asymptote $y = -0{,}75$; nähert sich für $x \to -\infty$ von unten, für $x \to \infty$ von oben

Lösungen I.3

9/10 Begründung jeweils: Zähler bei Definitionslücke nicht Null
a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; VZW von + nach – b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$; VZW von + nach –
c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; kein VZW (– nach –) d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{1\}$; VZW von – nach +
e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$; kein VZW (+ nach +) f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$; VZW von + nach –
g) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$; kein VZW (– nach –) h) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{a\}$; VZW von – nach +
i) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; VZW von – nach + für ungerade n, kein VZW (+ nach +) für gerade n

9/11
a) Polstelle bei 0; kein VZW (+ nach +) b) Polstelle bei 0; VZW von – nach +
c) Polstelle bei 1; kein VZW (+ nach +)

9/12
1c (zwei Polstellen mit VZW: $x_{1,2} = \pm 1$) 3b (Polstelle ohne VZW: $x_1 = 1$)
2a (Polstelle mit VZW: $x_1 = 1$; und waagrechte Asymptote $y = 1$!)

10/13
a) Nullstelle: $x_1 = 1$; Polstelle: $x_1 = -4$ (1. Ordnung, mit VZW)
b) Nullstelle: $x_1 = 0$; Polstellen: $x_{1,2} = \pm 1$ (beide: 1. Ordnung, mit VZW)
c) Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$; Polstellen: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$ (beide: 1. Ordnung, mit VZW)
d) keine Nullstellen; Polstelle: $x_1 = a$ (2. Ordnung, ohne VZW)
e) Nullstellen: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$; Polstellen: $x_1 = -1$, $x_2 = -2$ (beide: 1. Ordnung, mit VZW)

10/14 a) $y = \frac{x-2}{x+1}$ b) $y = \frac{x-2}{x^2-1}$ c) $y = \frac{x(x-2)}{(x+2)^2}$ d) $y = \frac{x^2}{(x+1)(x-2)}$

10/15 Begründung jeweils: Zähler bei Definitionslücke nicht Null
a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0; -2\}$; keine Nullstellen; Polstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$ (beide: 1. Ordnung, mit VZW)
b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$; Nullstellen: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$; Polstelle: $x_{1,2} = 2$ (2. Ordnung, ohne VZW)
c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; Nullstelle: $x_{1,2} = -1$; Polstelle: $x_1 = 0$ (1. Ordnung, mit VZW)
d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$; Nullstellen: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$; Polstelle: $x_{1,2} = -1$ (2. Ordnung, ohne VZW)
e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{1\}$; Nullstelle: $x_{1,2} = 0$; Polstellen: $x_{1,2,3} = 1$ (3. Ordnung, mit VZW)
f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$; Nullstelle: $x_1 = 2$, $x_2 = 5$; Polstellen: $x_{1,2} = \pm 1$ (beide: 1. Ordnung, mit VZW)

12/16

a) $x_1 = 0$ ist stetig behebbar; $\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

b) $x_1 = 0$ ist stetig behebbar; $\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \neq 0 \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases} = \dfrac{x+1}{x^2 + 1}$

c) $x_1 = -0{,}75$ ist nicht stetig behebbar

d) $x_1 = 0{,}5$ ist stetig behebbar; $\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \neq 0{,}5 \\ 3{,}5 & \text{für } x = 0{,}5 \end{cases} = x + 3$

13/17

a) $x_1 = 1$ stetig behebbar, $x_2 = 0$ Polstelle 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{1}{x}$

b) $x_1 = 0$ stetig behebbar, $x_2 = -1$ Polstelle 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x + 1}$

c) $x_1 = -1$ stetig behebbar, $x_2 = 0$ Polstelle 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{x+1}{x}$

d) $x_1 = 2$ stetig behebbar, $x_2 = 1$ Polstelle 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{x+3}{x-1}$

e) $x_1 = 1$ stetig behebbar, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ Polstellen 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{x-6}{x^2 - 5x + 6}$

f) $x_1 = 2$ stetig behebbar, $x_2 = -1$ Polstelle 1. Ordnung; $\tilde{f}(x) = \dfrac{x-2}{x+1}$

13/18???

a) a = 5: $\tilde{f}(x) = x - 2$ b) a = 8: $\tilde{f}(x) = \dfrac{x-3}{x-4}$ (für a = 9: $x_1 = 3$ ist Polstelle 1. Ordnung!)

c) a = 1: $\tilde{f}(x) = 1$; a = 3: $\tilde{f}(x) = 3$

20/25

a) f(x) = $\dfrac{x-1}{x+1}$; kein Schnitt mit Asymptote b) f(x) = $\dfrac{(x-1)(x-2)}{x+1}$; kein Schnitt mit Asymptote

c) f(x) = $\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x+1)^2}$; S(0,2|1) d) f(x) = $\dfrac{(x+1)^2(x-2)}{(x+3)(x-1)}$; S(2|0)

21/26???

1) $g_{2;-1}(x) = \dfrac{x+2}{x^2 - 1}$; waagrechte Asymptote y = 0 2) $f_{-1;0}(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$; schiefe Asymptote y = x

3) $h_{1;-1}(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$; waagrechte Asymptote y = 1 4) $f_{0;0,5}(x) = \dfrac{x^2}{x + 0{,}5}$; schiefe Asymptote y = x – 0,5

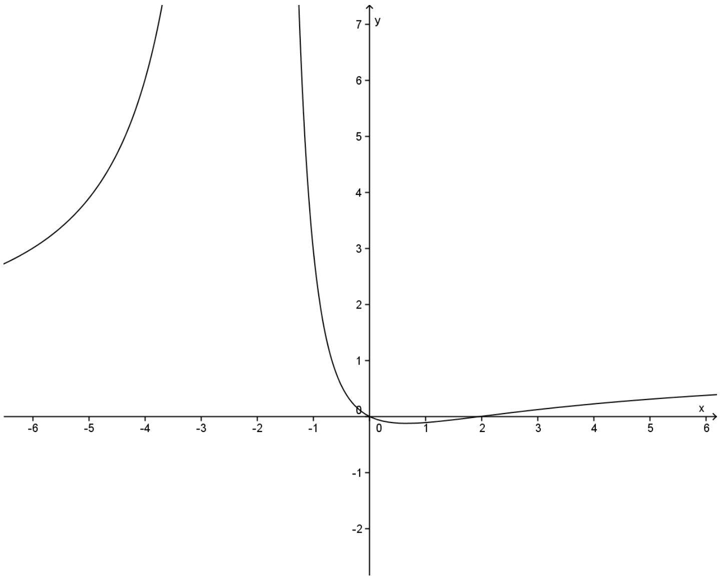
5) $g_{0;-4}(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$; waagrechte Asymptote y = 0 6) $h_{-1;-4}(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$; waagrechte Asymptote y = 1

7) $h_{-1;1}(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; waagrechte Asymptote y = 1 8) $g_{-1;0,5}(x) = \dfrac{x-1}{x^2 + 0{,}5}$; waagrechte Asymptote y = 0

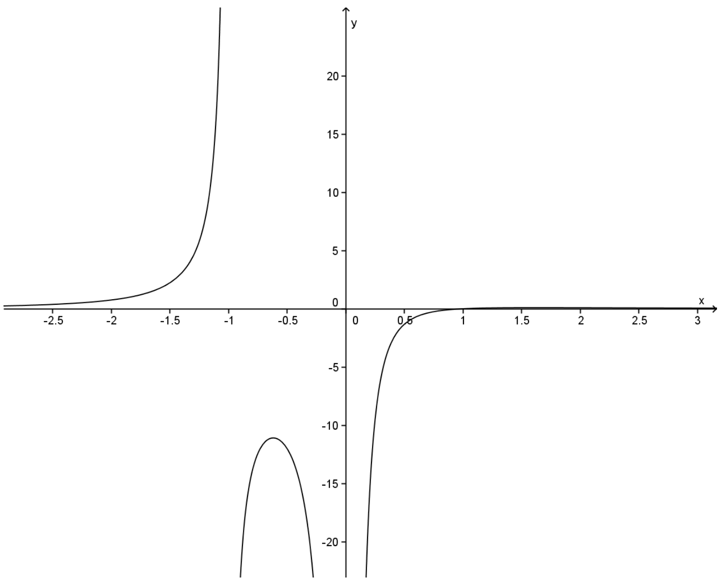
9) $f_{0,5;0,5}(x) = \dfrac{x^2 + 0{,}5}{x + 0{,}5}$; schiefe Asymptote y = x – 0,5

23/28

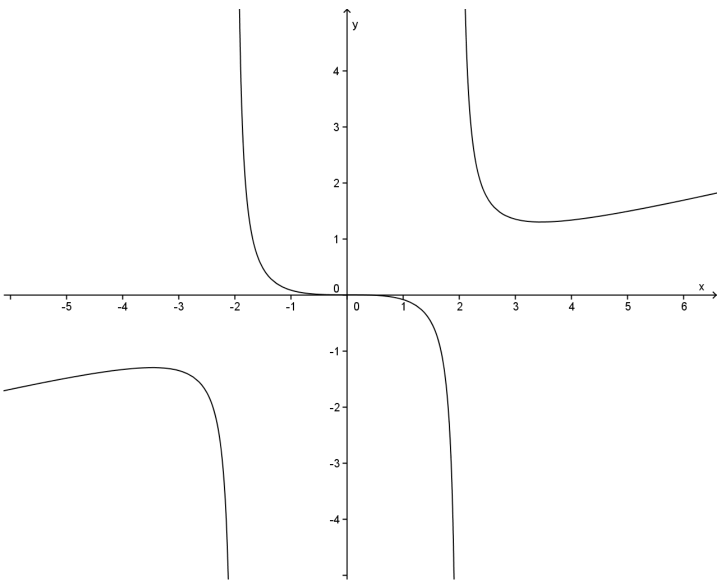
a) Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$; Polstelle: $x_{1,2} = -2$



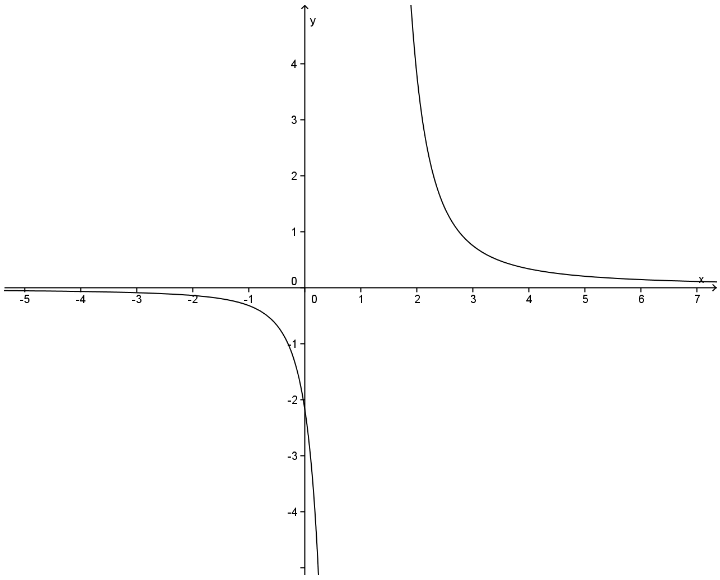
b) Nullstelle: $x_1 = 1$; Polstellen: $x_{1,2} = 0$, $x_3 = -1$



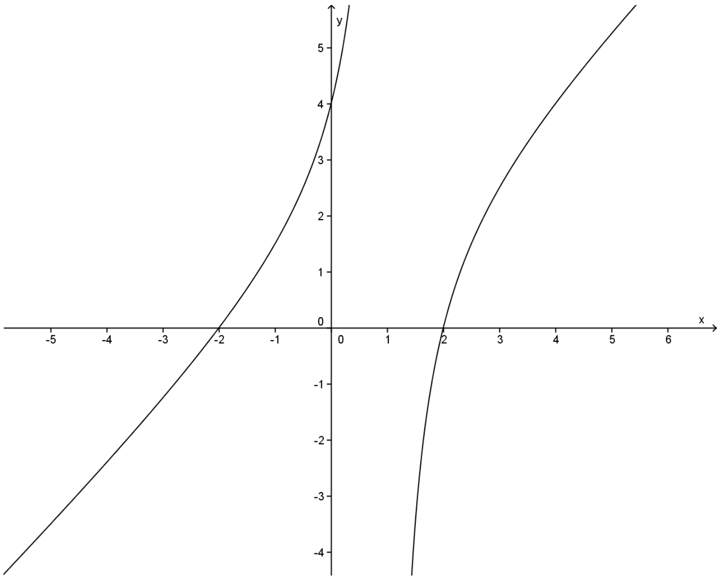
c) Nullstelle: $x_{1,2,3} = 0$; Polstellen: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$



d) keine Nullstellen; Polstelle: $x_{1,2,3} = 1$

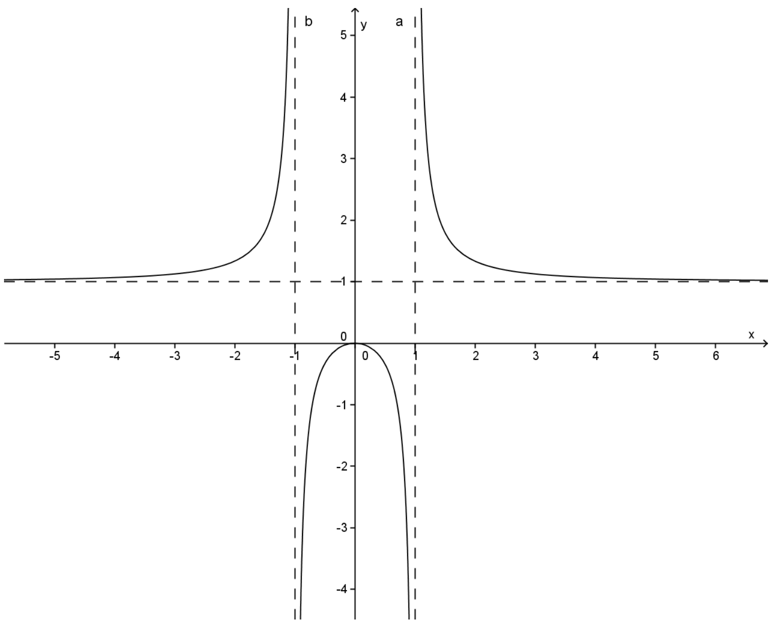


e) Nullstellen: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$; Polstelle: $x_1 = 1$

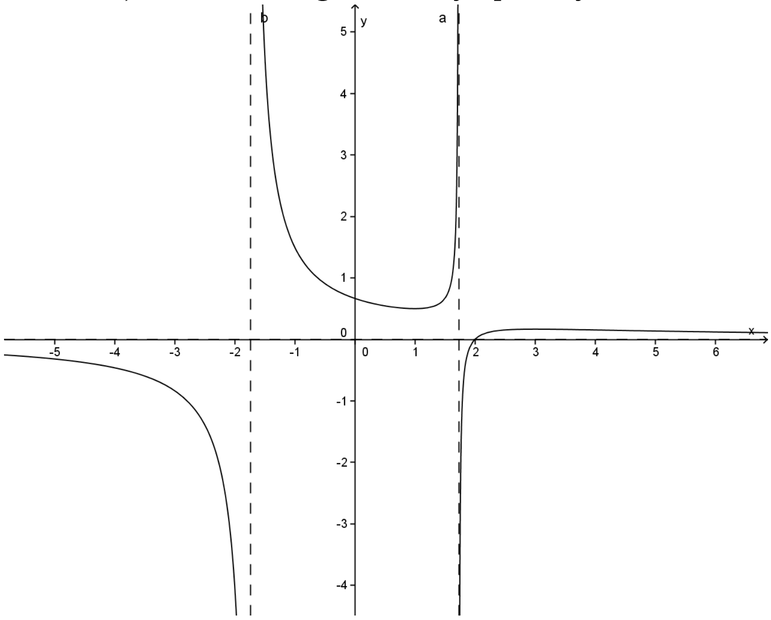


23/29

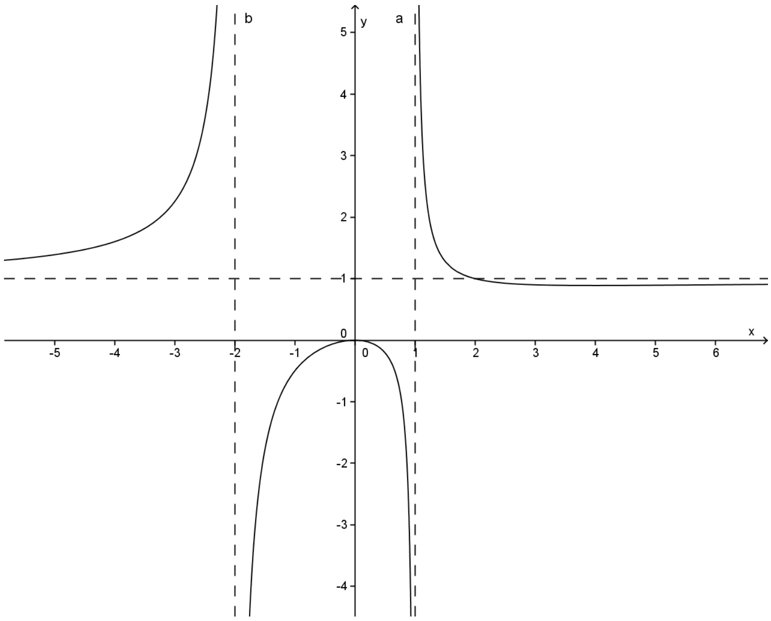
a) Nullstelle: $x_{1,2} = 0$; Polstellen: $x_{1,2} = \pm 1$; waagrechte Asymptote: $y = 1$



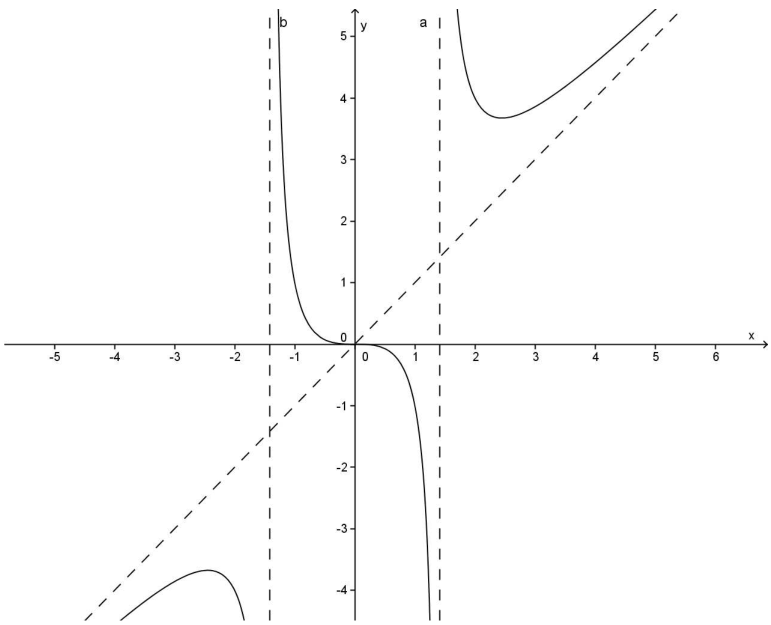
b) Nullstelle: $x_1 = 2$; Polstellen: $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; waagrechte Asymptote: $y = 0$



c) Nullstellen: $x_{1,2} = 0$; Polstellen: $x_1 = 1$, $x_2 = -2$; waagrechte Asymptote: $y = 1$



d) Nullstelle: $x_{1,2,3} = 0$; Polstellen: $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$; schiefe Asymptote: $y = x$



24/30

a) $f(x) = \frac{x-2}{2x+3}$; waagrechte Asymptote y = 0,5

b) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+1}$; schiefe Asymptote y = x – 1

c) $f(x) = \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-2)}$; waagrechte Asymptote y = 1

d) $f(x) = -\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}$; waagrechte Asymptote y = –1

Lösungen I.4

a) Ableitung der Kehrfunktion

31/14 a) $y' = -\frac{1}{x^2}$ b) $y' = -\frac{2}{x^3}$ c) $y' = -\frac{3}{x^4}$

31/15

a) $y' = \frac{2}{x^2}$ b) $y' = -\frac{2}{3x^3}$ c) $y' = \frac{9}{2x^4}$

d) $y' = \frac{12}{x^5}$ e) $y' = \frac{5}{3x^6}$ f) $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{12}{x^4}$

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2):

191/23

a) $-x^{-2}$ b) $-4x^{-5}$ c) $-6x^{-4}$ d) $-2{,}5x^{-6}$ e) $-2x^{-3}$ f) $-18x^{-7}$ g) $-1{,}5x^{-4}$ h) $-\frac{20}{3}x^{-5}$ i) $-2at^{-3}$

j) $-3ct^{-4}$ k) $-\frac{p}{q}r^{-2}$ l) $-\frac{4}{q}s^{-3}$

191/25 a) 2x b) 1,5 c) $0{,}75 + 1{,}25x^{-2}$ d) $-2x^{-3} - x^{-2}$

191/26 a) $-\frac{1}{(1+x)^2} - \frac{1}{(1-x)^2}$ b) $-\frac{1}{2x^3} + \frac{4x}{(2x^2-1)^2}$ d) $-\frac{2}{u^3} + \frac{2u}{(u^2-1)^2}$

b) Ableitung von Produkten

27/3 a) $y' = 2x + 1$ b) $y' = 3x^2 - 8x$ c) $y' = 3x^2 - 4x^3$ d) $y' = 2x + 4$

27/4

a) $y' = 2x$ b) $y' = 2x - 2$ c) $y' = -3 - 4x$ d) $y' = 15x^4 - 84x^2 - 20$

e) $y' = 6x^2 + 10x - 4$ f) $y' = 4x^3 - 8x$

28/5

a) $y' = 5x^4 - 6x^2 + 2x$ b) $y' = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 2$

c) $y' = -x^5 + \frac{2}{3}x^3 - x$ d) $y' = -3x^5 - 4x^3 + 1{,}5x^2 + 1$

28/6

a) $f'(x) = 2x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x)$ b) $f'(x) = 2g'(x) \cdot (1 - x^3) - 6g(x) \cdot x^2$

28/7

a) $h'(x) = \frac{1}{2} \cdot (f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) \Rightarrow h'(1) = 1{,}25$

b) $h'(x) = f'(x) + g(x) + x \cdot g'(x) \Rightarrow h'(1) = -0{,}5$

28/8

a) $(f \cdot g \cdot h)'(x) = f'(x) \cdot g(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x)$

b) $(f \cdot g)''(x) = f''(x) \cdot g(x) + 2 \cdot f'(x) \cdot g'(x) + f(x) \cdot g''(x)$

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2):

189/4 a) $f'(x) = ... = 15x^4 - 4x^3 - 6x + 1$ b) $f(x) = 3x^5 - 3x^2 - x^4 + x \Rightarrow f'(x) = 15x^4 - 4x^3 - 6x + 1$

189/5

a) $-12x + 1$ b) $5x^4 - 12x^2 + 2x$ c) $-1{,}2x^2 + 1{,}6x + 2$ d) $-12t^3 - 3t^2 + 6t + 1$ e) $-4x^3 + 2x$

f) $4r^3 + 4r$

189/7 a) $-\frac{1}{x^2}$ b) $-\frac{1}{x^2} - 2x$ c) $-\frac{3}{x^2}$

189/9 a) m b) 2ax c) gt d) t (2x – 1) e) $x^2 - x$ f) 0

189/14

a) $f'(x) = u'(x)v(x)w(x) + u(x)v'(x)w(x) + u(x)v(x)w'(x)$

b) $\frac{u'vw + uv'w + uvw'}{uvw} = \frac{u'vw}{uvw} + \frac{uv'w}{uvw} + \frac{uvw'}{uvw} = \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w}$

c) Ableitung von Quotienten

30/9 a) $y' = \frac{5}{x^2}$ b) $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ c) $y' = -\frac{1}{x^3}$

30/10

a) $y' = -\frac{6}{(2x-5)^2}$ b) $y' = \frac{1}{(x-4)^2}$ c) $y' = \frac{7}{(2-3x)^2}$ d) $y' = \frac{4(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$

e) $y' = -\frac{6x}{(x^2-3)^2}$ f) $y' = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ g) $y' = \frac{-x^2+2x}{(x^2+x-1)^2}$

h) $y' = \frac{x^2+6x}{(x^2+2x+6)^2}$ i) $y' = \frac{2x^3+1}{(1-x^3)^2}$

30/11?

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{\pm 2\}$; $f(x) = \frac{x}{x-2} \Rightarrow f'(x) = -\frac{2}{(x-2)^2}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{2;-3\}$; $f(x) = \frac{x-2}{x+3} \Rightarrow f'(x) = \frac{5}{(x+3)^2}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1\}$; $f(x) = 1 - x \Rightarrow f'(x) = -1$

30/12

a) $y' = -\frac{8}{5x^3}$; $y'' = \frac{24}{5x^4}$ b) $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}$; $y'' = \frac{2}{x^3} - \frac{6}{x^4}$

c) $y = \frac{1}{x-1} \Rightarrow y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$; $y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$

30/13

f '(x) = $\dfrac{x^4-9x^2}{(x^2-3)^2} = \dfrac{x^2(x+3)(x-3)}{(x^2-3)^2}$

a) m = f '(1) = –2 b) $x_{1,2} = 0$; $x_3 = -3$; $x_4 = 3$ c) in $]-\infty;-3[$ und in $]3;\infty[$

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2):

191/17 a) $\dfrac{2}{(1+3x)^2}$ b) $\dfrac{x^2-6x-1}{(x^2+1)^2}$ c) $\dfrac{2x}{(1+3x^2)^2}$ d) $\dfrac{x^4-4x^2-1}{(x^2-1)^2}$

191/18 a) $\dfrac{26x}{(x^2+4)^2}$ b) $-\dfrac{12x^2}{(2+x^3)^2}$ c) $\dfrac{-t^4-4t^2+1}{(t^2+1)^2}$ d) $\dfrac{4r^5-8r^3}{(r^2-1)^2}$

191/19 a) $\dfrac{6x^2+90}{(15-x^2)^2}$ b) $\dfrac{8t^2+8t+10}{(2t+1)^2}$ c) $\dfrac{3a^2-8a-8}{(3a-4)^2}$ d) $\dfrac{-0{,}8t^3+2{,}8t^2+0{,}8t-1{,}5}{(1+0{,}8t)^2}$

191/20 a) $-\dfrac{2ab}{(a+bx)^2}$ b) $\dfrac{-2abx^2+2bc}{(ax^2-bx+c)^2}$ c) $\dfrac{c^2t^2+2cdt+cd}{(ct+d)^2}$ d) $\dfrac{3x^{-4}}{(x^{-3}-1)^2} = \dfrac{3x^2}{(1-x^3)^2}$

191/29 a) $-\dfrac{6ax}{(b+x^2)^2}$ b) $\dfrac{3}{b+x^2}$ c) $-\dfrac{3a}{(b+x^2)^2}$ d) 0

d) Verkettungen

33/16

a) $(g\circ f)(x) = \dfrac{1}{x-1}$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}\backslash\{1\}$; $(f\circ g)(x) = \dfrac{1}{x} - 1$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

b) $(g\circ f)(5) = 0{,}25$; $(f\circ g)(5) = -0{,}8$; $(g\circ f)(0) = -1$; $(f\circ g)(0)$ ist nicht definiert

33/17

a) $(g\circ f)(x) = (1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$; $(f\circ g)(x) = 1 + 2x^2$

b) $(g\circ f)(x) = 2(x^2 + x) - 1 = 2x^2 + 2x - 1$; $(f\circ g)(x) = (2x - 1)^2 + 2x - 1 = 4x^2 - 2x$

c) $(g\circ f)(x) = (3x + 1)^2 - 1 = 9x^2 + 6x$; $(f\circ g)(x) = 3(x^2 - 1) + 1 = 3x^2$

d) $(g\circ f)(x) = 1 + (x^2)^2 = 1 + x^4$; $(f\circ g)(x) = (1 + x^2)^2 = 1 + 2x^2 + x^4$

e) $(g\circ f)(x) = \dfrac{1}{x^2+x}$; $(f\circ g)(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x}$

f) $(g\circ f)(x) = -\dfrac{1}{(2x-1)^2}$; $(f\circ g)(x) = -\dfrac{2}{x^2} - 1$

34/18

a) $(g\circ f)(x) = (1 - x^2)^3 = 1 - 3x^2 + 3x^3 - x^6$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}$ b) $(g\circ f)(x) = \dfrac{3}{(x-1)(x-2)}$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}\backslash\{1;\,2\}$

c) $(g\circ f)(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}\backslash\{\pm 1\}$ d) $(g\circ f)(x) = (4 - (4 - x^2))\cdot\dfrac{1}{4-x^2} = \dfrac{x^2}{4-x^2}$; $\mathbb{D}_{g\circ f} = \mathbb{R}\backslash\{\pm 2\}$

34/19 im Folgenden: $h = g\circ f$

a) z. B. $f(x) = x + 1$; $g(x) = x^2$ b) z. B. $f(x) = 3x - 9$; $g(x) = \dfrac{1}{x}$

c) z. B. $f(x) = ax + b$; $g(x) = x^n$ d) z. B. $f(x) = a^2 + x^2$; $g(x) = 1 - x^5$

34/20? a) 6 b) 6 c) 9 d) 18

e) Ableitung von Verkettungen

36/21

a) $y' = 2\,(2x + 1)\cdot 2 = 8x + 4$ b) $y' = 2\,(2 + 5x)\cdot 5 = 50x + 20$

c) $y' = 3\,(3 - x)^2\cdot(-1) = -3x^2 + 18x - 27$ d) $y' = 3\,(1 - x^2)^2\cdot(-2x) = -6x^5 + 12x^3 - 6x$

e) $y' = 2\,(4 - 2x^2)\cdot(-4x) = 16x^3 - 32x$ f) $y' = 3\,(x - x^2)^2\cdot(1 - 2x) = -6x^5 + 15x^4 - 12x^3 + 3x^2$

37/22

a) $y' = (1 - 3x^2)\cdot(-6x) = 18x^3 - 6x$ b) $y' = 15\cdot(2x - x^3)^2\cdot(2 - 3x^2) = \ldots$

c) $y' = 2\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{2}{x^2}-\frac{2}{x^3}$ d) $y' = 2\,(1 - x^2 + \tfrac{1}{3}x^3)\,(-2x + x^2) = \ldots$

e) $y' = 4\,(x^3 - 4x^2)^3\,(3x^2 - 8x)$ f) $y' = 3\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^2\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)$

37/23

a) $y' = -1\,(3x - 1)^{-2}\cdot 3$ b) $y' = -1\,(1 + x^2)^{-2}\cdot 2x$ c) $y' = -2\,(3 - 2x)^{-3}\cdot(-2)$

d) $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ e) $y' = -\frac{2x}{(x^2+4)^2}$ f) $y' = \frac{6}{(2-3x)^3}$

37/24?

a) $y' = 4\,(x - a)^3$ b) $y' = 7\,(a - x)^6\cdot(-1)$ c) $y' = 5\,(ax + b)^4\cdot a$

d) $y' = 3\,(a^2 - x^2)^2\cdot(-2x)$ e) $y' = 2\,(x^2 - ax + b)\cdot(2x - a)$ f) $y' = 2\,\frac{1}{ax}\cdot\left(-\frac{1}{ax^2}\right) = -\frac{2}{a^2x^3}$

37/25? $f'(x) = -(2x - 5)^2 \Rightarrow f'(1) = -9;\ f'(2{,}5) = 0;\ f'(4) = -9$

38/26?

a) $y' = 1\cdot(1 + x^2)^7 + x\cdot 7\cdot(1 + x^2)^6\cdot 2x = (1 + x^2)^6\cdot(1 + 15x^2)$

b) $y' = 4(1 - x)^3\cdot(-1)\cdot 3x + (1 - x)^4\cdot 3 = 3(1 - x)^3\cdot(1 - 5x)$

c) $y' = 3\,(1 - 2x)^2\cdot(-2)\cdot x^2 + (1 - 2x)^3\cdot 2x = 2x\cdot(1 - 2x)^2\cdot(-5x + 1)$

d) $y' = 9x^2\cdot(1 + 2x)^2 + 3x^3\cdot 2(1 + 2x)\cdot 2 = 3x^2\cdot(1 + 2x)\cdot(10x + 3)$

e) $y' = 2\,(1 - 2x)\cdot(-2)\cdot(x + 1)^3 + (1 - 2x)^2\cdot 3(x + 1)^2 = (1 - 2x)\cdot(x + 1)^2\cdot(-10x - 1)$

f) $y' = 2\,(2x^2 + x)\cdot(4x + 1)\cdot(1 - x)^3 + (2x^2 + x)^2\cdot 3(1 - x)^2\cdot(-1) = (2x^2 + x)\cdot(1 - x)^2\cdot(-14x^2 + 3x + 2)$

39/27

a) $f'(x) = \frac{-3(x+1)}{(x-1)^3}$ b) $f'(x) = \frac{x+6}{(2-x)^3}$ c) $f'(x) = \frac{-3x^2+2x+9}{(3x+1)^4}$

d) $f'(x) = \frac{x+2}{(x+1)^3}$ e) $f'(x) = \frac{2x^2+2x-6}{(2x-1)^4}$ f) $f'(x) = \frac{3x^4+6x-15}{(5-x^2)^4}$

39/28 a) $y' = \frac{1+x}{(1-x)^3}$; $y' = \frac{2x+4}{(1-x)^4}$ b) $y' = \frac{x^2-4x+8}{(x-2)^2}$; $y'' = -\frac{8}{(x-2)^3}$

c) $y' = \frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$; $y'' = \frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

39/29

a) $y' = 6x^5 + 6x$ b) $y' = \frac{x}{(x+1)^4}$ c) $y' = \frac{x^4+12x^2+4}{(2-x^2)^4}$ d) $y' = 20\,\frac{x+5}{(5-x)^3}$

39/30 a) $y' = x \cdot f''(x)$ b) $y' = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$ c) $y' = f(x) \cdot f'(x)$

39/31
a) $x_1 = 0{,}5$; $x_2 = 2$; $f'(x) = ... = 3 \cdot (2-x)^2 \cdot (1-2x)$
b) Rechtskurve, Linkskurve, Rechtskurve; $f''(x) = ... = -18 \cdot (2-x) \cdot (1-x)$ ➔ $x_1 = 2$; $x_2 = 1$

40/32
a) $x_1 = 0$; $x_2 = 3$; $f'(x) = ... = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2 \cdot (x-3)}{(x-1)^3}$ b) $m = f'(2) = -\frac{4}{3}$

c) $f''(x) = \frac{2x}{(x-1)^4}$ ➔ $x_1 = 0$

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2):
195/11
a) $4 + 8x$ b) $-3\,(x-3)^2$ c) $2\,(x + x^2)\,(1 + 2x)$ d) $12x^2\,(1 + x^3)^3$ e) $4\,(x^3 - 2x)^3\,(3x^2 - 2)$
f) $3\,(5x + x^2)^2\,(5 + 2x)$ g) $2\,(t^3 - 4t^2)\,(3t^2 - 8t)$ h) $-12t^2\,(a^3 - t^3)$ i) $3\,(2 - 3x + x^2)^2\,(-3 + 2x)$
j) $(1 - x + 0{,}5x^3)\,(3x^2 - 2)$ k) $4\,(-0{,}5a^2 + a\sqrt{2}\,)^2\,(-a + \sqrt{2}\,)$ l) $3\,(x\sqrt{2} - x^2)^2\,(\sqrt{2} - 2x)$

195/12
a) $6\,(2 - 3x)^{-3}$ b) $-3\,(0{,}5x - 5x^3)^{-4}\,(0{,}5 - 15x^2)$ c) $16t\,(1 - 2t^2)^{-5}$ d) $2t\,(t - t^2)^{-2}$ e) $\frac{4}{(1-2x)^3}$

f) $-\frac{12x+6}{(x+x^2)^4}$ g) $-\frac{60x}{(1+3x^2)^5}$ h) $-\frac{\sqrt{2}(1+4t)}{(t+2t^2)^4}$ i) $\frac{6x-3}{(2+x-x^2)^4}$ j) $-\frac{2(a+1)(2x-1)}{(a^2-x+x^2)^3}$

k) $-\frac{b}{(a+bt)^2}$ l) $-\frac{2a(b+1)}{(bt+t)^3}$

Lösungen I.5

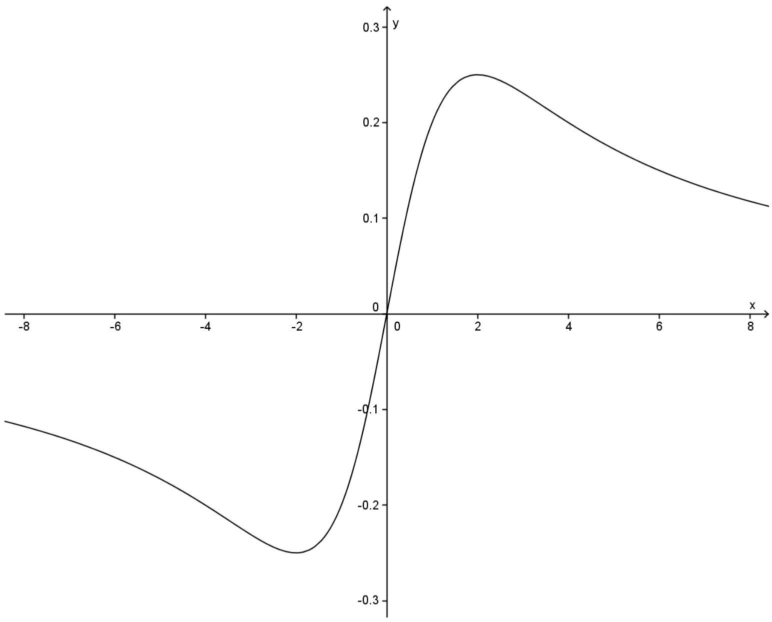
43/1
a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; symmetrisch zum Ursprung; keine Definitionslücken; Nullstelle: $x_1 = 0$; waagrechte Asymptote: $y = 0$; $f'(x) = \frac{-x^2+4}{(x^2+4)^2}$; $f''(x) = \frac{2x^3-24x}{(x^2+4)^3}$; streng monoton fallend in $]-\infty;-2]$ und in $[2;\infty[$, streng monoton steigend in $[-2;2]$, TiP$(-2|-0{,}25)$, HoP$(2|0{,}25)$; rechtsgekrümmt in $]-\infty;-\sqrt{12}\,]$ und in $[0;\sqrt{12}\,]$, linksgekrümmt in $[-\sqrt{12}\,;0]$ und in $[\sqrt{12};\infty[$, WeP$_1(0|0)$, WeP$_{2,3}(\pm\sqrt{12}\,|\pm\frac{\sqrt{12}}{16})$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$; symmetrisch zur y-Achse; Polstellen 1. Ordnung $x_1 = -2$ (VZW von – nach +) und $x_2 = 2$ (VZW von + nach –) ➔ senkrechte Asymptoten $x = -2$ und $x = 2$; keine Nullstellen; waagrechte Asymptote: $y = 0$; $f'(x) = \frac{6x}{(4-x^2)^2}$; $f''(x) = 6\frac{3x^2+4}{(4-x^2)^3}$; streng monoton fallend in $]-\infty;-2[$ und in $]-2;0]$, streng monoton steigend in $[0;2[$ und in $]2;\infty[$, TiP$(0|0{,}75)$; rechtsgekrümmt in $]-\infty;-2[$ und in $]2;\infty[$, linksgekrümmt in $]-2;2[$, keine WeP

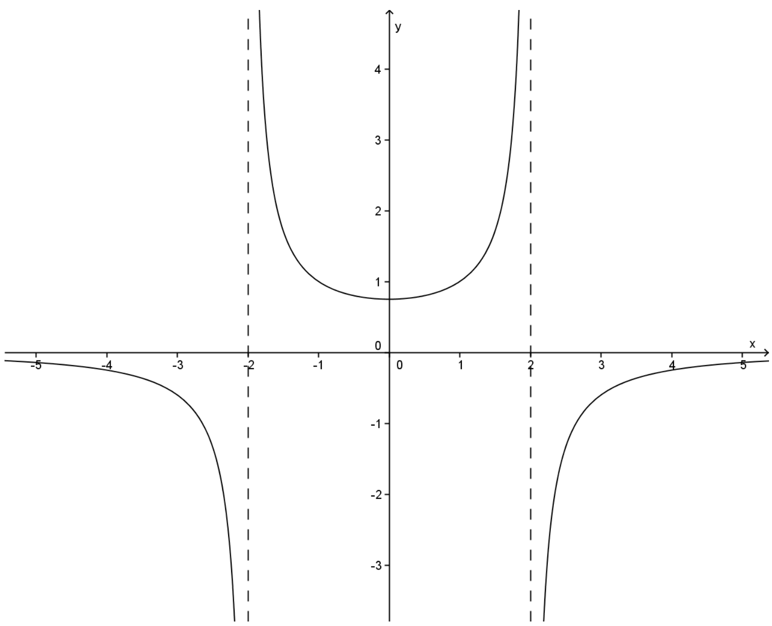
c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$; symmetrisch zur y-Achse; Polstellen 1. Ordnung $x_1 = -1$ (VZW von + nach –) und $x_2 = 1$ (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptoten $x = -1$ und $x = 1$; Nullstellen: $x_{1,2} = \pm 2$; waagrechte Asymptote: $y = -1$; f '(x) = $-\dfrac{6x}{(x^2-1)^2}$; f ''(x) = $-6\dfrac{3x^2+1}{(x^2-1)^3}$; streng monoton steigend in $]-\infty;-1[$ und in $]-1;0]$, streng monoton fallend in $[0;1[$ und in $]1;\infty[$, HoP(0|–4); linksgekrümmt in $]-\infty;-1[$ und in $]1;\infty[$, rechtsgekrümmt in $]-1;1[$, keine WeP

d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$; keine Symmetrie zum Koordinatensystem; Polstelle 1. Ordnung $x_1 = -1$ (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptote $x = -1$; Nullstellen: $x_1 = 1$, $x_2 = 4$; schiefe Asymptote: $y = x - 6$; f '(x) = $\dfrac{x^2+2x-9}{(x+1)^2}$; f ''(x) = $\dfrac{20}{(x+1)^3}$; streng monoton steigend in $]-\infty;-1-\sqrt{10}\,]$ und in $]-1+\sqrt{10};\infty]$, streng monoton fallend in $[-1-\sqrt{10};-1[$ und in $]-1;-1+\sqrt{10}\,]$, HoP($-1-\sqrt{10}\,|\,-7-2\sqrt{10}$), TiP($-1+\sqrt{10}\,|\,-7+2\sqrt{10}$); rechtsgekrümmt in $]-\infty;-1[$, linksgekrümmt in $]-1;\infty[$, keine WeP

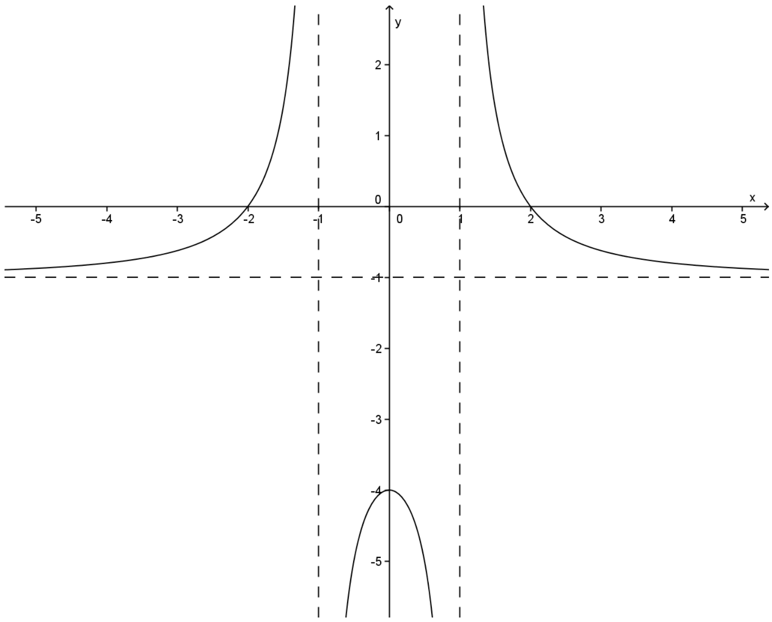
Graph zu a)



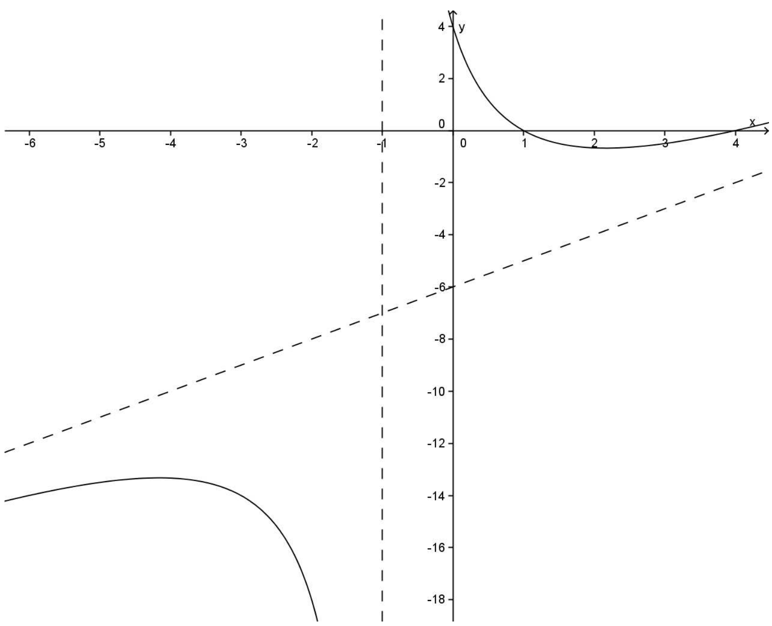
Graph zu b)



Graph zu c)

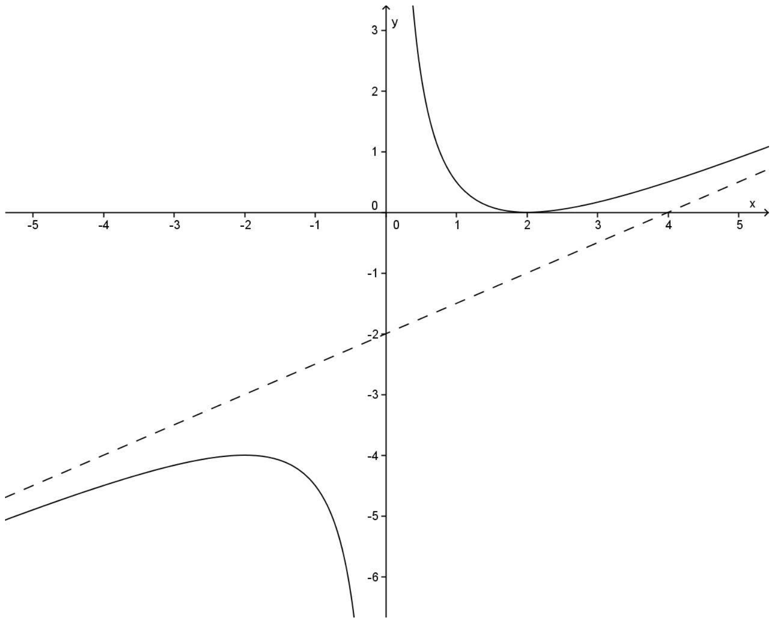


Graph zu d)



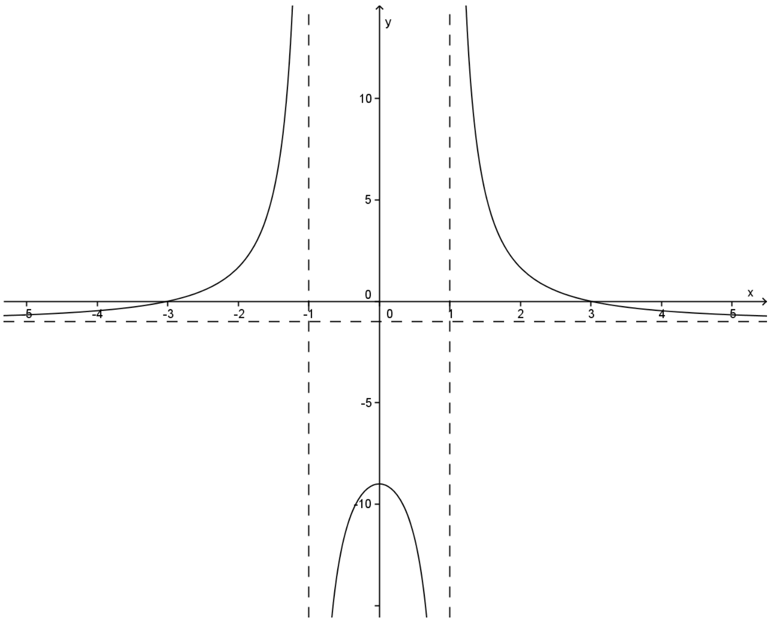
e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; keine Symmetrie zum Koordinatensystem; Polstelle 1. Ordnung $x_1 = 0$ (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptote x = 0; Nullstelle: $x_{1,2} = 2$; schiefe Asymptote: y = 0,5x – 2; $f'(x) = \frac{x^2-4}{2x^2}$; $f''(x) = \frac{4}{x^3}$; streng monoton steigend in $]-\infty;-2]$ und in $]2;\infty]$, streng monoton fallend in [–2;0[und in]0;2], HoP(–2|–4), TiP(2|0); rechtsgekrümmt in $]-\infty;0[$, linksgekrümmt in $]0;\infty[$, keine WeP

Graph zu e)

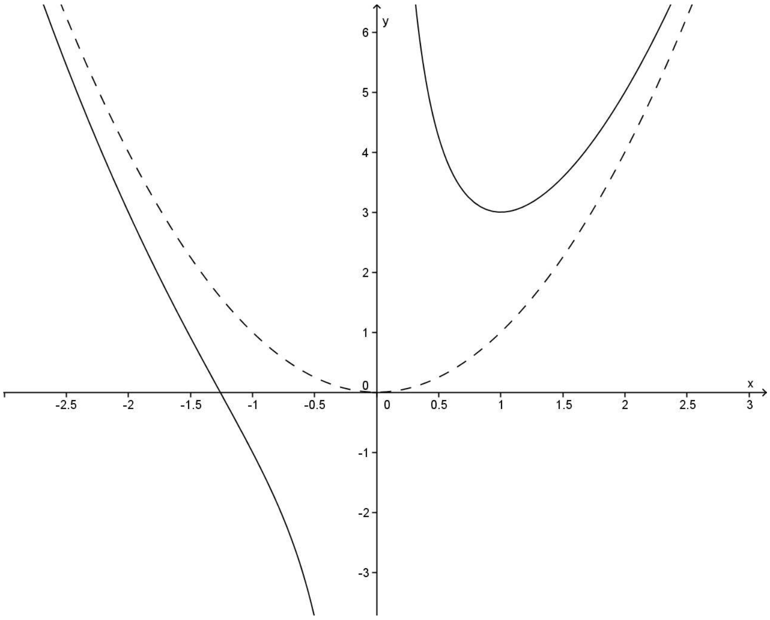


43/2

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{\pm 1\}$; symmetrisch zur y-Achse; Polstellen 1. Ordnung $x_1 = -1$ (VZW von + nach –) und $x_2 = 1$ (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptoten x = –1 und x = 1; Nullstellen: $x_{1,2} = \pm 3$; waagrechte Asymptote: y = –1; f ’(x) = $-\frac{16x}{(x^2-1)^2}$; f ’’(x) = $16\frac{3x^2+1}{(x^2-1)^3}$; streng monoton steigend in $]-\infty;-1[$ und in]–1;0], streng monoton fallend in [0;1[und in $]1;\infty[$, HoP(0|–9); linksgekrümmt in $]-\infty;-1[$ und in $]1;\infty[$, rechtsgekrümmt in]–1;1[, keine WeP

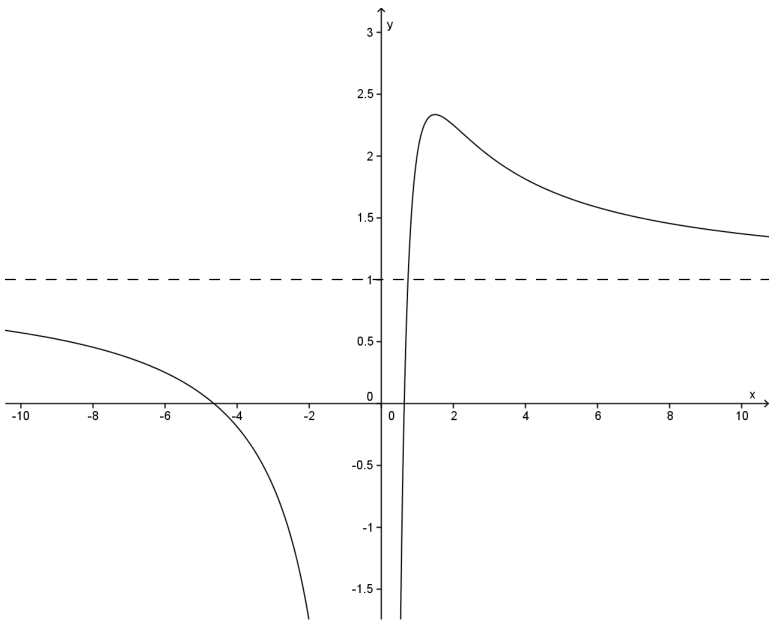


b) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; keine Symmetrie zum Koordinatensystem; Polstelle 1. Ordnung $x_1 = 0$ (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptote x = 0; Nullstelle: $x_1 = -\sqrt[3]{2}$; Asymptotenkurve: y = x^2; f ’(x) = 2x – $\frac{2}{x^2}$ = $\frac{2x^3-2}{x^2}$; f ’’(x) = $2+\frac{4}{x^3} = \frac{2x^3+4}{x^3}$; streng monoton fallend in $]-\infty;0[$ und in]0;1], streng monoton steigend in $[1;\infty[$, TiP(1|3); linksgekrümmt in $]-\infty;-\sqrt[3]{2}[$ und in $]0;\infty[$, rechtsgekrümmt in $]-\sqrt[3]{2};0[$, WeP($-\sqrt[3]{2}$|0)



c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; keine Symmetrie zum Koordinatensystem; Polstelle 2. Ordnung $x_1 = 0$ (von – nach –) ➔ senkrechte Asymptote x = 0; Nullstellen: $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{7}$; waagrechte Asymptote: y = 1; f ’(x) = $\frac{-4x+6}{x^3}$;

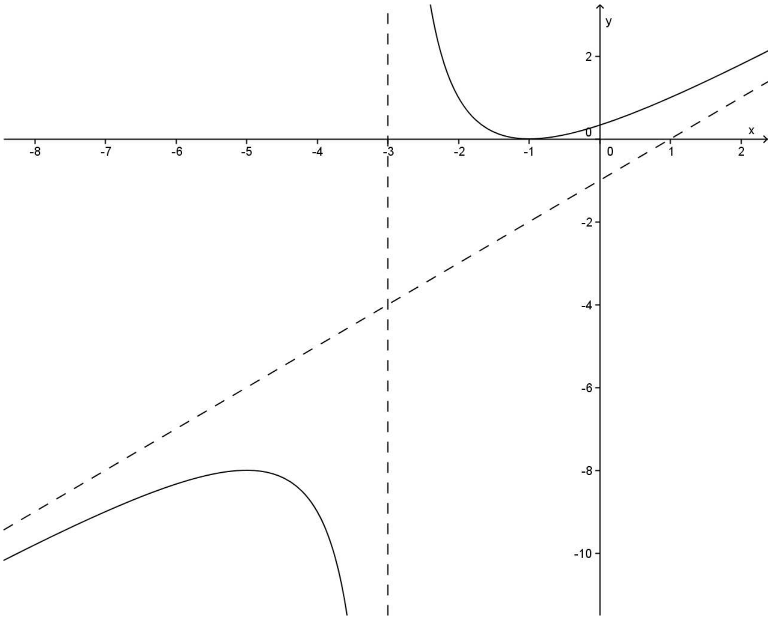
f ’’(x) = $\frac{8x-18}{x^4}$; streng monoton fallend in $]-\infty;0[$ und in $[1{,}5;\infty]$, streng monoton steigend in]0;1,5], HoP(1,5|$2\frac{1}{3}$); rechtsgekrümmt in $]-\infty;0[$ und in]0;2,25], linksgekrümmt in $[2{,}25;\infty[$, WeP(2,25|$\approx 2{,}19$)



51/16

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-3\}$; ; keine Symmetrie zum Koordinatensystem; $x_1 = -3$ ist Pol 1. Ordnung (VZW von – nach +) ➔ senkrechte Asymptote x = –3; Nullstelle $x_{1,2} = 0$; schiefe Asymptote y = x – 1; f ’(x) = $\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$;

f ’’(x) = $\frac{8}{(x+3)^3}$; streng monoton steigend in $]-\infty;-5]$ und in $[-1;\infty[$, streng monoton fallend in [–5;–3[und in]–3;–1]; HoP(–5|–8); TiP(–1|0); rechtsgekrümmt in $]-\infty;-3]$, linksgekrümmt in $[-3;\infty[$, keine WeP



b) schiefe Asymptote hat Steigung 1 ➔ Graph soll Steigung $-\frac{1}{1}$ = –1 haben, also $\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$ = –1

➔ $x^2 + 6x + 5 = -x^2 - 6x - 9$ ➔ ... $x_{1,2} = -3 \pm\sqrt{2}$ ➔ ... $P_{1,2}(-3 \pm\sqrt{2}\,|\,-4 \pm 3\sqrt{2})$

51/17
3: f (symmetrisch zur y-Achse, y-Achsenabschnitt 2, waagrechte Asymptote x-Achse)
1: g (symmetrisch zur y-Achse, y-Achsenabschnitt 0,5, $g(x) \to \infty$ für $x \to \pm\infty$)
2: f ’ (symmetrisch zum Ursprung, y-Achsenabschnitt 0 (also 0 genau da, wo f einen Extrempunkt hat), Extremstellen dort, wo f Wendestellen hat, waagrechte Asymptote x-Achse)

Lösungen I.6

44/3
a) F(x) = $\frac{1}{6}(2x+3)^3$ b) F(x) = $\frac{1}{3}(\frac{1}{2}x-3)^6$ c) F(x) = $-\frac{1}{20}(1-5x)^4$
d) F(x) = $-(3-\frac{1}{7}x)^7$

45/4
a) $=\left[\frac{1}{15}(3x-2)^5\right]_0^1 = \frac{11}{5}$ b) $=\left[-\frac{1}{4}(4-x)^4\right]_{-1}^1 = 136$ c) $=\left[-\frac{1}{3}(5-2x)^3\right]_{-1}^0 = 72\frac{2}{3}$
d) $=\left[-\frac{2}{3}(1-\frac{1}{4}x)^6\right]_{-1}^2 \approx 2{,}53$ e) $=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{12}(3x-1)^4\right]_0^1 = -\frac{11}{12}$ f) $=\left[\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{10}(1-2x)^5\right]_0^1 = 1{,}3$

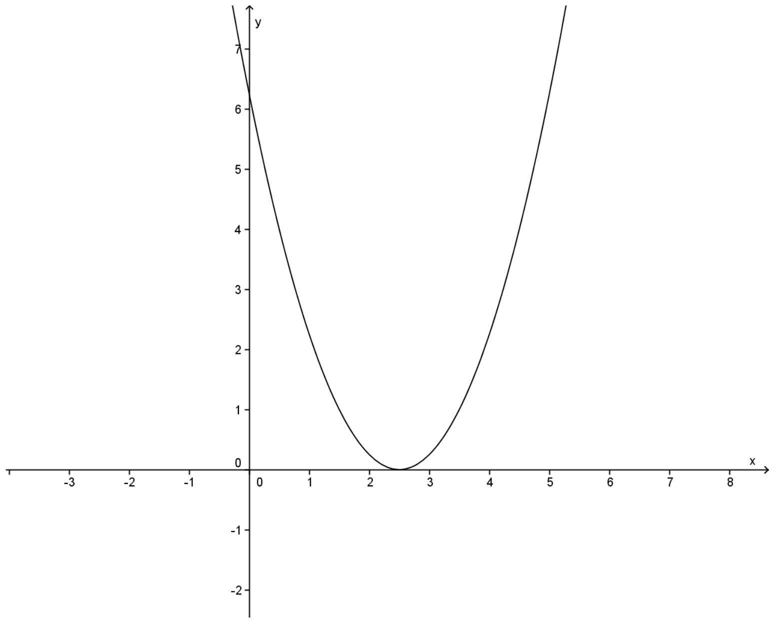
45/5 $A = \frac{1}{20}\int_0^{1,5}(2x-3)^4\,dx = \frac{1}{200}\left[(2x-3)^5\right]_0^{1,5} = \frac{1}{200}(0-(-3)^5) = 1{,}215$

45/6
$A_1 = \frac{1}{4}\int_0^2(-x+2)^3\,dx = -\frac{1}{16}\left[(-x+2)^4\right]_0^2 = 1$

$A_2 = -\frac{1}{4}\int_2^4(-x+2)^3\,dx = \frac{1}{16}\left[(-x+2)^4\right]_2^4 = 1$

45/7

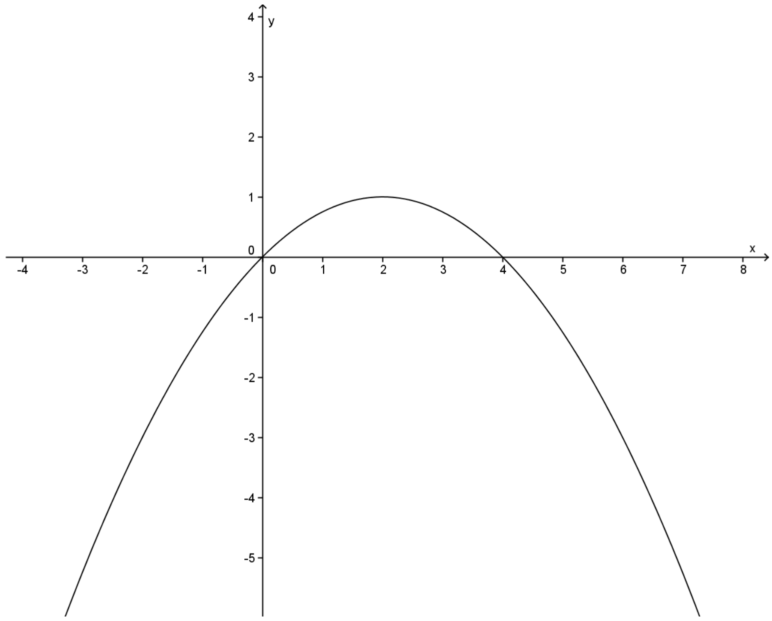
a)



b) f(x) = (x – 2,5)^2 ➔ $A = \int_0^{2,5} (x-2,5)^2\,dx = \left[\tfrac{1}{3}(x-2,5)^3\right]_0^{2,5} = \tfrac{125}{24}$

45/8

a)



b) f(x) = $-\tfrac{1}{4}$ (x – 2)^2 + 1 ➔ $A = \int_0^4 \left(-\tfrac{1}{4}(x-2)^2+1\right)dx = \left[-\tfrac{1}{12}(x-2)^3+x\right]_0^4 = 2\tfrac{2}{3}$

47/9

a) F(x) = $-\dfrac{5}{3(x-1)^3}$ b) F(x) = $-\dfrac{1}{8(4x+3)^2}$ c) F(x) = $\dfrac{1}{2-3x}$ d) F(x) = $\dfrac{-4}{(3-0,5x)^2}$

47/10

a) $=\left[-\dfrac{2}{3(x+1)^3}\right]_0^1 = \tfrac{7}{12}$ b) $=\left[\dfrac{3}{2(2-x)^2}\right]_0^1 = \tfrac{11}{8}$ c) $=\left[\dfrac{-1}{3-2x}\right]_0^1 = -\tfrac{2}{3}$

d) $=\left[\dfrac{-2}{(1+\tfrac{1}{2}x)^4}\right]_0^1 = 2\tfrac{49}{81}$ e) $=\left[x+\dfrac{1}{5(5x+2)^3}\right]_0^1 \approx 0,976$ f) $=\left[\tfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{9}\dfrac{1}{(1-3x)^2}\right]_{-1}^0 = -\tfrac{87}{144}$

47/11 $\quad \mathrm{A}=\int_0^2 \frac{2}{(x+1)^2}\,dx=\left[-\frac{2}{x+1}\right]_0^2=\frac{4}{3}$

47/12

a) $\mathrm{f(x)}=-\frac{x^2+4x+4-2}{(x+2)^2}=\frac{2-(x+2)^2}{(x+2)^2}=\frac{2}{(x+2)^2}-1$ (oder z. B. mit Polynomdivision)

b) $\mathrm{A}=\int_{-1}^{1}(f(x)-(-1))dx=\int_{-1}^{1}\frac{2}{(x+2)^2}\,dx=\left[-\frac{2}{x+2}\right]_{-1}^{1}=\frac{4}{3}$

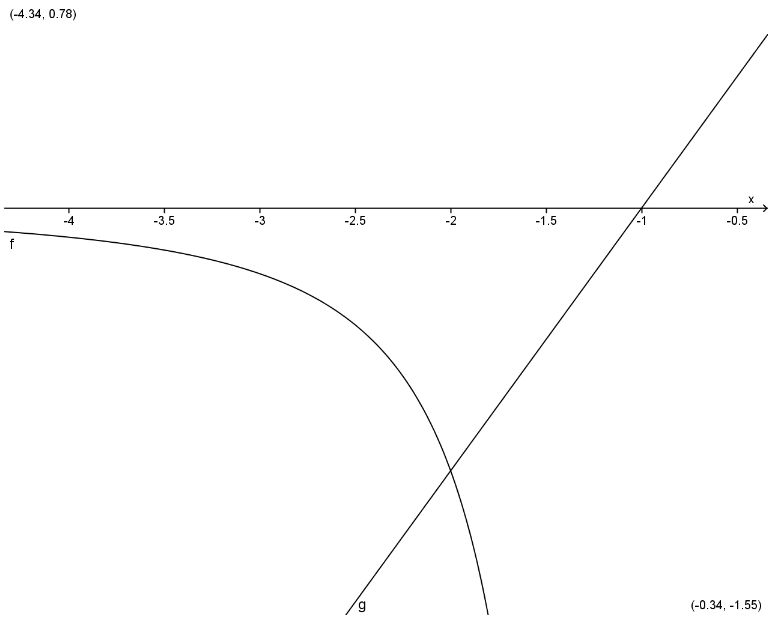
(Anmerkung: im Prinzip selber Graph und selbes Flächenstück wie in 11, nur um 1 nach links und um 1 nach unten verschoben!)

Uneigentliche Integrale

50/13

a) $=\lim\limits_{z\to\infty}\left(-\frac{1}{2z^2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ b) $=\lim\limits_{z\to\infty}\left(-\frac{1}{z+2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$ c) $=\lim\limits_{z\to-\infty}\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2(z-1)^2}\right)=-\frac{1}{2}$

50/14



$$\mathrm{A}=-\int_{-\infty}^{-2} f(x)dx-\int_{-2}^{-1} g(x)dx=\lim_{z\to-\infty}\int_z^{-2}\frac{1}{(x+1)^2}\,dx+A_{Dreieck}=\lim_{z\to-\infty}\left(1+\frac{1}{z+1}\right)+\tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 2=2$$

50/15

a) $\mathrm{f}\left(\frac{1}{3}\right)=\mathrm{g}\left(\frac{1}{3}\right)=27$

b) $\mathrm{A}=\lim\limits_{z\to\infty}\int_{\frac{1}{3}}^{z}\left(\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx=\lim\limits_{z\to\infty}\left[-\frac{3}{x}+\frac{1}{2x^2}\right]_{\frac{1}{3}}^{z}=\lim\limits_{z\to\infty}\left(-\frac{3}{z}+\frac{1}{2z^2}+9-\frac{9}{2}\right)=4{,}5$